



УДК 621.392.

© 2001 г. **А.В. Левенец**, канд. техн. наук
(Хабаровский государственный технический университет)

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ВЫДЕЛЕНИЯ СКРЫТЫХ ПЕРИОДИЧНОСТЕЙ ПО ПЕРЕСЕЧЕНИЯМ НУЛЯ ДЛЯ ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛА С ИЗВЕСТНОЙ ЧАСТОТОЙ

Свойства метода выделения скрытых периодичностей по пересечениям нуля можно использовать для решения ряда задач обработки сигналов, в частности, для создания алгоритмов обнаружения сигнала с известной частотой. Реализация метода приводит к снижению аппаратных и программных затрат.

Для ряда областей науки и техники, например связи, радиолокации и других, характерна задача обнаружения сигнала с заданными параметрами, в частности сигнала с известной частотой. Такая задача решается различными способами – как аналоговыми, так и цифровыми. Однако в связи с уже установившейся тенденцией переноса процедур обработки сигналов в цифровую область наибольший интерес представляют цифровые методы. Одним из таких методов, обладающим потенциальной эффективностью для ряда задач измерительно-вычислительной техники, является метод выделения скрытых периодичностей по пересечениям нуля (ВСППН). Этот метод можно использовать как для оценки спектра измерительного сигнала, так и для других задач обработки сигнала.

Метод ВСППН представляет интерес для анализа сигналов в силу низких вычислительных затрат и простоты реализации. Метод базируется на некоторых свойствах чисел пересечения сигналом нулевого уровня, которые можно применить для быстрого спектрального анализа сигналов.

Основы метода ВСППН были заложены С. Райсом [1], в работе которого определялись статистические и вероятностные характеристики сигнала, заданного в виде смеси синусоидального сигнала и белого шума с нормальным распределением. Дальнейшее развитие проблема нулей сигналов получила в работах Г. Уайта, А. Райнела, Дж. Бендата и др. Так, Дж. Бендат в [2] обобщил полученные С. Райсом результаты на случай синусоиды с переменными параметрами и получил более простую формулу для математического ожидания числа нулей, а также формулу математического ожидания

среднего квадрата числа пересечений нуля исследуемым процессом. Дальнейшее развитие метод получил в работах как зарубежных, так и отечественных ученых, попытавшихся использовать свойства нулей сигнала для ряда практических задач, таких как цифровая обработка сигналов в вычислительной технике [3], распознавание речи [4] и др.

Окончательно метод ВСППН оформился в работах Б. Кедема, например, в [4], где автор применил свойства нулей к анализу спектров сигналов и показал некоторые их практические приложения. Используя выводы, полученные в [1,2], Б. Кедем показал, что для дискретного стационарного гауссовского процесса $X(t)$ число пересечений нуля D определяется из следующего выражения [4]:

$$\cos\left(\frac{\pi M(D)}{N-1}\right) = \frac{\int_{-\pi}^{+\pi} \cos(\omega) dF(\omega)}{\int_{-\pi}^{+\pi} dF(\omega)}, \quad (1)$$

где N – размер выборки; $F(\omega)$ – спектральная функция сигнала; ω – относительная угловая частота, т.е. угловая частота, отнесенная к частоте дискретизации; $M(\cdot)$ – оператор математического ожидания.

Полезным в отношении анализа сигнала через его нули является повторно-разностный (ПР) фильтр, общее математическое выражение и квадрат коэффициента передачи k -й степени которого представляются следующими соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} x_{\text{вых}}(\psi) &= \sum_{i=0}^k \binom{k}{i} (-1)^i x_{\text{вх}}(\psi - i) \\ |H(j\Omega)|^2 &= 2^k [1 - \cos(\Omega)]^k \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

где $x_{\text{вх}}(t)$ и $x_{\text{вых}}(t)$ – сигналы на входе и выходе фильтра соответственно; k – степень фильтра; $\binom{k}{i}$ – биномиальные коэффициенты.

В том случае, когда к исходному процессу применяется ПР фильтр m -й степени, под величиной D_m понимается число нулей процесса, полученного на выходе фильтра. Такие числа принято называть «нулями высоких порядков», или «нулями» процесса.

Учитывая (2), выражение для нулей (1) можно представить как

$$\cos\left(\frac{\pi M(D_n)}{N-1}\right) = \frac{\int_{-\pi}^{+\pi} \cos(\omega) \cos^{2n}(\omega/2) dF(\omega)}{\int_{-\pi}^{+\pi} dF(\omega)} \quad (3)$$

После некоторых алгебраических преобразований формула переписывается в следующем виде [3]:

$$\cos\left(\frac{\pi M(D_n)}{N-1}\right) = \frac{\nabla^{2n}(\rho_{n+1})}{\nabla^{2n}(\rho_n)}, \quad (4)$$

где ∇ – разностный оператор; ρ_n – коэффициент корреляции.

Так как коэффициенты корреляции однозначно определяют спектр исследуемого процесса, то из выражения (4) следует, что нули высоких порядков можно применять для спектральных оценок, а метод ВСППН использовать как для оценки спектра измерительного сигнала, так и для других задач обработки сигнала.

В работе [5] было показано, что спектр любого сигнала может быть оценен при помощи "квазиспектра", представляющего собой совокупность нулей сигнала, полученную в результате последовательной обработки измерительного сигнала набором повторно-разностных и повторно-суммирующих фильтров. Используя квазиспектр, можно оценить вероятность присутствия сигнала заданной частоты в измерительном сигнале. Так, в качестве оценки может служить сумма квазиспектральных составляющих, лежащих в некоторой частотной области, в которой лежит и частота детектируемого сигнала. Обычно эту полосу частот выбирают симметричной относительно частоты сигнала. Математически это условие выглядит следующим образом:

$$O(\Omega_0) = \sum_{k=v_0-\Delta v}^{v_0+\Delta v} \Theta(k),$$

где $O(\Omega_0)$ – оценка для сигнала с частотой Ω_0 ; $\Theta(k)$ – k -я квазиспектральная составляющая; $n_0 = N\Omega_0/2\pi$; N – размер выборки; $D_n = N\Delta\Omega/2\pi$; $2\Delta\Omega$ – ширина частотной полосы, для которой вычисляется оценка.

В таблице приведены значения оценок для различных частот обнаруживаемого сигнала, различных отношений сигнал/шум η и величин $2\Delta\Omega$. Результаты усреднялись по 10 реализациям, сигнал зашумлялся белым гауссовским шумом. Из полученных результатов следует, что данный метод применим для задач обнаружения сильно зашумленного сигнала.

Ω	Δv											
	0				2				8			
	$\eta=10$	$\eta=1,0$	$\eta=0,1$	$\eta=0,0$	$\eta=10$	$\eta=1,0$	$\eta=0,1$	$\eta=0,0$	$\eta=10,0$	$\eta=1,0$	$\eta=0,1$	$\eta=0,0$
0.019	13,5	0	0	0	13,6	0	0	0	14,9	0,1	0	0
0.078	30,1	1,6	0	0	30,6	1,6	0	0	34,9	5,2	0	0
0.156	55,7	3,6	0,2	0,1	57,9	4,1	0,8	0,3	61,7	13,7	2,2	1,9
0.234	91,2	4,9	0,5	0,4	94,8	6,2	1,1	1,1	100,0	18,6	3,7	3,3
0.312	136,3	7,2	0,8	0,5	142,1	11,2	2,2	2,2	149,1	29,8	4,8	6,1
0.390	184,3	14,5	1,3	0,4	193,6	19,0	2,2	1,5	199,2	46,3	7,0	5,4
0.469	205,1	31,4	1,7	1,3	213,2	40,0	5,0	4,1	219,1	71,5	12,2	11,2

Вычислительная эффективность метода очевидна, т.к. для вычисления квазиспектра требуются только операции суммирования и вычитания. Оценить вычислительные затраты можно по следующей формуле:

$$N_{on} = Nk_{np}k_{nc},$$

где k_{np} и k_{nc} – максимальные степени повторно-разностных и повторно-суммирующих фильтров метода ВСППН. Поскольку для задачи обнаружения сигнала не требуется большая точность определения частоты сигнала, то величины k_{np} и k_{nc} можно выбирать достаточно малыми (5 – 10), что позволяет создавать достаточно эффективные программы для обнаружения сигнала с заданной частотой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Райс С.О. математический анализ случайного шума // Теория передачи электрических сигналов при наличии помех. М.:Иностранная литература, 1953.
2. Бендат Дж. Основы теории случайных шумов. М.:Наука, 1965.
3. В.А.Кармалита Цифровая обработка случайных колебаний. М.: Машиностроение, 1986.
4. Кедем Б. Спектральный анализ и различение сигналов по пересечениям нуля // ТИИЭР. Т.74. 1986. №11.
5. Левенец А.В., Чернявский Е.А., Чье Ен Ун. Оценки спектра сигнала методом выделения скрытых периодичностей по пересечениям нуля // Измерительная техника. 1996. №9.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Е.У. Чье.