



УДК 681.518.5

© 2001 г. **В.В. Воронин**, канд. техн. наук
(Хабаровский государственный технический университет)

АНАЛИЗ ПРИЧИННО-СЛЕДСТВЕННЫХ ОТНОШЕНИЙ НА МНОЖЕСТВЕ ВОЗМОЖНЫХ ДЕФЕКТОВ

Исследуются объективные причинно-следственные отношения на множестве возможных дефектов объекта диагностирования. Множество возможных дефектов может быть разбито на классы зависимых дефектов. Анализируется многообразие классов зависимых дефектов. Предлагается процедура выбора диагностических показателей для класса зависимых дефектов.

Очевидно, что на множестве D возможных дефектов объективно существуют причинно-следственные отношения между его элементами, т.е. становление и развитие одних дефектов множества D во времени имеют свои основания в предшествующих изменениях других дефектов этого же множества. Допустим, что определены элементы множества P прямых показателей дефектов ($ПП$), которые есть образы взаимно однозначного отображения $\Gamma: D \rightarrow P$, тогда причинно-следственные отношения можно исследовать на множестве P .

Существуют две причины изменения элементов множества P . Это внешние воздействия – среды и эксплуатационной нагрузки; внутренние воздействия – дополнительная нагрузка со стороны других дефектов.

Введем понятие источника внешнего воздействия и обозначим его символом s . Подмножество $K_0 \subseteq P$, причиной изменения элементов которого являются только внешние воздействия, будем называть классом независимых прямых показателей ($КНПП$). Подмножество K_0 с источником s можно иллюстрировать двухуровневым графом.

В таблице, в первой строке, приведены примеры возможных графов для $КНПП$.

Если хотя бы один $\delta_i \in P$ является внутренней причиной или сопричиной изменения некоторого(ых) δ_j , то есть смысл говорить о причинно-следственных отношениях на P . Множество $P \setminus K_0$ можно разбить на непересекающиеся подмножества K_i , $i=1, m$ таким образом, что каждое подмножество будет состоять только из тех элементов, причины изменения которых принадлежат этому же подмножеству. Будем называть такие подмножества классами зависимых прямых показателей ($КЗПП$). Существует пять воз-

возможных вариантов разбиения P :

$$1. K_0; \quad 2. K_0 \cup K_1; \quad 3. K_0 \cup \left(\bigcup_{i=1}^m K_i\right); \quad 4. K_i; \quad 5. \bigcup_{i=1}^m K_i; \quad m \geq 2, \quad (1)$$

первый соответствует отсутствию внутренних причин в изменении $ПП$.

Целью данной работы является исследование разнообразия возможных $KЗПП$ и разработка качественного метода анализа причинно-следственных отношений в этих классах. Количественное описание таких отношений в рамках линейной модели было рассмотрено в [1].

При разработке задач, соответствующих поставленной цели, был принят ряд гипотез, допущений и ограничений:

- осуществлено абстрагирование от физической сущности причинно-следственной зависимости между дефектами;
- первопричиной деградиционных изменений являются внешние воздействия. Чтобы данный дефект был причиной или сопричиной другого дефекта, его становление должно предшествовать во времени последнему;
- возможно существование в $KЗПП$ не одной причинно-следственной связи, а множества конечных цепочек таких связей;
- множество P ограничено только показателями непрерывного типа;
- результирующий эффект влияния элементов $KЗПП$ на отдельно взятый элемент этого класса подчиняется принципу суперпозиции.

Зафиксируем i -й $KЗПП$ и добавим к нему элемент s , характеризующий внешний источник деградации. Будем рассматривать элементы множества

$$K_i = \{s, \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n\}$$

как вершины орграфа $G_k = \langle K_i, A_k \rangle$, где A_k – множество дуг графа.

Определение 1. Классом зависимых прямых показателей будем называть множество K_i , которому взаимно однозначно соответствует граф $G_k = \langle K_i, A_k \rangle$, удовлетворяющий следующим требованиям:

- 1) $\Gamma^{-1}(s) = \emptyset$ и $\Gamma(s) \neq \emptyset$;
- 2) $\Gamma(\delta_j) \neq \emptyset$, если и только если $\Gamma^{-1}(\delta_j) \neq \emptyset$;
- 3) для всякой вершины $\delta_j \in K_i$ существует хотя бы один путь из s .

Очевидно, что графы G_k являются или односторонне связанными или слабо связанными.

Два $KЗПП$ отличаются друг от друга либо множеством K_i (его мощностью и составом элементов), либо множеством A_k .

Предположим, что множество K_i фиксировано. На этом множестве можно задавать N различных графов G_k , $k=1, N$, отличающихся друг от друга множеством A_k . Число N возможных графов зависит от n , т.е. $N=N(n)$. Для $n=2$ имеем $N=7$.

Если $n>2$, то число N возможных вариантов G_k будет внушительно большим.

Получение точной формулы для определения $N(n)$ связано с определенными трудностями.

Ниже приводится выражение для оценки величины $N(n)$:

$$(n-1)! \sum_{k=1}^n k C_n^k < N(n) < n^n!, \quad (2)$$

где C_n^i – число сочетаний из n по k .

Отметим, что в (2) среди графов G_k учитываются изоморфные структуры.

Для каждой вершины δ_i можно вычислить расстояние $d(s, \delta_i)$. Расстоянием $d(x, y)$ от вершины x до вершины y называют длину кратчайшего пути от x до y . Длиной пути называют число входящих в него дуг. Величина

$$r = \max d(s, \delta_i), \quad i=1, n \quad (3)$$

определяет число уровней иерархии в $KЗПП$. Значение выражения (3) для любого $КНПП$ (см. таблицу) равно 1.

Следовательно, произвольный фиксированный $КЗПП$ включает порождающий его $КНПП$.


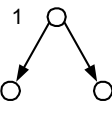
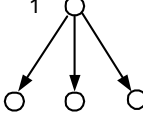
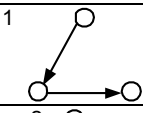
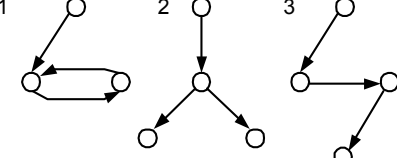
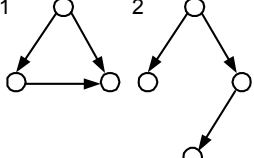
При исследовании вариантов $КЗПП$ удобно зафиксировать порождающий $КНПП$, а затем, ограничив число вершин и варьируя число дуг соответствующих графов, раскрыть многообразие возможных классов.

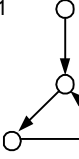
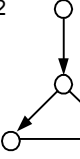

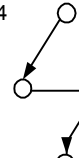
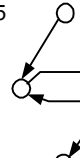
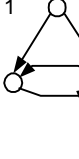



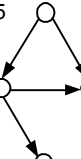
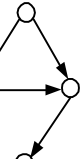
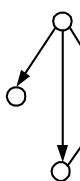
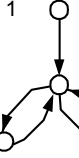

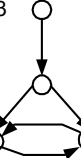
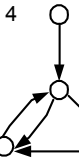
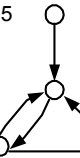
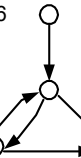
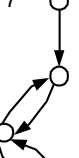
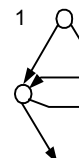
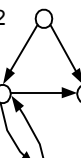
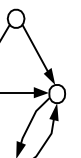

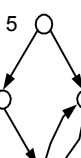
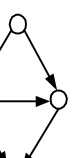
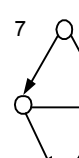
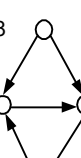
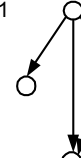
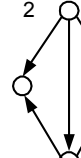
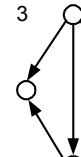
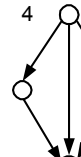




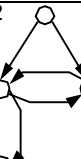
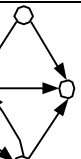
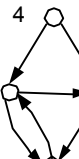
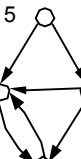
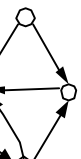
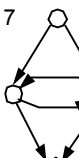

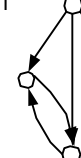
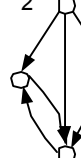
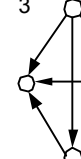
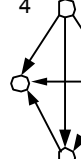
В таблице рассмотрены три порождающих $КНПП$, их графы приведены во второй строке.

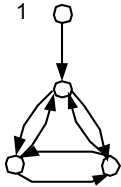
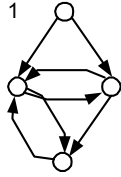
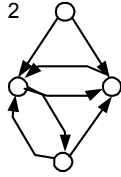
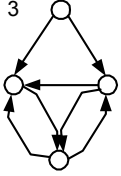
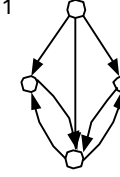
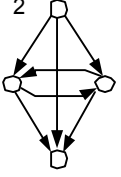
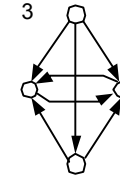
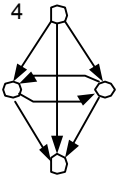
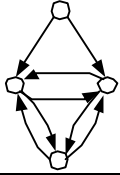
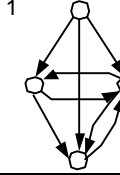
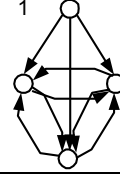
Остальная часть таблицы содержит всевозможные варианты $КЗПП$ при ограничении числа вершин графа $|K_i| \leq 4$ и при варьировании величины $|A_k|$ от 2 до 12.

Нижняя граница соответствует предельно простому возможному классу, но он в то же время является двухуровневым.

Верхняя граница – это число дуг в полном ориентированном четырехвершинном графе.

	$K_{01}=\{s, p_1\}$	$K_{02}=\{s, p_1, p_2\}$	$K_{03}=\{s, p_1, p_2, p_3\}$
1	2	3	4
κ			
2		—	—
3			—

1	2	3	4
4	<p>1 </p> <p>2 </p> <p>3 </p> <p>4 </p> <p>5 </p>	<p>1 </p> <p>2 </p> <p>3 </p> <p>4 </p> <p>5 </p> <p>6 </p>	<p>1 </p>
5	<p>1 </p> <p>2 </p> <p>3 </p> <p>4 </p> <p>5 </p> <p>6 </p> <p>7 </p>	<p>1 </p> <p>2 </p> <p>3 </p> <p>4 </p> <p>5 </p> <p>6 </p> <p>7 </p> <p>8 </p>	<p>1 </p> <p>2 </p> <p>3 </p> <p>4 </p>
6	<p>1 </p> <p>2 </p> <p>3 </p>	<p>1 </p> <p>2 </p> <p>3 </p> <p>4 </p> <p>5 </p> <p>6 </p> <p>7 </p> <p>8 </p>	<p>1 </p> <p>2 </p> <p>3 </p> <p>4 </p>

1	2	3	4
7		  	   
8	—		
9	—	—	
10 11 12	—	—	—

Для ссылки на графы таблицы будем использовать форму $[(i,k),j]$, где i – индекс образующего $KНПП$; k – число дуг в графе – значение первого столбца таблицы; j – номер графа в (i,k) ячейке. Считается, что причинно-следственные отношения должны обладать свойствами антисимметричности и транзитивности. Анализ взаимозависимости дефектов показывает, что $KЗПП$ может иметь свойство транзитивности (см., например, $[(1,4),2]$, $[(2,5),7]$), а может и не иметь его (см., например, $[(1,4),1]$, $[(2,5),8]$). Эти два случая допускают или исключают в графе $KЗПП$ контуры длиной больше двух. Аналогично класс может обладать или нет свойством антисимметричности. В последнем случае в графе класса допустимы контуры длины 2 (см., например, $[(1,3),1]$, $[(3,7),2]$).

Из таблицы исключены варианты изоморфных графов. Ограничение $|K_i| \leq 4$ позволило для класса K_{01} выйти на трехуровневые классы, для K_{02} – на двухуровневые классы, для K_{03} остаться в рамках первого уровня иерархии.

Для каждого элемента $KЗПП$ можно построить список входящих и список выходящих из него деревьев. Каждый элемент первого дает нам возможный сценарий причин или сопричин, способных породить данный дефект, каждый элемент второго – возможный сценарий следствий данного

эффекта.

Графы *КЗПП* качественно описывают причинно-следственные отношения. Такое описание уже может быть достаточным в некоторых диагностических приложениях, в частности при выборе *ДП*.

Если в фиксированном *КЗПП* существует такой *ПП*, который чувствителен ко всем другим *ПП* этого класса, то будет логично при глубине поиска до *КЗПП* выбрать этот показатель в качестве *ДП*. Если существует несколько таких показателей, то любой из них является кандидатом во множество *ДП*. Окончательное решение потребует дальнейшего анализа с привлечением дополнительной информации о *КЗПП*.

На языке теории графов вопрос о существовании специфических *ПП* можно сформулировать как вопрос о существовании в G_k для каждой вершины δ_i остовых входящих деревьев. Для ответа на данный вопрос будем использовать матричную теорему о деревьях для орграфов [2].

Введем обозначение: $R(G_k)$ – матрица смежности графа G_k ; $in(\delta_i)$ – число дуг, выходящих из δ_i ; $R_{in}(G_k)$ – матрица, полученная из $[-R(G_k)]$ заменой i -го элемента главной диагонали на $in(\delta_i)$. Легко проверить, что сумма элементов i -й строки матрицы $R(G_k)$ равна $in(\delta_i)$. Пусть $x_1=s$, $x_2=\delta_1$, $x_3=\delta_2$ и т.д. Тогда в принятых обозначениях вышеуказанная теорема формулируется следующим образом. Для каждого помеченного орграфа G_k алгебраическое дополнение любого элемента i -й строки матриц $R_{in}(G_k)$ равно числу остовых входящих деревьев, у которых вершина x_i является стоком.

Методику вычисления числа остовых входящих деревьев рассмотрим на примере графа $[(3,6), 3]$. Она заключается в следующем. Для G_k вычислить матрицу смежности $R(G_k)$; для каждой строки матрицы $R(G_k)$ вычислить $in(x_i)$; числа $in(x_i)$ поставить на место (i,i) в матрице $R(G_k)$, а остальные ее элементы инвертировать. Для нашего примера будем иметь

$$R(G_k) = \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array} \begin{array}{c|c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{array} & \begin{array}{c} in(x_i) \\ 3 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \end{array} \quad R_{in}(G_k) = \begin{array}{c|c} \begin{array}{cccc} 3 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{array} & \end{array}$$

Затем для каждой строки i -й матрицы $R_{in}(G_k)$ следует вычислить алгебраическое дополнение любого ее элемента, значение которого определяет число $N(x_i)$ остовых входящих деревьев для i -й вершины, т.е.

$$N(x_i) = (-1)^{i+j} M_{ij},$$

где M_{ij} – минор (i,j) элемента матрицы $R_{in}(G_k)$. Для рассматриваемого графа получим $N(x_1)=N(x_3)=N(x_4)=0$, $N(x_2)=6$. Все шесть остовых деревьев для вершины x_2 приведены на рисунке; здесь же приведены результаты обработки еще трех графов: $[(1,4), 1]$, $[(1,4), 2]$ и $[(2,6), 6]$.

При использовании методики для выбора ДП следует учитывать ряд особых случаев. Во-первых, для всех i $N(x_i)=0$. Этот случай существует в трех разновидностях.

1. Граф G_k представляет КНПП. Во множество ДП следует включить все показатели δ_i .

2. Граф G_k имеет на первом уровне иерархии вершины δ_i такие, что $\Gamma(\delta_i)=\emptyset$. Например, графы $[(2,3),2]$, $[(2,4),2]$, $[(3,4),1]$, $[(3,5),1]$, т.е. граф включает КНПП “склеенные” по источнику s . Из графа G_k следует исключить все такие δ_i , включив их во множество ДП, а усеченный граф исследовать дополнительно.

3. Граф G_k состоит из КНПП, “склеенных” не по источнику s . Например, графы $[(1,3),2]$, $[(2,4),5]$, $[(3,5),2]$. Во множество ДП следует включить все вершины, кроме основного и “дополнительных” источников.

Во-вторых, у единственной вершины δ_i несколько остовых деревьев. Этот случай имеет место для рассмотренных выше примеров (см. на рисунке d и а). Данная вершина включается во множество ДП.

В-третьих, для нескольких δ_i имеет место $N(x_i) \neq 0$ (см., например, на рисунке b и c). Во множество ДП включить только один δ_i такой, для которого существует остовый путь от вершины s до вершины δ_i . На рисунке остовые пути отмечены знаком плюс.

Ниже приводится процедура выбора ДП в КЗПП, учитывающая все рассмотренные выше особые случаи.

ШАГ 1. Для данного $G=\langle K,A \rangle$ вычислить матрицу смежности $R(G)=\|r_{ij}\|$; из $R(G)$ получить матрицу $(-R)$, в последней каждый r_{ii} , $i=1,n$, $n=|K|$ заменить на сумму элементов i -й строки матрицы $R(G)$, в результате получим $R_{in}(G)$.

ШАГ 2. Вычислить n -вектор h , i -м элементом которого является $N(x_i)$ – алгебраическое дополнение любого элемента i -й строки матрицы $R_{in}(G)$; $U=\emptyset$ [U – результирующее множество].

ШАГ 3. Если h является нуль-вектором, то перейти на ШАГ 4, иначе перейти на ШАГ 7.

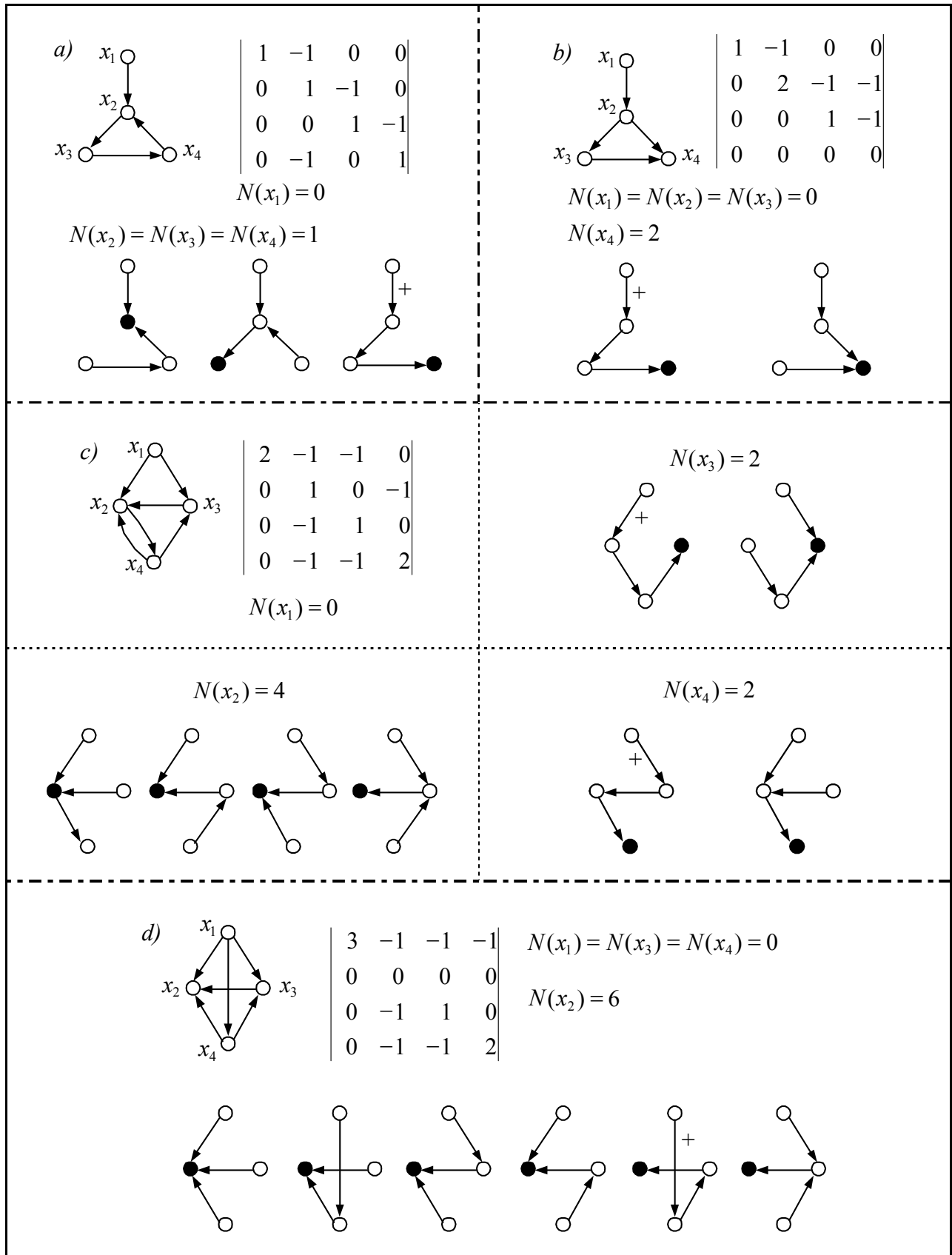
ШАГ 4. Если $A=\{x_l\}$ [$x_l=s$], то перейти на ШАГ 8, иначе перейти на ШАГ 5 [КНПП или вырожденный класс].

ШАГ 5. Если существует дуга (x_l, x_i) и $\Gamma(x_i)=\emptyset$, то $K=K \setminus \{x_i\}$, $U=U \cup \{x_i\}$ и перейти на ШАГ 4, иначе перейти на ШАГ 6.

ШАГ 6. Если G является композицией двух или более КНПП, то $U=U \cup U_n$ и перейти на ШАГ 8. [U_n – множество вершин КНПП без истоков], иначе перейти на ШАГ 7.

ШАГ 7. Если h имеет единственный элемент $N(x_i) \neq 0$, то $U=U \cup \{x_i\}$ и перейти на ШАГ 8, иначе из всех $\sum N(x_i)$ остовых деревьев выбрать любой остовый путь из x_l в x_k , $U=U \cup \{x_i\}$ и перейти на ШАГ 8.

ШАГ 8. Фиксация результата.



Остовые деревья КЗПП

ЛИТЕРАТУРА

1. *Воронин В.В., Ииханов Г.В., Костанди Г.Г.* Метод анализа зависимости на множестве переменных технического состояния объектов непрерывного типа. Испытание, контроль и диагностирование гибких производственных систем. М: Наука, 1988. С.247-254.
2. *Харари Ф.* Теория графов. М.: Мир, 1973.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Е.У. Чье.