УДК 62-50

© 2001 г. **Т.А. Галаган**,
Е.Л. Еремин, д-р техн. наук,
А.Д. Плутенко, канд. техн. наук
(Амурский государственный университет, Благовещенск)

РОБАСТНЫЙ АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫМ НЕЛИНЕЙНЫМ ОБЪЕКТОМ ДЛЯ СИСТЕМ С ЯВНОЙ ЭТАЛОННОЙ МОДЕЛЬЮ

Получено решение задачи синтеза робастных законов управления для класса динамических объектов, функционирующих в условиях априорной неопределенности, математические модели которых обладают существенной параметрической нестационарностью и описываются нелинейными дифференциальными уравнениями.

Введение

Во многих системах управления требуемое качество управления динамического объекта формируется с помощью явной эталонной модели. В них модель выступает как заданное динамическое звено, а цель управления состоит в обеспечении максимального приближения динамик системы управления и эталона. На основе квадратичного критерия абсолютной устойчивости в работе [1] предложен один из подходов к робастному управлению линейным нестационарным объектом с эталонной моделью, позволяющий синтезировать достаточно широкий спектр алгоритмов управления, существенным недостатком которых является наличие процедуры деления временных функций.

Постановка задачи

Рассматривается динамический объект, описываемый уравнением

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(x,t)x(t) + b(t)u + f(t), \qquad y(t) = x(t), \quad z = g^T y, \tag{1}$$

где $x \in R^n$ – вектор состояния; $u \in R$ – скалярное управление; $A(x,t)$ и $b(t)$ – матрица и вектор с неизвестными элементами; $f(t) \in R^n$ – вектор возмущающих воздействий; $y \in R^n$ – вектор выхода; z – обобщенный выход, формируемый линейным компенсатором с помощью специального выбора элементов вектора $g \in R^n$.

При действии на объект (1) внешних ограниченных воздействий, удовлетворяющих неравенству

$$\left| f(t) \right| \le f_0^2 = const, \tag{2}$$

требуется синтезировать робастный закон управления $u(t)$, обеспечивающий близость траекторий объекта управления (1) и эталонной модели

$$\frac{dx_M}{dt} = A_M x_M(t) + b_M r(t), \quad z_M = g^T x_M, \tag{3}$$

где $r(t) \in R$ – известное ограниченное задающее воздействие; A_M – известная числовая гурвицева матрица; b_M – известный числовой вектор, и тем самым обеспечить выполнение целевого условия

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{t\to\infty} (x_M(t) - x(t)) = 0. \tag{4}$$

Метод решения

При построении робастного закона управления на основе критерия гиперустойчивости воспользуемся этапами типовой последовательности синтеза [2], применяемой в случае разработки как адаптивных, так и робастных систем управления [3, 4].

Будем предполагать, что матрица ($A(x,t)$ - A_M) допускает факторизацию и совместно с вектором $b(t)$ эти матрица и вектор могут быть представлены следующим образом:

$$A(x,t) = A_M + b_M \beta^T(t) x^T(t) x(t), \quad b(t) = b_M (1 + \alpha(t)), \tag{5}$$

где $\beta(t)$ и $\alpha(t)$ – неизвестным образом изменяющиеся в ограниченных пределах векторная и положительно определенная скалярная функции.

1 этап. Вычитая из уравнения (3) уравнение (1), получим систему дифференциальных уравнений относительно векторного рассогласования или ошибки между состояниями объекта и эталонной модели, определяемой как $e(t) = x_M(t) - x(t)$:

$$\frac{de(t)}{dt} = A_M e(t) + b_M \mu, \quad \nu = g^T e(t), \tag{6}$$

$$\mu = r(t) - \beta^T(t) x(t) x^T(t) x(t) - u(1 + \alpha(t)) - f(t). \tag{7}$$

Система (6), (7) является эквивалентной формой записи рассматриваемой системы (1), (3), (5), причем (6) является линейной стационарной частью, а (7) – нелинейной нестационарной частью эквивалентной системы.

2 этап. Является центральным при построении робастных систем, поскольку его задача – синтез алгоритма робастного закона управления, явный вид которого определяется при решении проблемы положительности нелинейной нестационарной части, что обеспечивается выполнением интегрального неравенства В.М. Попова вида:

$$\eta(0,t) = -\int_0^t \mu(s)\nu(s)ds \ge -\gamma_0{}^2 = const, \quad \forall t > 0. \qquad (8)$$

Для удобства последующих преобразований левой части неравенства (8), с учетом явного вида функций $\nu(t)$ и $\mu(t)$, интегральное выражение представим в виде суммы интегралов:

$$\eta(0,t) = \sum_{i=1}^{3}\eta_i(0,t), \qquad (9)$$

используя следующие обозначения:

$$\begin{cases} \eta_1(0,t) = -\int_0^t r(s)g^T e(s)ds + \int_0^t f(s)g^T e(s)ds, \\ \eta_2(0,t) = \int_0^t \beta^T(s)x(s)x^T(s)x(s)g^T e(s)ds, \\ \eta_3(0,t) = \int_0^t u(s)(1+\alpha(s))g^T e(s)ds. \end{cases} \qquad (10)$$

Для оценки в (10) первого слагаемого имеем

$$\begin{aligned} &\eta_1(0,t) \ge -\gamma_1\int_0^t (1+\alpha(s))\,|r(s)|\,|g^T e(s)|\,ds - \\ &-\gamma_1\int_0^t (1+\alpha(s))\left|g^T e(s)\right| f_0^2 ds, \qquad \gamma_1 > 0. \end{aligned} \qquad (11)$$

Для оценки второго воспользуемся неравенством

$$\begin{aligned} &\beta^T(s)x(s)x^T(s)x(s) \ge -\gamma_2(\beta^T(s)x(s))^2 - \gamma_2(x^T(s)x(s))^2 - \\ &-\gamma_3\left|g^T e\right|^q \ge -\gamma_4 x^T(s)x(s) - \gamma_2(x^T(s)x(s))^2 - \gamma_3\left|g^T e(s)\right|^q, \end{aligned} \qquad (12)$$

где $\gamma_2 > 0.5, \gamma_3 > 0,\ \gamma_4 \ge \gamma_2 \sup_t \|\beta(t)\|^2,\ 0 \le q \le 1$. Тогда с учетом (12) интеграл $\eta_2(0,t)$ можно оценить следующим образом:

$$\begin{aligned} &\eta_2(0,t) \ge -\int_0^t [\gamma_2(x^T(s)x(s))^2 + \gamma_4 x^T(s)x(s) + \\ &+\gamma_3\left|g^T e(s)\right|^q](1+\alpha(s))\left|g^T e(s)\right|ds. \end{aligned} \qquad (13)$$

Кроме того, для (9), с учетом (10), (11), (13) и выносом за скобки общего множителя, в подынтегральном выражении имеем оценку:

$$\begin{aligned} &\eta(0,t) \ge -\int_0^t \{-u(s)\operatorname{sgn}(g^T e(s)) + \gamma_2(x^T(s)x(s))^2 + \gamma_4 x^T(s)x(s)) + \\ &+\gamma_3\left|g^T e(s)\right| + \gamma_1\left|r(s)\right| + \gamma_5\}(1+\alpha(s))\left|g^T e(s)\right|ds, \end{aligned} \qquad (14)$$

где $\gamma_5 = \gamma_1 f_0^2$.

Так как $\alpha(t) > 0$ по определению, то вынесенный множитель также положителен, и для выполнения неравенства (8) достаточно, чтобы выражение в фигурных скобках было равно нулю. Тогда можно определить явный вид алгоритма робастного закона управления как

$$u = \left(\gamma_1 |r| + \gamma_2 (y^T y)^2 + \gamma_4 y^T y + \gamma_3 \left|g^T e\right|^q + \gamma_5\right) \mathrm{sgn}(g^T e). \qquad (15)$$

Таким образом, синтезировав алгоритм робастного управления в виде (15), получаем оценку (8), что обеспечивает положительность нелинейной нестационарной части эквивалентной системы.

3 этап. Передаточная функция линейной стационарной части исследуемой системы имеет вид

$$W(p) = g^T (pE_n - A_M)^{-1} b_M = \frac{g^T (pE_n - A_M)^+ b_M}{\det(pE_n - A_M)}, \qquad (16)$$

где $p = j\omega$ – комплексная переменная, E_n – единичная матрица.

Для решения проблемы «положительности» линейной стационарной части требуется обеспечить выполнение условий вещественности и строгой положительности ее передаточной матрицы, т.е. справедливость частотного соотношения

$$\mathrm{Re}(W(j\omega)) > 0,\ \forall\omega \in (-\infty; +\infty), \qquad (17)$$

что достигается за счет специального выбора значений элементов вектора g, а именно так [2], чтобы полином числителя передаточной функции (16) был бы гурвицев степени n-1 с положительными коэффициентами.

4 этап. На данном этапе необходимо показать достижение в системе (1), (3), (5) целевого условия (4) и работоспособность этой системы при действии внешних помех, удовлетворяющих свойству (2).

Справедливость неравенств (8), (17), рассматриваемых для эквивалентной системы (6), (7), согласно критерию гиперустойчивости означает ее асимптотическую устойчивость и, следовательно, асимптотическую гиперустойчивость системы (1), (3), (5), (15), в силу чего обеспечивается выполнение целевого условия (4).

Пример

Рассмотрим задачу робастного управления в системе (1) – (3), (5), (15), в которой

$$A_M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -7.2 & -11 & -6 \end{pmatrix},\ b_M = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},\quad f = \begin{pmatrix} f_o \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\ \begin{cases} f_0 = 0.25\cos(0.01t), \\ r(t) = 2.5\sin(3t). \end{cases}$$

Пусть в условиях структурного согласования (5) функции $\alpha(t)$ и $\beta(t)$ имеют следующий вид:

$$\alpha(t) = 0.5 - 0.1\sin(t), \qquad \beta^T(t) = (8\cos 4t \quad 4 + \sin 6t \quad 3 - 0.5\sin t).$$

Кроме того, пусть элементы вектора g удовлетворяют условиям гурвицевости полинома числителя передаточной функции вида (16), в частности – g^T=(3 3.5 1), а значения констант в алгоритме робастного управления (15) заданы следующим образом:

$$\gamma_1 = 0.6 \; \gamma_2 = 10, \gamma_3 = 15, \gamma_5 = 1.2, \gamma_4 = 320, \; q = 0.3.$$

На рис.1 представлены результаты имитационного моделирования, где изображены временные характеристики переходного процесса: $z_m(t)$ – выход эталонной модели; $z(t)$ – обобщенный выход объекта управления; $u(t)$ – управляющее воздействие.

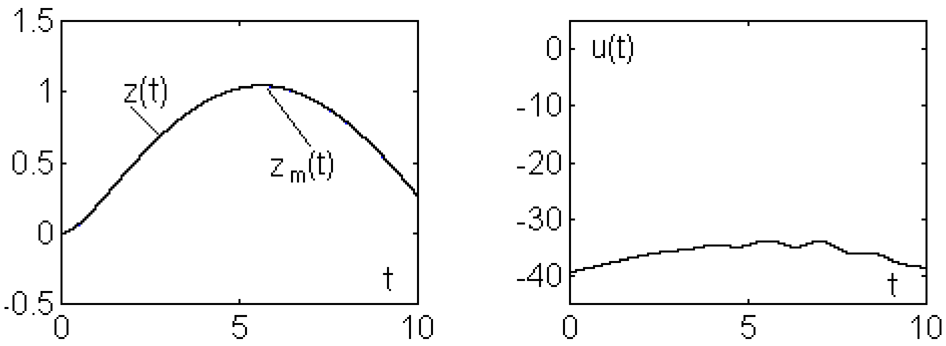

Рис.1. Временные характеристики системы (1) - (3), (5), (15) – выхода эталона, обобщенного выхода объекта управления, управляющего воздействия.

Следует отметить, что сигналы $z_m(t)$ и $z(t)$ на рис.1. визуально не различимы, так как величина рассогласования между объектом управления и эталоном $e(t)$ мала и не превышает 0.002. График $e(t)$ представлен на рис.2.

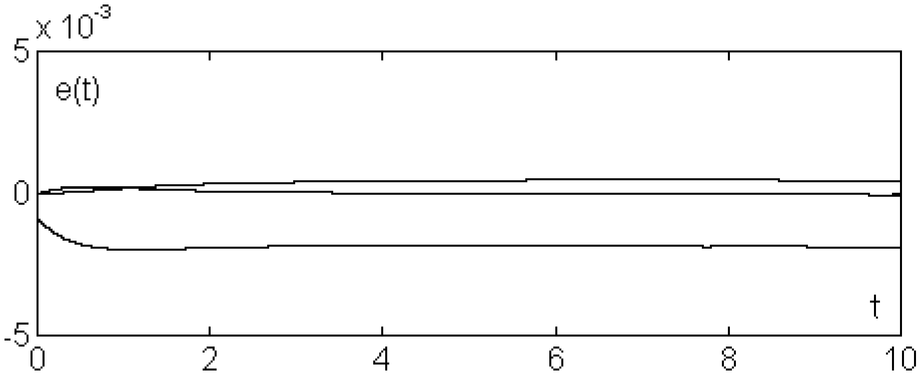

Рис.2. Величина рассогласования объекта управления и эталона.

Заключение

Применение аппарата критерия гиперустойчивости позволяет синтезировать достаточно эффективный алгоритм робастного управления нелинейным динамическим объектом, функционирующим в условиях априорной определенности и при постоянно действующих ограниченных возмущениях. Результаты имитационного моделирования демонстрируют качество управления в синтезированной системе.

Возможно применение данной методики для синтеза робастных алгоритмов для случаев векторного управления, а также для динамических объектов с запаздыванием.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Цыкунов А.М.* Робастное управление нестационарными объектами //АиТ. №2. 1996. С.117-123
2. *Еремин Е.Л., Цыкунов А.М.* Синтез адаптивных систем управления на основе критерия гиперустойчивости. Бишкек: Илим, 1992.
3. *Галаган Т.А., Еремин Е.Л.* Нелинейный алгоритм робастного управления динамическим объектом // VIII Всероссийский семинар «Нейроинформатика и ее приложения». Красноярск: КГТУ, 2000. С.39.
4. *Галаган Т.А., Еремин Е.Л.* Семейство робастно гиперустойчивых законов управления для систем с неявной эталонной моделью. // Математические методы в технике и технологиях ММТТ-2000: Сб. трудов международ. науч. конф. Т.2. Секции 2,8. СПб., 2000. С.62.
5. *Фрадков А.Л.* Адаптивное управление в сложных системах: беспоисковые методы. М.: Наука, 1990.

УДК 62-506.12

© 2001 г. **С.Г. Самохвалова**
(Амурский государственный университет, Благовещенск)

АЛГОРИТМЫ АДАПТАЦИИ ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С НАСТРОЙКОЙ КОМПЕНСАТОРА

Рассматривается задача синтеза устойчивых систем управления с непрерывным управляющим устройством и дискретным алгоритмом адаптации для многосвязных объектов и объектов с запаздыванием по состоянию.

Введение

В настоящее время при построении адаптивных систем управления широко применяются средства вычислительной техники. Существует целый ряд объективных факторов, обусловливающих это. С одной стороны, автоматизации подвергаются все более сложные объекты управления, что