



УДК 531/534:57+612.7

© 2004 г. **А.В. Бушманов**, канд. техн. наук,
Н.В. Назаренко,
Л.А. Соловцова

(Амурский государственный университет, Благовещенск)

РАСЧЕТ БИОМЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК АППАРАТА ФИКСАЦИИ КОСТНЫХ ОТЛОМКОВ

В работе представлен расчет на прочность аппарата фиксации костных отломков головки бедренной кости методом конечных элементов.

Введение

Современные принципы лечения переломов длинных костей предусматривают точную репозицию отломков и их стабильную фиксацию во время всего процесса срастания, обеспечение возможности ранней реабилитации. В практике лечения переломов длинных костей широкое применение нашли аппараты внешней фиксации, жестко скрепляющие костные отломки и образующие вместе с костью единую биомеханическую систему.

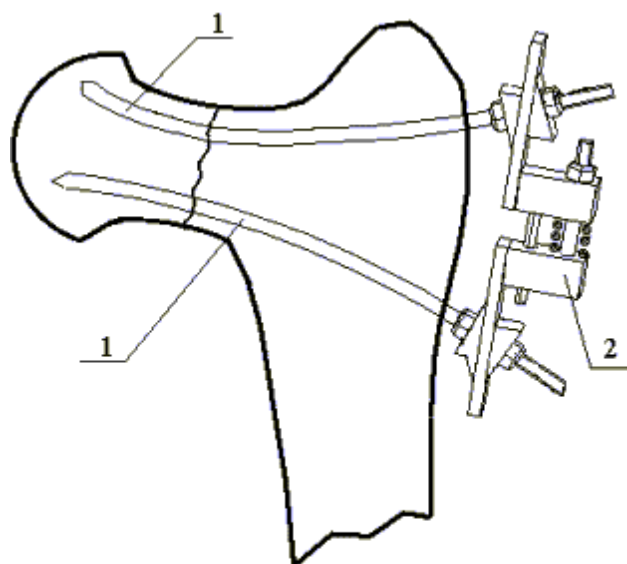


Рис. 1. Аппарат для остеосинтеза переломов шейки бедра.

Нами предложен аппарат [1] для остеосинтеза переломов шейки бедра, представленный на рис. 1.

Аппарат представляет собой конструкцию, состоящую из двух изогнутых стержней 1 диаметром 6 мм, жестко закрепленных в компрессирующем узле 2. Длина стержней – 150 мм.

Стержни изготовлены из титанового сплава ВТ-5.

Преимуществом аппаратов внешней фиксации является принципиальная возможность изменять при необходимости их жесткость, это управляемые ап-

параты, позволяющие в той или иной степени регулировать величину нагрузки на зону перелома, сустав, кость.

Целью исследования является применение широко используемого в инженерных расчетах метода конечных элементов для определения прочностных характеристик аппарата внешней фиксации переломов шейки бедра.

Постановка задачи

Механические свойства устройства фиксации костных отломков в значительной степени обуславливаются напряженно-деформированным состоянием ее элементов и меняются при изменении нагрузки, действующей на элементы, т.е. конструкция «адаптируется» к нагрузке.

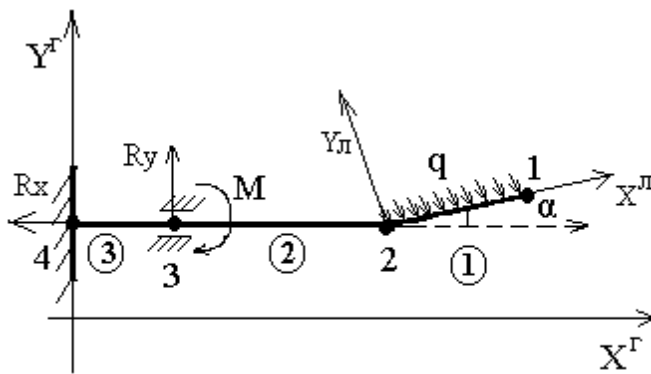


Рис. 2. Расчетная схема изогнутого стержня.

На рис. 2 представлен изогнутый стержень аппарата фиксации, имеющий следующие геометрические и физические характеристики: диаметр стержня (d), радиус кривизны стержня (R), площадь поперечного сечения стержня (A), длина стержня (L), распределенная сила (q), модуль упругости в продольном направлении (E).

Разобьем исследуемый объект на три стержневых элемента. Длина первого элемента L_1 , второго L_2 , третьего L_3 . Для рассматриваемой конструкции имеем три элемента с четырьмя узлами. Каждый элемент будет иметь три степени свободы, в соответствии с которыми вычисляются коэффициенты жесткости. Стержень жестко закреплен в узле четыре. Узел три шарнирно-подвижен. На первый элемент действует распределенная сила q , вызывающая в узле три изгибающий момент (M).

Вектор обобщенных перемещений для каждого элемента имеет вид

$$\{\Delta\}^T = \{u, v, \Theta\}, \quad (1)$$

где u, v – перемещения произвольного сечения элемента вдоль осей X и Y , а Θ – угол поворота нормального сечения.

Уравнение равновесия для всей конструкции будет иметь вид

$$\{F\} = [k] \{\Delta\}, \quad (2)$$

где $[k]$ – матрица жесткости всей конструкции;

$\{\Delta\}$ – вектор узловых перемещений;

$\{F\}$ – вектор узловых сил.

В локальной координатной системе матрица жесткости для каждого из трех элементов будет выглядеть следующим образом [2]:

$$k^{лок} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где момент инерции и площадь поперечного сечения для стержня круглого сечения вычисляются по формулам:

$$I = \frac{\pi \cdot d^4}{64}, \quad (4)$$

$$A = \pi \cdot r^2. \quad (5)$$

Глобальную систему координат выберем таким образом, чтобы ее оси X^e и Y^e совпадали по направлению с осями X^l и Y^l локальной системы координат для элементов 2 и 3.

На основании формулы [2]

$$\{u^{лок}\} = \bar{T} \cdot \{u^{глоб}\}, \quad (6)$$

для данной конструкции матрица перехода от локальной к глобальной системе координат – \bar{T} , имеет вид

$$\bar{T} = \begin{bmatrix} l & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -m & l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -m & l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где для элемента 1 значения l и m определяются соотношениями

$$l = \cos\alpha, \quad m = \sin\alpha. \quad (8)$$

Применяя формулу перехода из локальной в глобальную систему координат, для элемента 1 матрицу жесткости окончательно можно описать в виде

$$k^{глоб} = \bar{T}^T \cdot k^{лок} \cdot \bar{T}. \quad (9)$$

Сформируем общую матрицу жесткости $[K^{глоб}]$ для всей конструк-

ции в глобальной системе координат путем сложения матриц $k_1^{глоб}$, $k_2^{глоб}$, $k_3^{глоб}$ и определим вектор перемещений по формуле

$$\{\Delta\} = [K^{глоб}]^{-1} \cdot \{F\}, \quad (10)$$

$$\{F\} = \{F_{1x} \ F_{1y} \ M_1 \ F_{2x} \ F_{2y} \ M_2 \ F_{3x} \ F_{3y} \ M_3 \ F_{4x} \ F_{4y} \ M_4\}^T. \quad (11)$$

Для определения опорных реакций необходимо решить матричную систему уравнений для элемента 3.

$$\begin{Bmatrix} R_y \\ R_x \end{Bmatrix} = [k_3^{глоб}] \begin{Bmatrix} v_3 \\ u_4 \end{Bmatrix}. \quad (12)$$

Реализация модели

Расчетная схема аппарата приведена на рис. 3. Конструкция симметрична относительно оси X , следовательно, достаточно рассмотреть только верхнюю часть.

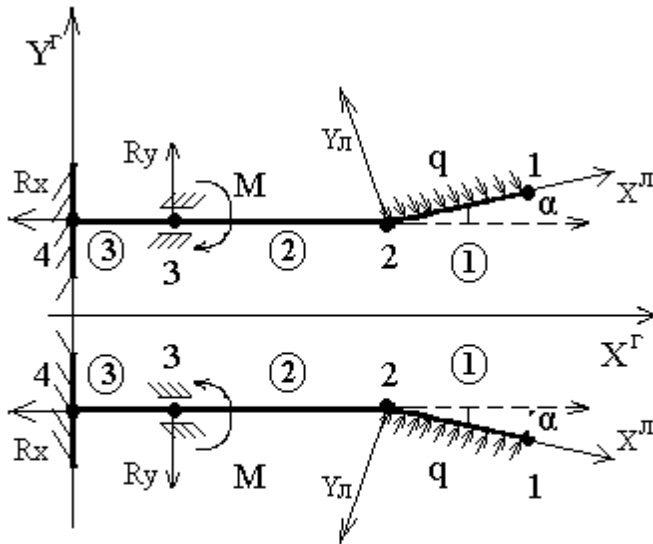


Рис. 3. Расчетная схема фиксирующего устройства.

Кость рассматривалась как сплошная среда с неоднородными и анизотропными свойствами.

Длина первого элемента $L_1 = 40$ мм, второго элемента $L_2 = 80$ мм, третьего $L_3 = 30$ мм. На элемент 1 действует распределенная нагрузка $q = 30$ Н/м. Модуль упругости $E = 2 \cdot 10^{11}$.

Приведем распределенную нагрузку к узлам 1 и 2.

Согласно выражению (3) матрица жесткости для элемента 2 в локальной системе координат

будет иметь вид

$$k_2^{лок} = 10^{12} \begin{bmatrix} 1.76 & 0 & 0 & -1.76 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0074 & 0.0003 & 0 & -0.0074 & 0.0003 \\ 0 & 0.0003 & 0 & 0 & -0.0003 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.76 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0003 & 0 & 0 & -0.0003 \\ 0 & 0.0003 & 0 & 0 & -0.0003 & 0 \end{bmatrix},$$

для элемента 3

$$k_3^{лок} = 10^{13} \begin{bmatrix} 8.88 & 0 & 0 & -8.88 & 0 & 0 \\ 0 & 2.67 & 0.004 & 0 & -2.67 & 0.004 \\ 0 & 0.004 & 0.0001 & 0 & -0.0004 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8.88 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0002 & -0.004 & 0 & 0.0002 & -0.004 \\ 0 & 0.004 & 0 & 0 & -0.004 & 0.0001 \end{bmatrix}.$$

Для элемента 1 матрица жесткости в локальных координатах описывается следующим образом:

$$k_1^{лок} = 10^{13} \begin{bmatrix} 2.81 & 0 & 0 & -2.81 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0474 & 0.0009 & 0 & -0.0474 & 0.0009 \\ 0 & 0.0009 & 0 & 0 & -0.0009 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.81 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0001 & -0.0009 & 0 & 0.0001 & -0.0009 \\ 0 & -0.0009 & 0 & 0 & -0.0009 & 0 \end{bmatrix}.$$

Глобальную систему координат выберем таким образом, чтобы ее оси X^e и Y^e совпадали по направлению с осями X^l и Y^l для элементов 2 и 3, т.е.

$$k_2^{лок} = k_2^{глоб}, \quad k_3^{лок} = k_3^{глоб}.$$

Применяя выражения (6) – (9) для перехода из локальной системы координат в глобальную, для элемента 1 в глобальной координатной системе получаем окончательное выражение матрицы жесткости в виде

$$k_1^{глоб} = 10^{13} \begin{bmatrix} 2.12 & 1.197 & -0.0005 & -2.12 & -1.197 & -0.0005 \\ 1.197 & 0.7382 & 0.0008 & -1.197 & -0.7382 & 0.0008 \\ -0.0005 & 0.0008 & 0 & 0.0005 & -0.0008 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0005 & 2.1079 & 1.217 & 0.0005 \\ 0 & -0.0001 & -0.0008 & 1.217 & 0.7027 & -0.0008 \\ -0.0005 & -0.0008 & 0 & 0.0005 & -0.0008 & 0 \end{bmatrix}.$$

Далее элементы $k_1^{глоб}$, $k_2^{глоб}$ и $k_3^{глоб}$ рассматриваем как конструкцию, для которой общая матрица жесткости формируется в следующем виде:

$$K^{глоб} = \begin{bmatrix} K_{nn} & K_{nk} \\ K_{kn} & K_{kk} \end{bmatrix},$$

где

$$K_{HH} = 10^{13} \begin{bmatrix} 2.12 & 1.197 & -0.0005 & -2.12 & -1.197 & -0.0005 \\ 1.197 & 0.7382 & 0.0008 & -1.197 & -0.738 & 0.0008 \\ -0.0005 & 0.0008 & 0 & 0.0005 & -0.0008 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0005 & 2.108 & 1.217 & 0.0005 \\ 0 & -0.0001 & -0.0008 & 1.217 & 0.703 & -0.0008 \\ -0.0005 & -0.0008 & 0 & 0.0005 & -0.0008 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_{HK} = 10^{13} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.176 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0007 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad K_{KH} = 10^{13} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$K_{KK} = 10^{13} \begin{bmatrix} 9.058 & 0 & 0 & -8.883 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2665 & 0.004 & 0 & -0.2665 & 0.004 \\ 0 & 0.004 & 0.0001 & 0 & -0.004 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8.883 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0002 & -0.004 & 0 & 0.0002 & -0.004 \\ 0 & 0.004 & 0 & 0 & -0.004 & 0.0001 \end{bmatrix}.$$

Введем граничные условия для перемещений

$$\Theta_1 = \Theta_2 = u_3 = v_3 = u_4 = v_4 = \Theta_4 = 0$$

и для сил

$$F_{1x} = \frac{q \cdot L_1}{2} \cos \alpha, \quad F_{1y} = \frac{q \cdot L_1}{2} \sin \alpha,$$

$$F_{2x} = \frac{q \cdot L_1}{2} \cos \alpha, \quad F_{2y} = \frac{q \cdot L_1}{2} \sin \alpha,$$

$$M_3 = q \cdot \left(L_2 + \frac{L_1}{2} \cdot \cos \alpha \right).$$

Вектор сил сформируем в виде

$$\{F\}^T = \{F_{1x} \quad F_{1y} \quad 0 \quad F_{2x} \quad F_{2y} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad M_3 \quad 0 \quad 0 \quad 0\}.$$

Учет этих граничных условий позволяет из выражения (10) получить следующее численное решение для вектора перемещений:

$$\{\Delta\}^T = 10^{-8} \{0.009 \quad -0.018 \quad -0.001 \quad 0.023 \quad -0.043 \quad -1.495 \quad 0 \quad -1.108 \quad -0.015 \quad 0 \quad -1.108 \quad 0.015\}.$$



Опорные реакции, согласно выражению (2), будут иметь следующие значения:

$$R_{4x} = -0.01, R_{3y} = 2,9 \cdot 10^4, R_{4y} = -2,9 \cdot 10^4.$$

Заключение

Для определения прочностных характеристик аппарата внешней фиксации переломов шейки бедра как стержневой системы использован метод конечных элементов. Результаты вычислительного эксперимента показали, что применяемый подход к представлению элементов аппарата фиксации в виде изогнутых стержней является достаточно обоснованным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Патент РФ № 2180196. Устройство для остеосинтеза переломов шейки бедра. /Бушманов А.В., Назаренко Н.В., Воронин Н.И., Шатковская В.В. Б.И. 2002. №7.
2. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы. М.: Мир, 1984.

УДК 544.431

© 2004 г. **Е.А. Ванина**, канд. физ.-мат. наук,
И.В. Шишло

(Амурский государственный университет, Благовещенск)

РАСЧЕТ ПОТЕРЬ ЭНЕРГИИ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ЭЛЕКТРОНАМИ КРИСТАЛЛА LiF

Для облучаемых электронами щелочно-галогидных кристаллов LiF аналитически определены потери энергии и рассчитана плотность потерь энергии для одного электрона из пучка.

Введение

В настоящее время актуальными являются вопросы управления свойствами функциональных кристаллических материалов путем воздействия на них ионизирующих излучений. Это связано с широким применением кристаллических материалов в различных функциональных устройствах.

Особый интерес представляют щелочно-галогидные кристаллы LiF, которые используются для получения активных лазерных сред на центрах