4. *Бернацкий Ф.И., Диго Г.Б., Диго Н.Б.* Построение области робастных управлений на параллельных процессорах // Информатика и системы управления. – 2003. – № 1(5). – С. 92-100.
5. *Черников С.Н.* Линейные неравенства. – М.: Наука, 1968.
6. *Александров А.Д.* Выпуклые многогранники. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1950.

Статья представлена к публикации членом редколлегии О.В. Абрамовым.

УДК 681.5.015.63-192

© 2006 г. **А.А. Евдокименко,**
Я.В. Катуева, канд. техн. наук
(Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток)

НАХОЖДЕНИЕ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ ОБЛАСТИ РАБОТОСПОСОБНОСТИ, ЗАДАННОЙ В МАТРИЧНОЙ ФОРМЕ[1]

Рассматривается задача нахождения центра тяжести областей работоспособности, возникающая в процессе проектирования и управления с учетом параметрических возмущений. Для ее решения разработаны алгоритмические и программные средства, в основе которых лежит идея распараллеливания процессов поиска конечного результата.

Введение

Одним из этапов процесса проектирования технических устройств и систем с учетом возможных вариаций параметров их элементов является нахождение множества допустимых изменений параметров (области работоспособности)[1]. Знание области работоспособности исследуемого устройства необходимо для решения ряда различных задач, обычно рассматриваемых в теории надежности. Среди них можно выделить следующие задачи:

оценка способности системы сохранять работоспособность при отклонениях параметров ее элементов от расчетных значений;

оценка чувствительности параметров и выделение определяющих входных параметров;

назначение допусков на параметры;

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 05-08-01398 и гранта ДВО РАН 06-3-03 «Разработка комплекса алгоритмов и программ параметрического синтеза по критерию надежности».

выбор наилучших (оптимальных) в том или ином смысле номинальных значений параметров схемных компонентов.

Основные трудности при построении областей работоспособности связаны с большой размерностью пространства варьируемых параметров, следствием которой являются вычислительная трудоемкость соответствующих алгоритмов и сложность интерпретации результатов.

В данной работе предлагается алгоритм нахождения одной из характерных точек области работоспособности – центра тяжести области, для реализации которых используются программные и технические средства параллельных вычислений. Предлагаемые алгоритмические средства ориентированы, прежде всего, на решение задачи оптимального параметрического синтеза по критериям надежности [1].

Постановка задачи

Задача оптимального параметрического синтеза радиоэлектронной аппаратуры (РЭА) состоит в выборе номинальных значений внутренних параметров исследуемого устройства $x_{ном} = (x_{1ном},...,x_{n\,ном})$, обеспечивающих максимум вероятности его безотказной работы в течение заданного времени:

$$x_{ном} = \arg\max P\{\boldsymbol{X}(x_{ном},t) \in D_{\boldsymbol{x}}, \forall t \in [0,T]\}, \tag{1}$$

где $\mathbf{X}(x_{ном},t)$ – случайный процесс изменения параметров; $D_{\mathbf{x}}$ – область работоспособности; T – заданное время эксплуатации устройства.

Область работоспособности $D_{\mathbf{x}}$, как правило, неизвестна, поэтому условия работоспособности обычно задаются системой неравенств:

$$a_j \le y_j(\mathbf{x}) \le b_j, \quad j = 1,...,m, \tag{2}$$

где $\mathbf{y} = \{y_j\}_{j=1}^{m}$ – вектор выходных параметров устройства, причем $y_j = F_j(x_1,...,x_n)$, а $F_j(.)$ – известный оператор, зависящий от топологии исследуемого устройства.

Расчет и анализ параметрической надежности базируется на анализе взаимосвязей выходных характеристик РЭА и параметров составляющих ее элементов с учетом технологического разброса, влияния внешних воздействий, температурного и временного дрейфа этих параметров. Обобщенной характеристикой параметрической надежности является область работоспособности D_x, построенная в пространстве R^n параметров элементов.

Пусть имеется n входных параметров системы.

Тогда задача параметрического синтеза заключается в том, чтобы случайная точка ($\boldsymbol{X(t)}$) как можно дольше находилась в области работоспособности D_x. Применительно к задаче оптимизации серийнопригодности и параметрической надежности задача параметрического синтеза формулируется следующим образом.

1. Система должна удовлетворять условиям работоспособности в момент выхода из производства (производственно-технологический разброс параметров)

$P(0)=P\{\mathbf{X}(0)\ \hat{I}\ D_x\}$.

2. Система должна удовлетворять условиям работоспособности на протяжении времени эксплуатации T (эксплуатационный дрейф параметров)

$P(T)=P\{\mathbf{X}(t)\ \hat{I}\ D_x,\ ''\ t\,\hat{I}\,[0,T]\}$.

Таким образом, задача ПС может рассматриваться как задача нахождения в области работоспособности такой точки, для которой данные вероятности будут максимальными.

Зная n-мерную область работоспособности D_x и функцию распределения вероятности параметров $f(X_1,...,X_n)$ для момента времени T, можно решить задачу (1), найдя такую точку $x_{ном}=(x_{1ном},...,x_{nном})$, в которой:

$$x_{ном}=\arg\max P\{\iint\limits_{D_x}...\int f\big(X_1-x_{1ном},X_2-x_{2ном},...,X_n-x_{пнно}\big)dX_1...dX_n\}.$$

Однако поставленная задача для произвольной функции распределения $f(X_1,...,X_n)$ и произвольной области работоспособности D_x не имеет аналитического решения. При отсутствии каких-либо статистических данных об уходах параметров во времени оптимальной точкой является центр тяжести области работоспособности. В работе [2] доказаны условия выбора центра тяжести области работоспособности как оптимальных номинальных значений параметров.

Для нахождения области работоспособности и ее представления в матричной форме применяется методика, изложенная в работе [3].

Область работоспособности D_x аппроксимируется некоторой фигурой D_X^0, представляющей собой объединение конечного числа элементарных брусков-ячеек (для n-мерной области – n-мерных гиперпараллелепипедов).

Данная фигура, как и область работоспособности, принадлежат описанному брусу B_0,

$$B_o=\{\mathbf{x}\in R^n\,|\,a_i^0\le x_i\le b_i^0\ \forall i=\overline{1,n}\},$$

где $a_i^0=\min\limits_{x\in D_x} x_i$; $b_i^0=\max\limits_{x\in D_x} x_i$ – границы описанного бруса, разбитого на элементарные бруски-ячейки

$$B_0=\bigcup_{k_1=1}^{l^1}\bigcup_{k_2=1}^{l^2}...\bigcup_{k_n=1}^{l^n}B_{k_1,k_2,...k_n},$$

где $\mathbf{l} = (l_1,...,l_n)$ – число интервалов разбиения по каждому координатному направлению.

Тогда центр тяжести области работоспособности $D_\mathbf{x}$ совпадает с центром тяжести фигуры D_x^0 с достаточной точностью [3].

Пример фигуры, аппроксимирующей область работоспособности объединением элементарных брусков-ячеек, представлен на рис. 1. Описанный брус разбит на 192 бруска, фигура D_x^0 состоит из 127 брусков.

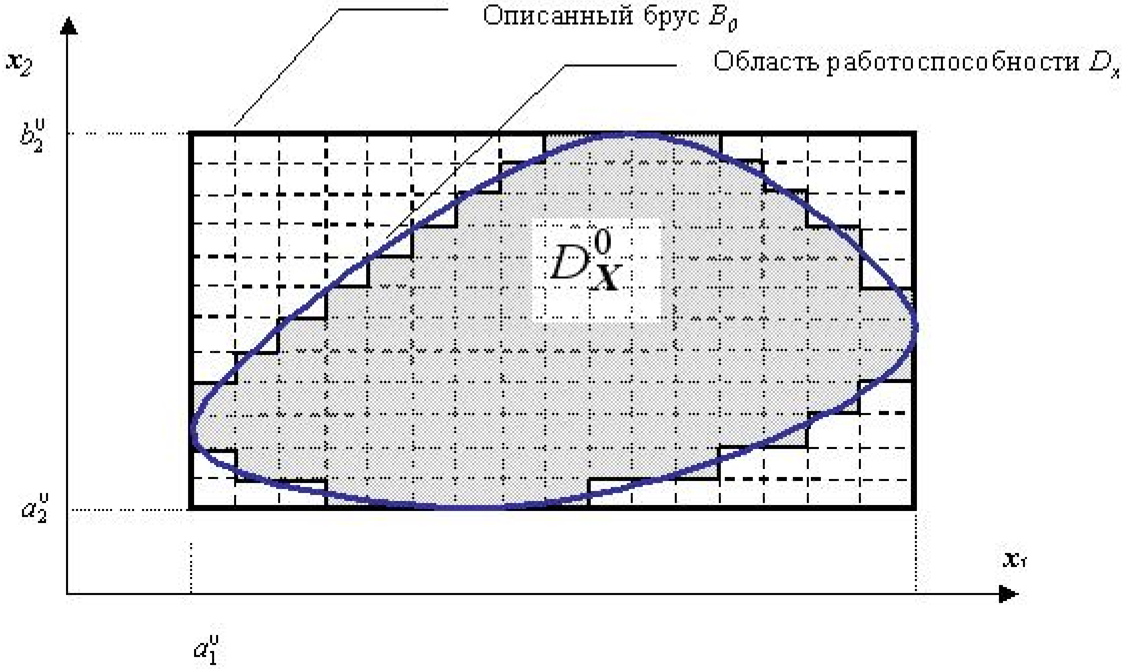

Рис. 1. Аппроксимация области работоспособности в брусе B_0 при n=2, $\mathbf{l}$=(16,12), R=192, M=127.

Для представления информации об аппроксимирующей фигуре D_x^0 разбитому на бруски $B_{k_1,k_2,...k_n}$ $k_1 = \overline{1,l_1}$, … , $k_n = \overline{1,l_n}$ описанному брусу B_o можно сопоставить n-мерный массив $A[l_1,l_2,...,l_n]$, являющийся дискретным аналогом описанного бруса B_0 [3]. Размерность массива совпадает с размерностью пространства входных параметров. Элементы этого массива содержат информацию о соответствующем бруске (хороший или плохой, 1 или 0). Всего массив будет содержать $R = \prod_{i=1}^{n} l_i$ элементов (рис. 2).

Представление n-мерного массива с помощью одномерного, в котором элементы записываются последовательно в одну строку, описано в работе [3].

Задача нахождения центра тяжести области работоспособности D_X сводится к задаче нахождения центра тяжести фигуры D_X^0, представленной внутри описанного бруса в матричной форме в виде n-мерного массива $A[l_1, l_2, \ldots l_n]$ и $\boldsymbol{l} = (l_1, \ldots, l_n)$ - числа интервалов разбиения описанного бруса по каждому координатному направлению.

$$A[16,12] = \begin{pmatrix} 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 \\ 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0 \\ 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0 \\ 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0 \\ 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1 \\ 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1 \\ 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1 \\ 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0 \\ 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0 \\ 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0 \\ 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0 \\ 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0 \end{pmatrix}$$

Рис. 2. Массив аппроксимации области работоспособности в брусе B_0.

Алгоритм нахождения центра тяжести фигуры, являющейся объединением элементарных брусков-ячеек

Будем рассматривать построенную фигуру $D_{\boldsymbol{X}}^0$ как систему M материальных точек единичной массы.

Тогда координаты центра тяжести $\overline{C} = (x_{\overline{C}_1}, \ldots, x_{\overline{C}_n})$ фигуры $D_{\boldsymbol{X}}^0$ можно найти как:

$$x_{\overline{C}_i} = \frac{\sum\limits_{j=1}^{M} I_i(j)}{M},$$

где M – общая нормированная масса фигуры $D_{\boldsymbol{X}}^0$ (число элементарных брусков-ячеек, из которых состоит $D_{\boldsymbol{X}}^0$), $I_i(j)$ – статические моменты составляющих ее элементарных брусков-ячеек относительно соответствующих осей.

Статистические моменты $\boldsymbol{I}(B_{k_1, k_2, \ldots k_n})$ соответствующего бруска $B_{k_1, k_2, \ldots k_n}$ вычисляются следующим образом:

$$I_j(B_{k_1, k_2, \ldots, k_n}) = \begin{cases} k_j, \; \textit{если} \quad B_{k_1, k_2, \ldots, k_n} \in D_X^0, \\ 0, \; \textit{впротивном случае}, \end{cases}$$

для $j = \overline{1, n}.$

Поскольку аппроксимирующая область работоспособности фигура $D_{\boldsymbol{X}}^0$ представлена «хорошими» брусками-ячейками в описанном брусе B_0, то координаты ее центра тяжести можно искать по всему описанному брусу B_0 по формуле:

$$x_{\overline{C}_i} = \frac{\sum_{k_1=1}^{l_1} \sum_{k_2=1}^{l_2} \ldots \sum_{k_n=1}^{l_n} I_i(B_{k_1 k_2 \ldots k_n})}{M},$$

для $k_1 = \overline{1, l_1}$, … , $k_n = \overline{1, l_n}$.

Если центр тяжести области работоспособности находится одновременно с построением фигуры и соответствующего массива представления описанного бруса, то процедура заполнения массива $A[l_1, l_2, \ldots l_n]$ и нахождения центра тяжести $\overline{C} = (x_{\overline{C}_1}, \ldots, x_{\overline{C}_n})$ заключается в следующем.

Пусть известны границы описанного бруса $\mathbf{a}^0, \mathbf{b}^0$, число его разбиений по осям $\mathbf{l} = (l_1, \ldots, l_n)$, $\boldsymbol{h} = (h_1, \ldots, h_n)$ – соответственно шаг разбиения по осям, $M = 0$ – число «хороших» элементов матрицы, $\boldsymbol{SI} = (SI_1, \ldots, SI_n)$ – массив сумм статических моментов масс относительно n координатных осей.

Алгоритм 1.

1. Для $k_n = \overline{1, l_n}$; $k_{n-1} = \overline{1, l_{n-1}}$; …; $k_1 = \overline{1, l_1}$.

   1.1. Вычисляем координаты представителя бруска-ячейки $\boldsymbol{x}_{k_1 k_2 \ldots k_n}$

   $$x_i = a_i^0 + h_i k_i - \frac{h_i}{2}, i = \overline{1, n}.$$

   1.2. Вычисляем значения выходных параметров $\boldsymbol{y}(\boldsymbol{x}_{k_1 k_2 \ldots k_n})$.

   1.3. Проверяем условия работоспособности (2).

   1.4. Если условия (2) выполнены, то

   $A(k_1, k_2, \ldots, k_n) = 1, \quad M = M + 1,$

   $SI_i = SI_i + k_i, i = \overline{1, n}$

   1.5. Иначе $A(k_1, k_2, \ldots, k_n) = 0$.

2. Вычисляем координаты центра тяжести D_X^0:

$$x_{\overline{C}_i} = \frac{SI_i}{M}, i = \overline{1, n}.$$

В результате получаем массив представления $A[l_1, l_2, \ldots l_n]$, количество хороших брусков M (или относительную массу аппроксимирующей область работоспособности фигуры D_X^0) при разбиении описанного бруса B_0 на бруски-ячейки и координаты центра тяжести $\overline{C}$ фигуры D_X^0.

В случае, если массив $A[l_1, l_2, \ldots l_n]$ предварительно построен, процедура нахождения центра тяжести фигуры D_X^0 следующая.

Алгоритм 2.

1. Для $k_n = \overline{1, l_n}$; $k_{n-1} = \overline{1, l_{n-1}}$; …; $k_1 = \overline{1, l_1}$:

   если $A(k_1, k_2, \ldots, k_n) = 1$, то $SI_i = SI_i + k_i, i = \overline{1, n}$

2. Вычисляем координаты бруска – центра тяжести фигуры D_X^0 :

$$x_{\overline{C}_i} = \frac{SI_i}{M}, i = \overline{1,n}.$$

Таким образом, для нахождения центра тяжести фигуры необходимо провести полный перебор элементов массива $A[l_1, l_2, ... l_n]$.

Найдя центр тяжести D_X^0, проведем его обратное отображение на область работоспособности $D_{\mathbf{x}}$:

$$x_{C_i} = \frac{b_i^0 - a_i^0}{l_i} x_{\overline{C}_i}, \quad i = \overline{1,n}.$$

Параллельная реализация алгоритма нахождения центра тяжести фигуры, являющейся объединением элементарных брусков-ячеек

Изложенная процедура построения массива $A[l_1, l_2, ... l_n]$ [3] и нахождения центра тяжести области работоспособности обладает большим потенциалом параллелизма. Поскольку суть данного алгоритма заключается в полном переборе брусков-ячеек, то естественно производить распараллеливание по данным. Наличие циклов при переборе позволяет разбить брус B_0 на l_n непересекающихся подбрусов по n-й оси координат, каждому из параллельных процессов назначить соответствующую область с последующей передачей данных о сумме моментов между процессорами аналогично параллельной процедуре построения массива $A[l_1, l_2, ... l_n]$ и фигуры D_X^0, изложенным в работе [3]. Каждому из процессоров при такой схеме вычислений назначается некоторое количество типовых процедур, заключающихся в проверке (либо вычислении выходных характеристик системы и проверке условий работоспособности) принадлежности элементарного бруска-ячейки области работоспособности и вычислении его статических моментов. Подобные переборные алгоритмы обладают высокой эффективностью и ускорением, близким к линейному.

Вместе с тем стоит обратить внимание на некоторые особенности параллельного вычислительного алгоритма при нахождении центра тяжести по уже готовому массиву $A[l_1, l_2, ... l_n]$. Поскольку типовая процедура параллельного алгоритма в данном случае заключается в вычислении статических моментов бруска-ячейки, если он принадлежит D_X^0, то временные затраты на ее выполнение будут не столь велики. Поэтому при большом числе типовых процессов временные затраты на пересылку данных могут превысить временные затраты на вычисления для каждого из процессоров, что приведет к снижению эффективности параллельного алгоритма.

Заключение

Предложенный в статье подход позволяет найти одну из характеристических точек области работоспособности в задаче параметрического синтеза. Проведенные исследования показывают, что методы построения описанного бруса, его представление в виде массива и метод нахождения центра тяжести обладают значительным объемом потенциального параллелизма и хорошей, с точки зрения распараллеливания, структурой. Центр тяжести области работоспособности является ее характеристикой, необходимой для дальнейшего анализа и решения задачи параметрического синтеза в случае, если неизвестны законы дрейфа и отклонения параметров системы от расчетных значений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Абрамов О.В.* Параметрический синтез стохастических систем с учетом требований надежности. – М.: Наука, 1992.
2. *Васильев Б.В., Козлов Б.А., Ткаченко Л.Г.* Нажедность и эффективность радиоэлектронных устройств. – М.: Советское радио, 1964.
3. *Абрамов О.В., Диго Г.Б., Диго Н.Б., Катуева Я.В.* Параллельные алгоритмы построения области работоспособности. // Информатика и системы управления. – 2004. – № 2(8). – С. 121-133.

Статья представлена к публикации членом редколлегии О.В. Абрамовым.

УДК 004.43

© 2006 г. **М.Б. Тютюнник**
(Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННОГО ГРАФА ПРИ РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИИ ВЫЧИСЛЕНИЙ ДЛЯ СИСТЕМЫ КОНФЛЮЭНТНЫХ ПРОДУКЦИЙ[1]

Данная работа является продолжением исследований, цель которых – разработка системы параллельного программирования на основе декларативных продукций. В ней описаны схемы распараллеливания вычислений с использованием информационного графа логической программы.

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке ДВО РАН, проект 06-III-В-01-019 "Исследование схем распараллеливания логического вывода для системы конфлюэнтных продукций".