Многопроцессорные вычислительные системы
2006. №2(12)

УДК 681.5.015.63-192

© 2006 г. **Г.Б. Диго,**
Н.Б. Диго,
Я.В. Катуева, канд. техн. наук
(Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток)

ПРИМЕНЕНИЕ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ КРИТЕРИЕВ В ЗАДАЧАХ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ[1]

Рассматривается задача обеспечения надежности технических устройств и систем. Исследуются подходы к решению задачи в условиях неопределенности законов распределения и дрейфа параметров аналоговых технических объектов. Предлагаются алгоритмы замены стохастического критерия детерминированными аналогами.

Введение

Классическая задача параметрического синтеза (ПС) аналоговой технической системы с детерминированной структурой – в частности, радиоэлектронной аппаратуры (РЭА) – состоит в выборе номинальных значений параметров ее элементов, при которых выполняются условия работоспособности. Для учета их технологических и эксплуатационных отклонений от номинальных значений обычно привлекается функционально-параметрический подход [1, 2], объединяющий традиционные для теории проектирования функциональные модели с задачами обеспечения надежности. Его основу составляют вычислительный эксперимент (математическое моделирование процессов функционирования исследуемых устройств и закономерностей вариаций их параметров на ЭВМ), методы параметрической надежности (исследование надежности по постепенным отказам) и оптимальный параметрический синтез по критериям надежности [3,4].

Но выбор оптимальных значений параметров системы обеспечивает заданное качество ее функционирования лишь с некоторой вероятностью. В такой ситуации приходится выбирать и реализовывать стратегию управления параметрами системы, гарантирующую выполнение необходимых условий работоспособности.

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 05-08-01398 и гранта ДВО РАН 06-П14-052 по программе №14 Президиума РАН.

Возникающие при этом трудности связаны, прежде всего, с дефицитом или отсутствием информации о закономерностях случайных процессов вариации параметров системы и с высокой вычислительной трудоемкостью решения оптимизационных задач по стохастическим критериям.

В работе исследуются подходы к решению задач параметрической оптимизации в условиях неопределенности законов распределения и дрейфа параметров.

Постановка задачи

Задача оптимального параметрического синтеза (РЭА) с учетом случайных отклонений параметров от расчетных состоит в выборе номинальных значений внутренних параметров исследуемого устройства $\mathbf{x}_{ном} = (x_{1ном},...,x_{nном})$, обеспечивающих максимум вероятности его безотказной работы в течение заданного времени:

$$\mathbf{x}_{ном} = \arg\max P\{\mathbf{X}(\mathbf{x}_{ном},t) \in D_{\mathbf{x}}, \forall t \in [0,T]\}, \tag{1}$$

где $\mathbf{X}(\mathbf{x}_{ном},t)$ – случайный процесс изменения параметров; $D_{\mathbf{x}}$ – область работоспособности; T – заданное время эксплуатации устройства.

Область работоспособности $D_{\mathbf{x}}$, как правило, неизвестна, а условия работоспособности обычно задаются системой неравенств:

$$a_j \le y_j(\mathbf{x}) \le b_j, \quad j = 1,...,m, \tag{2}$$

где $\mathbf{y} = \{y_j\}_{j=1}^{m}$ – вектор выходных параметров устройства, причем

$$y_j = F_j(x_1,...,x_n), \tag{3}$$

$F_j(\cdot)$ – известный оператор, зависящий от топологии исследуемого устройства. В большинстве случаев (3) задается не в явной, а в алгоритмической форме, в частности через численные решения систем дифференциальных или алгебраических уравнений, описывающие функционирование исследуемой системы.

Поскольку реальные значения внутренних параметров имеют отклонения от расчетных данных случайного характера, приходится рассматривать случайные функции времени, при этом условия работоспособности (2) могут выполняться лишь с некоторой вероятностью

$$P(a_j \le y_j(t) \le b_j, \forall t \in T) \ge P_j, \ j = 1,...,m, \tag{4}$$

где P_j – заданная вероятность выполнения j-го условия работоспособности.

Если $D_{\mathbf{x}}$ известна, вероятность безотказной работы (4) представима в виде

$$P(T) = P\{\mathbf{X}(t) \in D_{\mathbf{X}}, \forall t \in [0,T]\}.$$

Важной характеристикой исследуемых систем является вероятность невыхода параметров за пределы области работоспособности в определенный момент времени t (функционирование системы в момент времени t). При t = 0 этот показатель является серийнопригодностью [1].

При выборе номиналов $\mathbf{x}_{ном} = (x_{1ном}, ..., x_{nном})$ должны учитываться возможные отклонения параметров от расчетных значений и вводиться корректирующие поправки для выбираемых рабочих точек. Это позволяет сохранять максимум вероятности нахождения параметров в допустимых пределах в течение всего временного отрезка $[0, T]$. Приведенные в [1] результаты обеспечивают получение такого решения в сравнительно простом аналитическом виде, однако они касаются только одномерного случая. Обобщение на большее число параметров возможно лишь для независимых допусков на каждый из них при статистически независимых характеристиках отклонений. В реальных задачах обычно задаются независимые допуски на выходные параметры в виде условий работоспособности (2), отображение которых в пространство внутренних параметров образует область работоспособности $D_{\mathbf{x}}$, имеющую произвольные конфигурацию и ориентацию. Аппроксимация ее вписанным гиперпараллелепипедом с гранями, параллельными координатным плоскостям, позволяет задать независимые допуски на каждый из параметров, упрощая вычисление оптимальных значений внутренних параметров [5].

Номинальные значения параметров, обеспечивающие максимум параметрической надежности, будут найдены, если известны закономерности отклонений параметров от номинальных значений. Они могут быть заданы в виде статистических характеристик случайных процессов изменения выходных $Y_1(t), ..., Y_m(t)$ или внутренних $X_1(t), ..., X_n(t)$ параметров.

Одним из подходов к решению задачи параметрического синтеза является ее формулировка в терминах математического программирования со стохастическим критерием оптимальности и применение метода статистического моделирования [3]. Он обладает такими полезными особенностями как наглядная вероятностная трактовка, применимость к исследованию систем практически любой сложности, простые вычислительная схема и оценка точности. Основным недостатком метода статистических испытаний является существенное возрастание объема испытаний при повышении требований к точности результатов. Все достоинства и недостатки такого подхода достаточно полно освещены в [1, 4]. Для реального применения метода статистических испытаний в параметрическом синтезе существуют два пути: сокращение трудоемкости при вычислении целевой функции и сокращение числа обращений к методу статистических испытаний в процессе поиска экстремума. Реализация первого пути возможна либо за счет сокращения числа испытаний, либо за счет уменьшения циклов анализа схемы. Этому посвящены работы [1, 3, 4]. Второй путь связан с выбором метода оптимизации, обеспечивающего достижение экстремума за наименьшее число шагов, или с заменой исходного статистического критерия менее затратным, но эквивалентным ему в смысле окончательного результата. Этого можно достичь переходом от стохастического критерия к его детерминированному аналогу, например, методами, основанными на идее центрирования области работоспособности и минимаксными методами [1, 6 – 8].

Ставится задача анализа перехода от стохастического критерия к минимаксному критерию в условиях неопределенности законов распределения и дрейфа параметров аналоговых технических объектов.

Анализ задачи

Расчет и анализ параметрической надежности базируется на анализе взаимосвязей выходных характеристик РЭА и параметров составляющих ее элементов с учетом технологического разброса, влияния внешних воздействий, температурного и временного дрейфа этих параметров. Обобщенной характеристикой параметрической надежности является область работоспособности $D_{\mathbf{x}}$, построенная в пространстве R^n внутренних параметров объекта.

Применительно к оптимизации по критериям серийнопригодности и параметрической надежности задача параметрического синтеза формулируется следующим образом [6]: система должна удовлетворять условиям работоспособности:

в момент выхода из производства (производственно-технологический разброс параметров) $P(0) = P\{\mathbf{X}(0) \in D_{\mathbf{x}}\}$;

на протяжении времени эксплуатации T (эксплуатационный дрейф параметров) $P(T) = P\{\mathbf{X}(t) \in D_{\mathbf{x}}, \quad \forall t \in [0, T]\}$.

Таким образом, задача ПС может рассматриваться как задача нахождения в области работоспособности такой точки, для которой данные вероятности будут максимальными.

Имея описание *n*-мерной области работоспособности $D_{\mathbf{x}}$ и функцию распределения вероятности параметров $f(X_1, ..., X_n)$ для момента времени T, можно решить задачу (1), найдя точку $\mathbf{x}_{ном} = (x_{1ном}, ..., x_{nном})$, удовлетворяющую условию

$$\mathbf{x}_{ном} = \arg\max P\{\iint\limits_{D_{\mathbf{x}}}...\int f\left(X_1 - x_{1ном}, X_2 - x_{2ном}, ..., X_n - x_{nном}\right) dX_1 ... dX_n\}.$$

Однако для произвольных функций распределения $f(X_1, ..., X_n)$ и областей работоспособности $D_{\mathbf{x}}$ поставленная задача не имеет аналитического решения. При отсутствии каких-либо статистических данных об уходах параметров во времени оптимальной точкой является центр тяжести области работоспособности. В [2, 6] приведены условия, при которых за точку оптимальных номинальных значений параметров может быть принят центр тяжести области работоспособности, а в [9] описаны алгоритмические и программные средства его нахождения, в основе которых лежит идея распараллеливания процессов поиска конечного результата.

Минимаксные (максиминные) методы не требуют трудоемких вычислений вероятности выполнения заданных условий работоспособности и знания полных вероятностных характеристик случайных величин, фигурирующих в математической модели проектируемого объекта, поэтому большой интерес представляет применение в задачах ПС одной из разновидностей минимаксных методов, получившей название метода минимального запаса работоспособности [1, 8, 10].

Критерий минимального запаса работоспособности

Идея минимаксного (максиминного) метода на основе критерия минимального запаса работоспособности заключается в нахождении такого вектора номинальных значений параметров $\mathbf{x}_{ном} = (x_{1ном},...,x_{n\,ном})$, при котором номинальная точка максимально удалена от границ $D_{\mathbf{x}}$.

Пусть y_j – j-й выходной параметр системы, условия работоспособности из (2) для него приведены к виду $y_j < b_j + d_j, - y_j < -a_j + d_j$. Введем количественную оценку степени выполнения j-го условия работоспособности S_j и назовем ее запасом работоспособности z_j. Будем искать такие номинальные значения параметров, при которых минимальный из запасов работоспособности z_j достигает максимума. Оптимизационная задача имеет вид

$$\max_{\mathbf{x_н} \in D} \min_{j \in [1,m]} z_j(\mathbf{x_н}),$$

где m – количество условий работоспособности.

Функция $Z(\mathbf{x}) = \min z_j(\mathbf{x_н})$ называется минимальным запасом работоспособности. Пользуясь так введенным критерием, желательно получить значения параметров компонентов, при которых отображающая точка находится на максимальном расстоянии от границ $D_{\mathbf{x}}$, или, другими словами, находится в области работоспособности с максимальными запасами. С точки зрения того, что необходимо максимизировать степень выполнения условий работоспособности, запасы работоспособности должны оцениваться в единицах некоторой характеристики рассеяния выходных параметров. На практике [1] используются следующие представления оценок z_j

$$S_j(\mathbf{x_н}) = [A_j - y_j(\mathbf{x_н})]/A_j,$$
$$S_j(\mathbf{x_н}) = [A_j - y_j(\mathbf{x_н})]/d_j,$$

если условия работоспособности заданы в виде $y_j < A_j$, d_j – величина, характеризующая рассеивание j-го выходного параметра. Величины d_j могут определяться с помощью статистического анализа или задаваться константами на основе априорных представлений о рассеянии выходных параметров. В последнем случае критерий становится детерминированным, а d_j играют роль весовых коэффициентов.

Геометрические методы решения задачи параметрической оптимизации

Еще одним путем нахождения точки, максимально удаленной от границ области работоспособности $D_{\mathbf{x}}$, являются так называемые геометрические методы. К таким методам относятся методы аппроксимации области n-мерным вписанным гиперпараллелепипедом (брусом) с гранями, параллельными координатным плоскостям [4, 11]. В качестве оптимальной принимается точка пересечения его диагоналей. Допуски на параметры (запас работоспособности) задаются ребрами и позволяют оценить допустимые классы точности элементов. При этом вписанный гиперпараллелепипед может выбираться оптимальным по периметру, объему и т.д. Одним из недостатков этого метода является требование выпуклости области $D_{\mathbf{x}}$, что в реальных условиях выполняется далеко не всегда. Кроме того, проверка этого предположения сопряжена с трудоемкими вычислениями.

Заключение

Использование показателей запасов работоспособности при решении задач оптимизации надежности представляет определенный интерес с точки зрения выявления потенциальных возможностей разрабатываемой системы, поиска путей к их улучшению. Кроме того, перечисленные в статье подходы поиска оптимальной точки в условиях неопределенности требуют проведения их сравнительного анализа с точки зрения точности критериев и их вычислительной трудоемкости.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Абрамов О.В.* Параметрический синтез стохастических систем с учетом требований надежности. – М.: Наука. 1992.
2. *Абрамов О.В.* Функционально-параметрический подход в задачах обеспечения надежности технических систем // Надежность и контроль качества. – 1999. – №5. – С.34-45.
3. *Абрамов О.В., Катуева Я.В., Супоня А.А.* Эффективные методы параметрической оптимизации по стохастическим критериям. // Труды международной конференции по проблемам управления. – М.: фонд «Проблемы управления». –1999. – Т.2. – С.130-132.
4. *Антушев Г.С.* Методы параметрического синтеза сложных технических систем. – М.: Наука, 1989.

5. *Абрамов О.В., Диго Г.Б., Диго Н.Б., Катуева Я.В.* Параллельные алгоритмы построения области работоспособности // Информатика и системы управления. – 2004. – №2(8). – С. 121-133.
6. *Васильев Б.В., Козлов Б.А., Ткаченко Л.Г.* Надежность и эффективность радиоэлектронных устройств. – М.: Советское радио, 1964.
7. *Норенков И.П., Маничев В.Б.* Системы автоматизированного проектирования электронной и вычислительной аппаратуры. – М.: Высшая школа, 1983.
8. *Норенков И.П., Мулярчик С.Г., Иванов С.Р.* Экстремальные задачи при схемотехническом проектировании в электронике. – Минск: Изд-во БГУ им. В.И.Ленина, 1976.
9. *Евдокименко А.А., Катуева Я.В.* Нахождение центра тяжести области работоспособности, заданной в матричной форме // Информатика и системы управления. – 2006. – №1(11). – С. 174-181.
10. *Абрамов О.В., Розенбаум А.Н.* Минимаксный подход в задачах параметрического синтеза аналоговых технических систем // Информатика и системы управления, – 2003. – №2(6). – С.67-78.
11. *Абрамов О.В., Здор В.В., Супоня А.А.* Допуски и номиналы систем управления. – М.: Наука. 1976.

Статья представлена к публикации членом редколлегии О.В. Абрамовым.