



УДК 62-83:517.977.5

© 2006 г. **Р.А. Нейдорф**, д-р техн. наук,
А.А. Солоха

(Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону)

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ КВАЗИОПТИМАЛЬНОГО ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ УПРАВЛЕНИЯ ШАГОВЫМ ДВИГАТЕЛЕМ

Исследуется возможность реализации оптимального или квазиоптимального по быстродействию управления шагом ротора за счет специальной организации многоканального генератора импульсов. В статье рассматриваются два варианта управления шаговым двигателем, в одном из них оценка эффективности производится по математической модели шагового двигателя и по экспериментальным данным.

Введение

Одним из эффективных и перспективных приводов микромашин и приборов, требующих повышенной точности позиционирования, является шаговый двигатель (ШД). В современных системах автоматического управления для обеспечения гарантированного перемещения ротора шагового двигателя на один шаг используются управляющие импульсы с увеличенной длительностью или специальные режимы работы. Например, использование микрошагового режима работы шагового двигателя позволяет плавно перемещать ротор на один шаг, при этом время движения увеличивается по сравнению с полношаговым режимом [1].

Однако от ШД зачастую требуется высокое быстродействие (приводы лазерных и электромагнитных исполнительных устройств). Предельная же скорость вращения ШД определяется максимальной частотой управляющих импульсов. Из теории оптимального управления [2] известно, что одноимпульсное управление с ограничением по величине воздействия может обеспечить предельное по быстродействию позиционирование только для объектов первого порядка. Однако и натурное исследование ШД, и анализ математических моделей (ММ) показывает, что их порядок для ШД как объекта управления (ОУ) не ниже третьего, а его переходные процессы (ПП) характеризуются колебательностью и значительными перерегулированиями. Это обстоятельство не позволяет использовать ШД на предельном быстродействии, так как при выборе предельной частоты управляю-

ших импульсов приходится резервировать длительность последних с учетом времени затухания ПП.

Известно, что предельное быстродействие ОУ при ограниченном управляющем воздействии достигается на последовательности импульсов переменного знака и длительности, но предельной амплитуды. Поэтому представляет интерес задача построения управляющего генератора, вырабатывающего серии модулированных по времени и амплитуде импульсов, обеспечивающего предельное быстродействие ПП на одном шаге поворота ротора ШД. Этот результат позволит повысить предельную скорость его вращения.

В статье предлагается вариант выбора формы и длительности управляющих импульсов, обеспечивающих наилучшее быстродействие, на основе математической модели шагового двигателя и при ограниченной амплитуде управляющих импульсов.

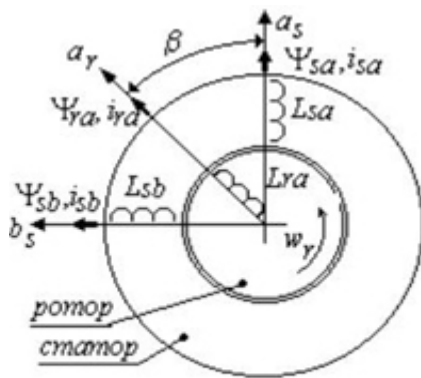


Рис. 1. Эквивалентная модель ШД.

Математическая модель шагового двигателя и ее параметры

В общем случае шаговый двигатель может быть описан с помощью модели электрической машины с двумя обмотками на статоре и одной обмоткой на роторе (рис. 1).

Как показано в работах [3 – 6], уравнения математической модели такой электрической машины могут быть записаны в виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_{sa}}{dt} = \frac{1}{L_{sa}} (u_{sa} - r_{sa} \cdot i_{sa} - Kr(*) \cdot M \cdot \cos(b) + M \cdot i_{ra} \cdot \sin(b) \cdot w_r), (1, a) \\ \frac{di_{sb}}{dt} = \frac{1}{L_{sb}} (u_{sb} - r_{sb} \cdot i_{sb} - Kr(*) \cdot M \cdot \sin(b) - M \cdot i_{ra} \cdot \cos(b) \cdot w_r), (1, б) \\ \frac{di_{ra}}{dt} = Kr(*), (1, в) \\ \frac{db}{dt} = w_r, (1, г) \\ \frac{dw_r}{dt} = \frac{p}{J} (M_e - M_c - k \cdot w_r), (1, д) \end{array} \right.$$

где i_{sa}, i_{sb}, i_{ra} – токи в обмотках статора и ротора; u_{sa}, u_{sb}, u_{ra} – напряжения на обмотках; r_{sa}, r_{sb}, r_{ra} – активные сопротивления обмоток; $L_{sa}, L_{sb}, L_{ra} = L_{r0} + L_{r1} \cdot \cos(4 \cdot b)$ – индуктивности обмоток; M – взаимная индук-

тивность; b – угловое положение ротора; w_r – угловая скорость; M_c – момент сопротивления; M_e – электромагнитный момент; J – момент инерции ротора; p – число пар полюсов.

В модели (1) используется следующее обозначение:

$$Kr(*) = (L_{sa} \cdot L_{sb} \cdot (L_{r0} + L_{r1} - 2 \cdot L_{r1} \cdot \sin^2(2 \cdot \beta)) - M^2 \cdot L_{sa} + M^2 \cdot \cos^2(\beta) \cdot (L_{sa} - L_{sb}))^{-1} \times \\ \times [L_{sa} \cdot L_{sb} \cdot (u_{ra} - r_{ra} \cdot i_{ra}) + 4 \cdot L_{r1} \cdot w_r \cdot i_{ra} \cdot L_{sa} \cdot L_{sb} \cdot \sin(4 \cdot \beta) + M \cdot \sin(\beta) \cdot L_{sa} \cdot (r_{sb} \cdot i_{sb} - u_{sb}) + \\ + 0.5 \cdot M^2 \cdot \sin(2 \cdot \beta) \cdot i_{ra} \cdot w_r \cdot (L_{sa} - L_{sb}) + M \cdot L_{sa} \cdot L_{sb} \cdot w_r \cdot (i_{sa} \cdot \sin(\beta) - i_{sb} \cdot \cos(\beta)) + \\ + M \cdot \cos(\beta) \cdot L_{sb} \cdot (r_{sa} \cdot i_{sa} - u_{sa})].$$

Электромагнитный момент [7] определен уравнением:

$$M_e = i_{ra} \cdot (M \cdot i_{sb} \cdot \cos(b) - M \cdot i_{sa} \cdot \sin(b) - 2 \cdot i_{ra} \cdot L_{r1} \cdot \sin(4 \cdot b)). \quad (2)$$

Напряжения u_{sa} , u_{sb} на обмотках статора шагового двигателя, как правило, формируют с помощью специальной электронной системы управления, выходные каскады которой строятся по мостовой или полумостовой схемам [1, 8]. Использование электронных схем отражается на переходных процессах в шаговом двигателе. Поэтому в модели (1) для каждой обмотки шагового двигателя необходимо учитывать условия (3) (для краткости условия приведены для одной обмотки, так как для второй – аналогичны):

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{если } ga(t) = 1 \text{ то } u_{sa} = U; r_{sa} = r + 2 \cdot R_{ON}; \\ \text{если } (ga(t) = 0) \& (ga(t-h) = 1) \text{ то } \left\{ \begin{array}{l} \text{если } i_{sa} > 0 \text{ то } u_{sa} = -(E + 2 \cdot U_D); r_{sa} = r + 2 \cdot R_{ON}; \\ \text{если } i_{sa} \leq 0 \text{ то } u_{sa} = 0; r_{sa} = R_{OFF}; \end{array} \right. \\ \text{если } ga(t) = -1 \text{ то } u_{sa} = -U; r_{sa} = r + 2 \cdot R_{ON}; \\ \text{если } (g(t) = 0) \& (ga(t-h) = -1) \text{ то } \left\{ \begin{array}{l} \text{если } i_{sa} < 0 \text{ то } u_{sa} = E + 2 \cdot U_D; r_{sa} = r + 2 \cdot R_{ON}; \\ \text{если } i_{sa} \geq 0 \text{ то } u_{sa} = 0; r_{sa} = R_{OFF}. \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (3)$$

В соотношениях (3) приняты следующие обозначения: $ga(t)$ – задание для формирователя импульсов ($ga(t) = 1$ – на обмотке положительный импульс тока или напряжения; $ga(t) = 0$ – обмотка обесточена; $ga(t) = -1$ – на обмотке отрицательный импульс тока или напряжения); h – шаг интегрирования при решении уравнений модели (1); U – напряжение источника электропитания; U_D – прямое падение напряжения на диоде; $R_{ON} \ll R_{OFF}$ – сопротивления открытого и закрытого транзисторного ключа (при этом считается время переключения транзисторов и диодов пренебрежимо малым по сравнению с длительностью управляющих импульсов).

Математическая модель состоит из уравнений (1), (2) и условий (3) для каждой обмотки статора. Управлением являются сигналы: $ga(t)$, $gb(t)$. Основным выходным сигналом является угловое положение ротора b , которое имеет ряд устойчивых положений, отстоящих друг от друга на один шаг. Начало отсчета угла b совмещено с осью статора.

В результате проведенных исследований математической модели (1) – (3) и работы шагового двигателя M55SP-1P с шагом 7.5 градусов (рис. 2) были найдены параметры модели [6, 9], со значениями которых модель достаточно хорошо описывает работу шагового двигателя:

$$L_{sa} = 25.5 \text{ мГн}; L_{sa} = L_{sb}; L_{r0} = 17.3 \text{ мГн}; L_{r1} = L_{r0} \cdot 0.5; r_{ra} = 70 \text{ Ом},$$

$$R_{on} = 7 \text{ Ом}; R_{off} = 4 \cdot 10^3 \text{ Ом}; M = L_{sa} \cdot 0.5; J = 5 \cdot 10^{-5} \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

$$M_c = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м}; k = 8.9 \cdot 10^{-5}; E = 10 \text{ В}; U_D = 1 \text{ В}.$$

При исследовании как модели, так и работы шагового двигателя использовался критерий оценки адекватности математической модели:

$$Qe = k \cdot \int_{Ts}^{Te} (\bar{\beta}(t) - \beta(t))^2 \cdot dt, \quad (4)$$

где $k = 10000$ – весовой коэффициент; $\bar{b}(t)$ – расчетное по модели движение ротора; $b(t)$ – перемещение, полученное экспериментально; Ts и Te – начало и конец отрезка времени, на котором оценивается совпадение переходных процессов.

На рис. 2 используются следующие обозначения: 1 – измеренное перемещение ротора; 2 – перемещение ротора, рассчитанное по модели; 3 – начало запускающего импульса и вычисления критерия (4); 4 – конечное время оценки несовпадения по критерию (4).

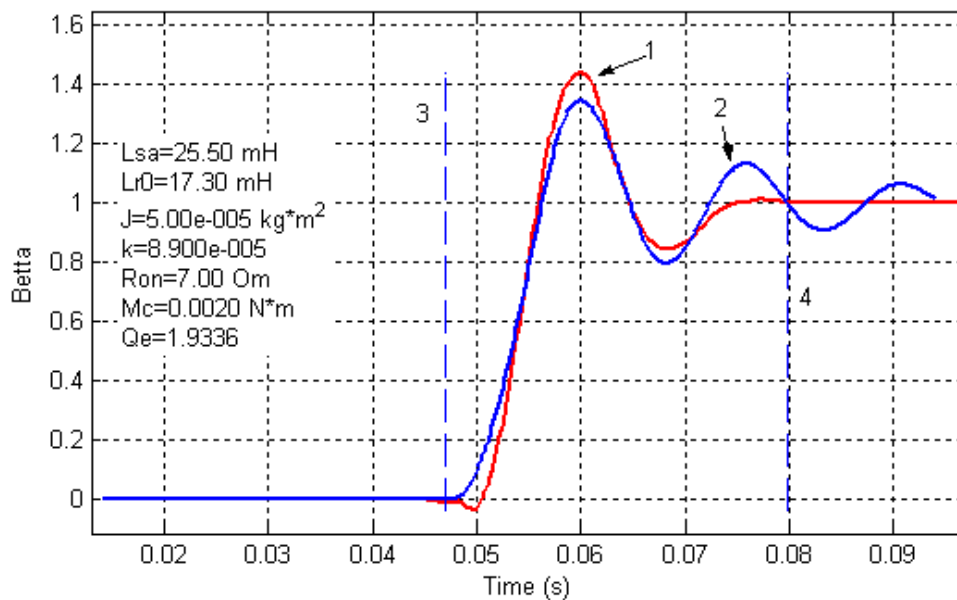


Рис. 2.

Постановка задачи исследования

Необходимо для шагового двигателя, описываемого моделью (1) – (3), с приведенными выше параметрами найти форму и длительность управляющих импульсов, которые обеспечивают перемещение ротора шагового двигателя на один шаг за минимальное время

$$Tp : \forall t \in [0, \infty] \rightarrow Tp = \max t : b(t) / b_h \geq d, \quad (5)$$

где T_p – время затухания переходного процесса; t – время; $b(t)$ – угловое перемещение ротора; b_h – величина одного шага; d – допустимая погрешность управления.

Учитывая разрывность показателя качества (4) в поисковой задаче, необходимо использовать вспомогательную интегральную оценку вида (4) с весовым коэффициентом $k = 1000$.

Экспериментально-имитационное исследование каналов управления ШД

Аналитическое решение математической модели (1) – (3) не представляется возможным. Тем более сомнительна возможность аналитической оптимизации ее быстродействия. В связи с этим целесообразно попытаться решить задачу экспериментально-поисковыми методами, опираясь на имитационное исследование модели. При этом превентивный результат для отыскания эффективной стартовой точки можно получить обыкновенным подбором.

В рамках концепции ограниченного по амплитуде управления прямым поиском на модели (1) – (3) было найдено несколько сочетаний управляющих сигналов, обеспечивающих движение ротора на один шаг (рис. 3 – 5, 7). Для начального нормированного положения для модели $\beta = 0$ шаг (для модели $\beta = -\pi/2$ рад, см. рис. 2) положительный импульс напряжения ($ga(t) = 1$) на фазе a_s (см. рис. 1) обмотки статора будем считать «разгоняющим по ходу». Тогда отрицательный импульс напряжения ($gb(t) = -1$) на фазе b_s будет «разгоняющим против хода», или, при действии положительного импульса на фазе a_s ($ga(t) = 1$), «останавливающим» импульсом напряжения. В общем случае действие импульса зависит от положения ротора и угловой характеристики двигателя, а также от полярности импульса, подаваемого на обмотку двигателя [3].

Для одного «разгоняющего» импульса (при $ga(t) = 1$; $gb(t) = 0$), подаваемого на фазу a_s обмотки статора (см. рис. 2) найден диапазон длительностей импульса 12мс. – 95мс. В нем обеспечивается затухание траектории изменения углового положения ротора с уменьшением длительности установления, перерегулирования и амплитуды затухающих колебаний. На рис. 4 приведен измеренный переходной процесс, который подтверждает полученные на модели результаты.

Однако одиночный управляющий импульс не обеспечивает эффективного достижения предела позиционирования, потому что первая составляющая магнитного момента из (2) равна нулю (т.к. $i_{sb} \approx 0$), а вторая – $M \cdot i_{sa} \cdot i_{ra} \cdot \sin(b) \rightarrow 0$ при $b \rightarrow 0$. В окрестности точки $b = 0$ третья составляющая электромагнитного момента (2) обеспечивает удержания ротора около полюса статора и зависит от конструкции двигателя.

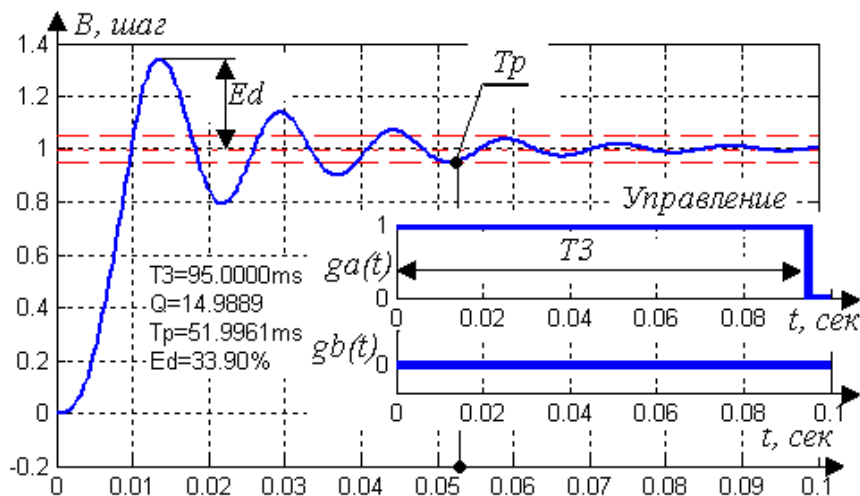


Рис. 3. Расчетное движение ротора ШД.



Рис. 4. Измеренное движение ротора ШД.

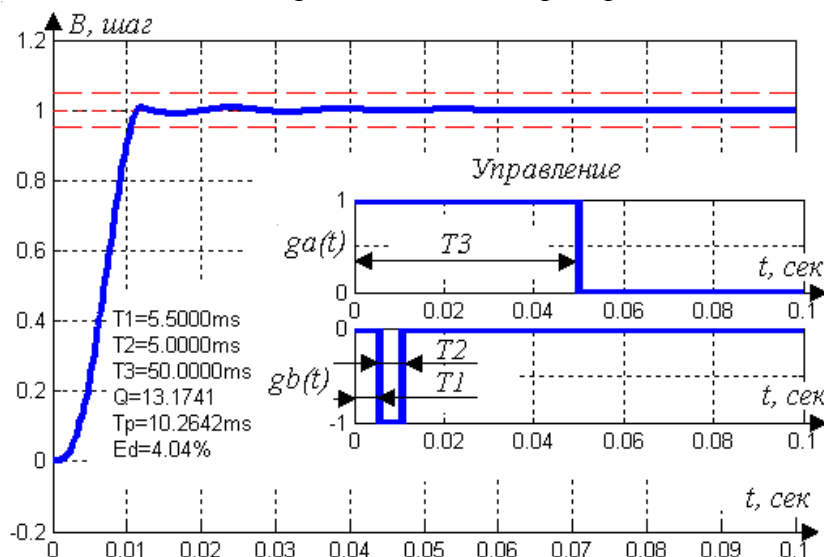


Рис. 5. Расчетное движение ротора ШД.

Другой вариант управления шаговым двигателем показан на рис. 5. В этом случае на фазу a_s обмотки статора подается «разгоняющий» импульс напряжения, а на фазу b_s , через некоторое время, – «останавливающий» отрицательный импульс напряжения. Найденная подбором, такая структура управления ШД обеспечивает меньшую амплитуду колебаний и попадание графика изменения углового положения ротора в 5% трубку регулирования за 10.3 мс, т.е. значительно быстрее «традиционного» одноимпульсного варианта.

Как показано в работе [6], длительности управляющих импульсов, а также момент подачи «останавливающего» импульса оказывают влияние на переходный процесс

в шаговом двигателе. После идентификации параметров математиче-

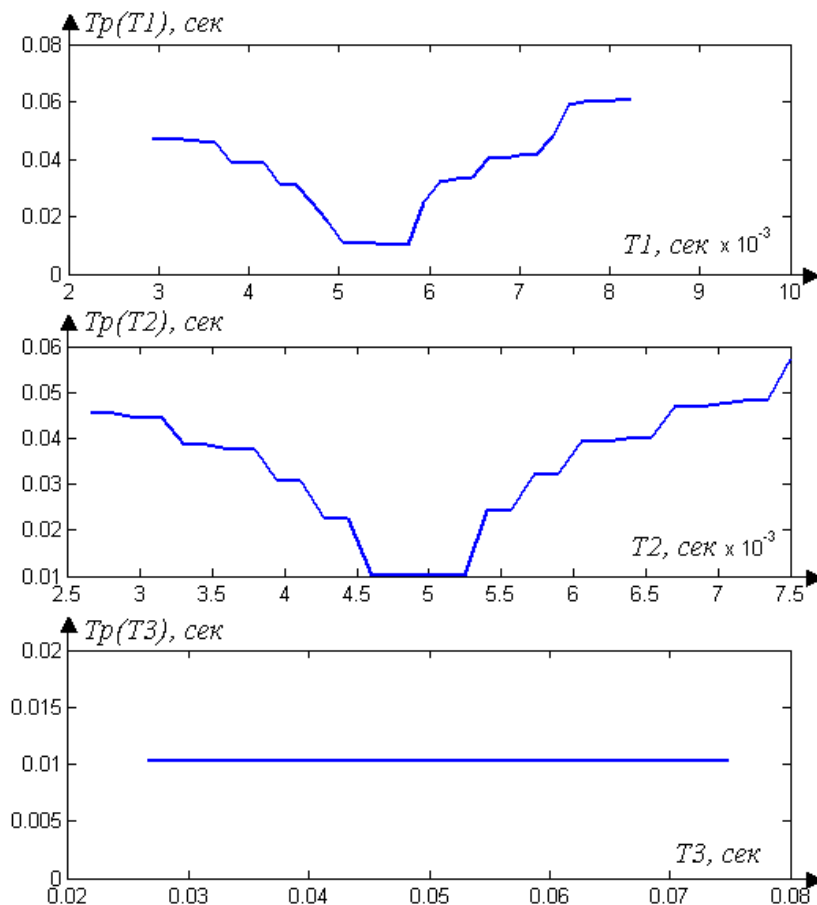


Рис. 6. Область экстремума зависимости времени движения от длительностей импульсов.

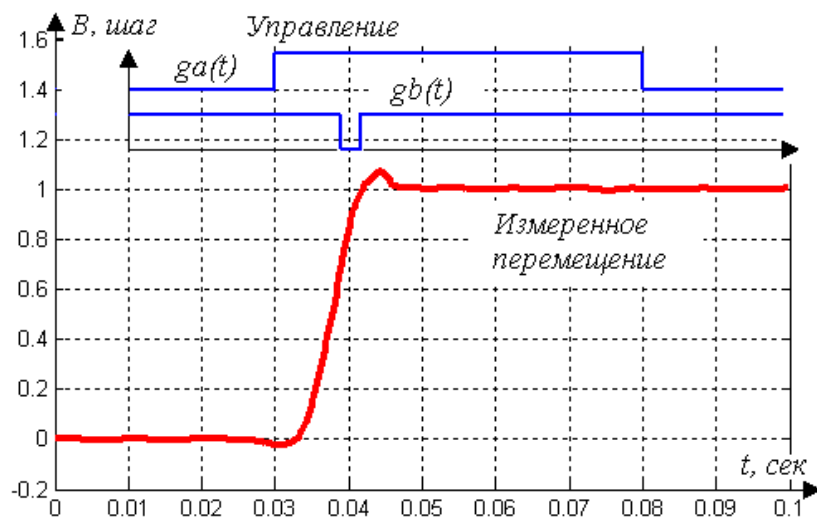


Рис. 7. Измеренное перемещение ротора при двухфазном управлении.

ской модели с помощью метода покоординатного спуска [10] по критерию (5) были оценены наилучшие значения параметров управляющих импульсов. В результате поиска по математической модели был получен переходный процесс, изображенный на рис. 5. В ходе поиска в области экстремума критерия (5) были построены зависимости времени регулирования от параметров управляющих импульсов (см. рис. 6).

Проведенные исследования реального шагового двигателя M55SP-1P подтвердили результаты расчетов (рис. 7). Следовательно, удастся с помощью небольшого дополнительного импульса обеспечить подавление колебаний ротора и уменьшить время T_p движения ротора на один шаг в 3...5 раз по сравнению с одноимпульсным управлением. Незначительные отличия расчетных и измеренных

переходных процессов объясняются недостаточной точностью математического описания (1) – (3) шагового двигателя и погрешностями измерений. Недостаточная адекватность математической модели (1) вызвана предположением, что индуктивности обмоток статора не зависят от угло-

вого положения ротора. Сделанное предположение позволило упростить уравнения модели (1), но при этом утрачена некоторая точность математического описания.

Аналитические и экспериментальные исследования, а также исследование [6] показали, что найденное управление, форма импульсов которого изображена на рис. 5, обеспечивает более быстрый перевод ротора на один шаг по сравнению с одноимпульсным управлением. Зависимость времени регулирования от параметров управления имеет негладкий характер, с узкой и ярко выраженной областью экстремума, что затрудняет применение градиентных методов решения экстремальных задач [10]. Узкие границы области экстремума ограничивают запас области варьирования параметров управляющих сигналов, для которых не наблюдается существенного снижения быстродействия.

В связи с этим управление двумя импульсами (рис. 5) критично к изменению как длительностей импульсов (например, из-за температуры), так и нагрузки.

Следовательно, при реализации двухфазного управления (см. рис. 5) необходимо иметь в системе автоматического регулирования информацию об изменении механической нагрузки.

Заключение

Рассмотренные два варианта управления обеспечивают движение ротора шагового двигателя на один шаг. В случае одного «разгоняющего» импульса время движения T_p оценивается в 50 мс (40 мс по данным измерений), при колебательном переходном процессе. В случае использования «останавливающего» импульса, наряду с «разгоняющим», удастся уменьшить время движения до 10...15 мс (рис. 5 и 7). Основное преимущество первого варианта управления заключено в простоте реализации. Реализация двухфазного управления, приведенного на рис. 5, затрудняется необходимостью получать информацию об изменении механической нагрузки.

Предложенную методику можно рассматривать как стандартный инструмент квазиоптимального управления ШД.

ЛИТЕРАТУРА

1. Редико Л. Раз шажок, два шажок... // Схемотехника. – 2001. – №6 – №11.
2. Справочник по теории автоматического управления. / под ред. А.А. Красовского. – М.: Наука, 1987.
3. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. – М.: Высш. шк., 2002.
4. Солоха А.А. Математическая модель шагового двигателя // Математические методы в технике и технологиях: материалы XVII междунар. научн. конф. – Кострома. – 2004. – Т.5.

5. *Солоха А.А.* Уточненная математическая модель шагового двигателя. // Математические методы в технике и технологиях: материалы XVII междунар. научн. конф. – Казань. – 2005. – Т.5.
6. *Нейдорф Р.А., Солоха А.А.* Задача квазиоптимального быстрогодействия управления шаговым двигателем. // Математические методы в технике и технологиях: материалы XVII междунар. научн. конф. – Казань. – 2005. – Т.2.
7. *Нейман Л.Р., Демирчан К.С.* Теоретические основы электротехники. – Л.: Энергия, 1967.
8. *Пей Ан.* Сопряжение ПК с внешними устройствами. – М.: ДМК Пресс; СПб.: Питер, 2004.
9. *Солоха А.А.* Аппроксимация динамических свойств шагового двигателя линейной математической моделью.// Сб. науч. тр. КГТИ. – Кисловодск. 2005.
10. *Растрюгин Л.А.* Системы экстремального управления. – М.: Наука, 1974.