

УДК 517.977.5

© 2006 г. **Е.Л. Еремин**, д-р техн. наук,
М.С. Капитонова
(Амурский государственный университет, Благовещенск)

АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫМ SISO-ОБЪЕКТОМ В ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕЖИМАХ¹

Рассматривается задача синтеза алгоритмов параметрической самонастройки адаптивного регулятора в системе управления нелинейным скалярным объектом без измерения его переменных состояния с использованием неявной эталонной модели и метода синтеза, основанного на применении критерия гиперустойчивости.

Введение

Разработка подходов к построению высокоэффективных систем управления объектами, коэффициенты которых являются нелинейными и нестационарными функциями, остается весьма актуальной. В данной работе для таких объектов рассмотрен один из возможных вариантов к построению беспоисковых систем прямого адаптивного управления, разработка которых основана на использовании критерия гиперустойчивости В.М. Попова, т.е. связана с построением устойчивых в целом нелинейных систем управления первого типа [1].

Суть построения алгоритмов самонастройки адаптивного регулятора состоит в комбинации алгоритмов периодической настройки, предложенной для линейных T -периодических объектов в [2], и интегральной настройки. При синтезе адаптивной системы управления циклического действия используются неявная эталонная модель и фильтр переменных состояния минимального $(n - 1)$ порядка [3].

Математическое описание системы

Рассматривается нелинейный SISO-объект, динамика которого описывается уравнениями

¹ Работа выполнена в рамках плана НИР по заданию Федерального агентства по образованию в 2006 г. «Модели и алгоритмы непрерывных и гибридных систем управления априорно неопределенными нелинейно-нестационарными объектами».

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(t, x)x(t) + B(t)u(t) + f(t), \quad y(t) = g^T x(t), \quad (1)$$

где $x(t) \in R^n$ – состояние; $u(t) \in R$ – управление; $y(t) \in R$ – скалярный выход, образованный вектором $g^T = (g_1, \dots, g_n)$; $f^T(t) = f^T(t+T) = (0, \dots, 0, f_n(t))$ – вектор возмущений, $|f_n(t)| \leq \text{const}$; $A(t, x)$ – нелинейная нестационарная матрица; $B(t) = B(t+T)$ – нестационарный T -периодический вектор вида

$$B(t) = B_*(1 + r(t)) = B_*(1 + r(t+T)), \quad |r(t)| < 1, \quad T = \text{const} > 0, \quad (2)$$

здесь вектор $B_*^T = (0, \dots, 0, 1)$; $\rho(t) = \rho(t+T)$ – скалярная функция.

Предполагается, что матрица $A(t, x)$ представима в виде

$$A(t, x) = A_* + \tilde{A}(t, x), \quad A_* = A_0 + c_0 B_* g^T, \quad \tilde{A}(t, x) = B_* J^T(t, x), \\ J^T(t, x) = (d_1(t) \cdot f_1(x_1(t), \dots, x_n(t)), \dots, d_n(t) \cdot f_n(x_1(t), \dots, x_n(t))), \quad (3) \\ |d_i(t)| \leq d_{0i} = \text{const}, \quad i = \overline{1, n},$$

где A_* – стационарная матрица; A_0 – гурвицева матрица; $c_0 = \text{const} < 0$ – скалярная величина; $\tilde{A}(t, x)$ – матрица, элементы которой являются произведениями функций $d_i(t) = d_i(t+T)$ и функционалов $f_i(x_1(t), \dots, x_n(t))$, $i = \overline{1, n}$. Это позволяет исходный объект эквивалентно преобразовать к виду

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_0 x(t) + B_* \left((1 + r(t))u(t) + (1 + r(t)) \left(c_0 g^T + \tilde{J}^T(t, x) \right) x(t) + f_n(t) \right), \quad (4)$$

$$\tilde{J}(t, x) = \frac{J(t, x) - c_0 g r(t)}{1 + r(t)}, \quad y(t) = g^T x(t),$$

а условия априорной неопределенности, в которых он функционирует, описать соотношениями

$$A_* = (A_*)_x, \quad g = g_x, \quad r(t) = r_x(t), \quad J(t, x) = J_x(t, x), \quad (5) \\ f(t) = f_x(t), \quad x \in \Xi,$$

где x – набор всех неизвестных параметров; Ξ – известное множество возможных значений x .

Пусть желаемая динамика в системе формируется уравнениями строго минимально фазовой неявной эталонной модели

$$\frac{dx_*(t)}{dt} = A_0 x_*(t) + B_* k u_*(t) + f(t), \quad (6)$$

$$y_*(t) = g^T x_*(t) = r(t) = r(t+T), \quad u_*(t) = u_*(t+T).$$

Можно показать, что за счет изменения базиса пространства состояний, аналогично [3], для объекта (1) можно всегда построить фильтр переменных состояния в виде:

$$\bar{W}_\phi(s) = \frac{g(s)}{g(s)} = 1, \quad g(s) = G^T S E - \bar{A} + \bar{B},$$

где G – произвольно выбранный числовой вектор с положительными ко-

эффициентами, причем такой, что многочлен $\gamma(s)$ степени $(n - 1)$ гурвицев; \bar{A} , \bar{B} – соответствующие матрица и вектор, линейно связанные с A и B соотношениями:

$$\bar{A} = Q^{-1}AQ, \quad \bar{B} = Q^{-1}B,$$

где Q – диагональная матрица, удовлетворяющая условиям:

$$G = QL, \quad G^T = L^TQ, \quad \det Q \neq 0, \quad Q = Q^T > 0.$$

Таким образом, в силу существования тождеств

$$\begin{aligned} W_0(s) &= W_1(s), \\ W_1(s) &= W_0(s)\bar{W}_\phi(s) \end{aligned} \quad (7)$$

математические формы описания объекта управления с помощью передаточных функций $W_0(s)$ и $W_1(s)$ можно считать эквивалентными.

При этом в векторно-матричной форме записи описанию объекта с передаточной функцией (7) будет соответствовать система уравнений вида (1) с уравнениями фильтра:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{x}_\phi(t)}{dt} &= M\bar{x}_\phi(t) + Ny(t), \\ y_\phi(t) &= C^T\bar{x}_\phi(t) + Dy(t), \\ \bar{x}(t) &\cong \bar{x}_\phi(t), \\ \bar{x}(t) &= Q^{-1}x(t), \end{aligned} \quad (8)$$

где матрица M , векторы N , C и скаляр D удовлетворяют соотношению:

$$\gamma(s) = C^T (sE - M)^+ N + D \det(sE - M).$$

Следует отметить, что элементы вектора $x(t)$, которые недоступны измерению, заменены оценками $\bar{x}_\phi(t)$, это позволяет при решении задачи синтеза систем управления применять эквивалентное матописание объекта управления (1) в виде следующих уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= A(t, x)x(t) + B(t)u(t) + f(t), \\ y(t) &= L^T x(t), \\ x(t) &= Q\bar{x}_\phi(t). \end{aligned} \quad (9)$$

При этом структуру адаптивного регулятора можно задать уравнениями

$$u(t) = k v(t) - \chi^T(t) x_\phi(t), \quad \chi(t) = \chi_{инт}(t)g + \chi_{пер}(t), \quad (10)$$

где $k = const > 0$ – скалярная величина; $\chi(t) \in R^n$ – вектор коэффициентов настройки контура адаптации; $\chi_{инт}(t) \in R$ и $\chi_{пер}(t) \in R^n$ – соответственно интегральная и периодическая составляющие; $v(t)$ – выход генератора периодических сигналов вида

$$v(t) = v(t - T) + z(t), \quad (11)$$

на вход которого подается рассогласование

$$z(t) = r(t) - y(t), \quad (12)$$

где $r(t) = r(t + T) \in R$ – задающее воздействие.

Постановка задачи

Для замкнутой системы управления (4) – (6), (8) – (12) требуется определить явный вид алгоритмов настройки $\chi_{инт}(t)$ и $\chi_{неп}(t)$ таким образом, чтобы при любых начальных условиях $x(0)$, $\chi_{неп}(0)$, $\chi_{инт}(0) = 0$ обеспечивалось выполнение целевых условий

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (r(t) - y(t)) = \lim_{t \rightarrow \infty} (y_*(t) - y(t)) = 0, \quad (13)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} c_{инт}(t) = c_{инт}^* = const, \quad (14)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} c_{неп}(t) = c_{неп}^*(t) = c_{неп}^*(t + T). \quad (15)$$

Метод решения

Осуществим синтез алгоритмов адаптации системы управления, следуя методике, изложенной в работе [4].

На *первом этапе*, если ввести в рассмотрение вектор рассогласования состояний объекта управления и эталонной модели $e(t) = x_*(t) - x(t)$, в результате соответствующих преобразований уравнений системы управления (4), (6), (9) – (12), можно получить ее эквивалентное математическое описание в виде

$$\frac{de(t)}{dt} = A_0 e(t) + B_* m(t), \quad z(t) = y_*(t) - y(t) = g^T e(t), \quad (16)$$

$$m(t) = -k((1 + r(t))u(t) - u_*(t)) + (1 + r(t))(c_{неп}(t) - \tilde{J}(t, x))^T x_\phi(t) + (1 + r(t))(c_{инт}(t) - c_0)y_\phi(t), \quad (17)$$

где $z(t)$ – эквивалентный выход; $u(t)$ – видоизмененное управление. В полученной форме записи соотношения (16) описывают ЛСЧ исследуемой системы, а выражение (17) – ее ННЧ.

На *втором этапе* требуется решить проблему вещественности и строгой положительности ЛСЧ системы, рассматриваемую относительно ее передаточной функции

$$W_{ЛСЧ}(s) = kg^T (sE - A_0)^{-1} B_* = \frac{kg^T (sE - A_0)^+ B_*}{\det(sE - A_0)},$$

где $(sE - A_0)^+$ – присоединенная матрица матрицы $(sE - A_0)$.

Известно [4, 5], что $W_{ЛСЧ}(s)$ обладает свойствами положительности и вещественности, т.е. удовлетворяет частотному условию

$$\operatorname{Re} W_{ЛСЧ}(j\omega) > 0, \quad \forall \omega \geq 0,$$

в частности тогда, когда при достаточно большом значении модуля $|c_0|$, существует такой вектор g , что числитель передаточной функции ЛСЧ, т.е. полином $g^T(sE - A_0)^+ B^*$, – гурвицев степени $(n - 1)$ с положительными коэффициентами. Будем полагать, что для объекта (1) вектор g удовлетворяет указанным условиям, и поскольку, как будет показано далее, в процессе самонастройки всегда найдется требуемое значение скалярной величины c_0 , то можно считать требования положительности и вещественности $W_{ЛСЧ}(s)$ выполненными.

На *третьем этапе* необходимо выполнить ИНП, общий вид которого можно описать соотношением

$$h(0, t) = -\int_0^t m(s)z(s)ds \geq -g^2, \quad g^2 = const, \quad \forall t > 0, \quad (18)$$

т.е. обеспечить существование указанного неравенства за счет определения явного вида алгоритмов самонастройки адаптивного регулятора.

Опираясь на эквивалентную систему (16), (17), приведем интеграл в левой части ИНП (18) к следующему виду:

$$\begin{aligned} h(0, t) &= -\int_0^t m(s)z(s)ds = h_1(0, t) + h_2(0, t) + h_3(0, t) = \\ &= k \int_0^t (1 + r(s))(u(s) - \tilde{u}(s))z(s)ds - \\ &\quad - \int_0^t (1 + r(s))(c_{nep}(s) - \tilde{J}(s, x))^T x_{\phi}(s)z(s)ds - \\ &\quad - \int_0^t (1 + r(s))(c_{инт}(s) - c_0)y_{\phi}(s)z(s)ds, \end{aligned} \quad (19)$$

где $\tilde{u}(t) = \tilde{u}(t + T)$ – некоторая периодическая функция $\tilde{u}(t) = \frac{u_*(t)}{1 + r(t)}$.

Для оценки слагаемых $\eta_1(0, t)$ и $\eta_2(0, t)$ воспользуемся утверждением:

если динамический контур задать уравнением $v(t) = v(t - T) + \psi(t)$, $v(s) = 0, s \in [-T, 0]$, то для интегральной связи между его входом $\psi(t)$ и выходом $v(t)$ будет справедлива оценка

$$h_0(0, t) = \int_0^t j(s)(u(s) - u_0(s))y(s)ds \geq -g_0^2 = const, \quad \forall t > 0,$$

где $\varphi(t) > 0$ и $v_0(t) = v_0(t - T)$ – некоторые скалярные T -периодические функции. Доказательство аналогично приведенному в [2].

Таким образом, синтезируя алгоритмы настройки параметров $\chi(t)$ и $v(t)$ в виде

$$u(t) = u(t - T) + z(t), \quad (20)$$

$$c_{инт}(t) = c_{инт}(t - T) - b_{2i}x_{\phi_i}(t)z(t), \quad (21)$$

$$\frac{dc_{инм}(t)}{dt} = -b_1 y_\phi(t) z(t), \quad (22)$$

где $b_1, b_{2i} = const > 0, v(s) = 0, \chi_{i \text{ nep}}(s) = 0, s \in [-T, 0], i = \overline{1, n}$, для $\eta_1(0, t)$ и $\eta_2(0, t)$, можно записать следующие неравенства:

$$h_1(0, t) = k \int_0^t (1 + r(s)) z(s) \left(\int_0^s w_0(s-h) r(h) z(h) dh - \tilde{u}(s) \right) ds \geq \geq -g_0^2 = const, \forall t > 0, \quad (23)$$

$$h_2(0, t) = \sum_{i=1}^n b_{1i} \int_0^t (1 + r(s)) x_{\phi_i}(s) z(s) \times \times \left(\int_0^s w_0(s-h) x_{\phi_i}(h) z(h) dh - \tilde{J}(s, x) \right) ds \geq \geq -\sum_{i=1}^n g_{1i}^2 = -g_1^2 = const, \forall t > 0. \quad (24)$$

Причем, с учетом (15), слагаемое $\eta_3(0, t)$ можно преобразовать к виду

$$h_3(0, t) = \frac{1}{2} b_2^{-1} (1 + r(t)) \left((c_{инм}(t) - c_0)^2 - (c_{инм}(0) - c_0)^2 \right) \geq \geq -\frac{1}{2} b_2^{-1} (c_{инм}(0) - c_0)^2 = -g_2^2 = const, \forall t > 0, \quad (25)$$

где $g_0^2 + g_1^2 + g_2^2 = g^2 = const$.

Очевидно, что справедливость соотношений (23) – (25) непосредственно подтверждает справедливость ИНП вида (18).

На четвертом этапе, в условиях априорной неопределенности (5), требуется проверить достижимость в системе (16), (17), (20) – (22) целевых условий вида (13) – (15), т.е. ее адаптивность в заданном классе Ξ .

Поскольку требования критерия гиперустойчивости на втором и третьем этапах синтеза системы управления были выполнены, то, аналогично [4], это означает асимптотическую гиперустойчивость системы (16), (17), (20) – (22). Следовательно, существует предельное соотношение

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (x_*(t) - x(t)) = 0$$

и, как следствие, достижимость цели управления (13) в системе (16), (17), (20) – (22).

При этом, учитывая существование целевого условия (13), становится очевидным и выполнение целей адаптации (14), (15). Действительно, в условиях (13) согласно выражениям (12), (16), (21) будет выполнено предельное соотношение (15), а учитывая выражения (12), (16), (22) и очевидное предельное соотношение

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{dc_{инм}(t)}{dt} = 0,$$

будет достижима и цель адаптации (14).

Следует отметить, что по окончании процесса самонастройки коэффициента $C_{инт}(t)$ всегда найдется такое значение C_0 , что его модуль будет таким большим, как этого требует второй этап синтеза.

Пример

В качестве примера рассмотрим задачу управления системой (1), (6), (10) – (12), (20) – (22) со следующими исходными данными:

$$A(t, x) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a_{31}(t, x) & a_{32}(t, x) & a_{33}(t, x) \end{pmatrix}; \quad B(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3(t) \end{pmatrix}; \quad f(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ f_3(t) \end{pmatrix};$$

$$a_{31}(t, x) = a_1 + f_1(x_1, x_2, x_3) \cdot d_1(t);$$

$$a_{32}(t, x) = a_2 + f_2(x_1, x_2, x_3) \cdot d_2(t);$$

$$a_{33}(t, x) = a_3 + f_3(x_1, x_2, x_3) \cdot d_3(t);$$

$$f_1 = 300x_1^3x_2x_3, f_2 = 300x_1x_2x_3; f_3 = 300x_1x_2x_3^2;$$

$$d_1(t) = 120 \sin 0.5\pi t; d_2(t) = 5 \sin 0.5\pi t; d_3(t) = 90 \sin 0.5\pi t;$$

$$b_3(t) = 1 + 0.5\sin 0.5\pi t;$$

$$f_3(t) = 0.1 \exp(\sin(0.5\pi t + 1.4));$$

$$a_1 = -4, a_2 = 5, a_3 = -10;$$

$$g^T = (1 \ 2 \ 1).$$

Вектор G выбран желаемым образом в виде

$$G^T = (2 \ 5 \ 1).$$

Задающее воздействие $r(t)$ формировалось в виде функции:

$$r(t) = 0.3(e^{0.5(1 - \sin \pi t)} - 1) + 0.5(1 - \cos 0.5\pi t).$$

В ходе нескольких сеансов имитационного моделирования были выбраны следующие значения числовых параметров контура управления:

$$\beta_{11} = 5000; \beta_{12} = 6000; \beta_{13} = 6000; \beta_2 = 5000; k = 60.$$

Динамические характеристики процессов в исследуемой системе показаны на рис. 1 – 6.

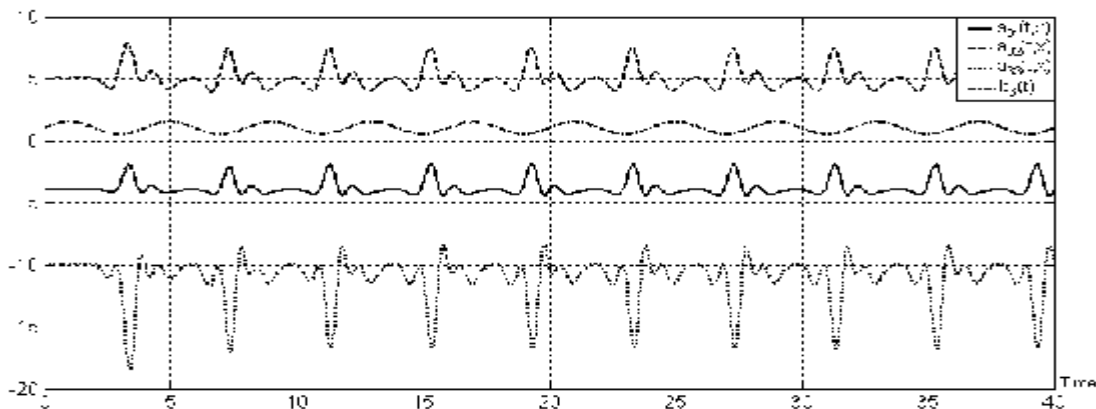


Рис. 1. Изменения параметров объекта управления.

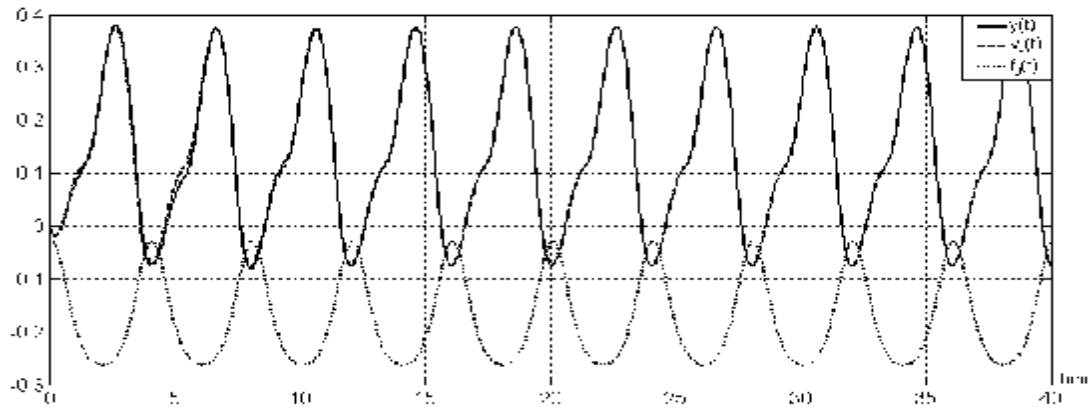


Рис. 2. Динамика возмущения $f(t)$ и выходов объекта $y(t)$ и эталона $y^*(t)$.

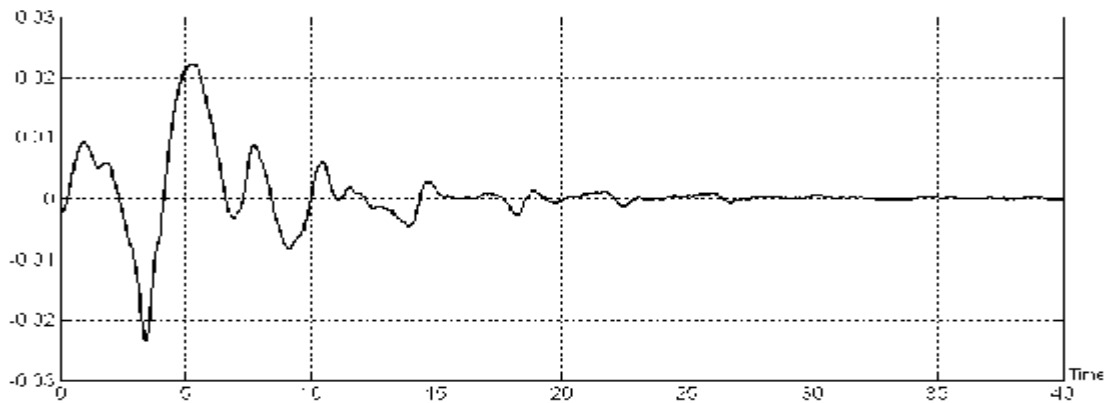


Рис. 3. Динамика ошибки управления $y^*(t) - y(t)$.

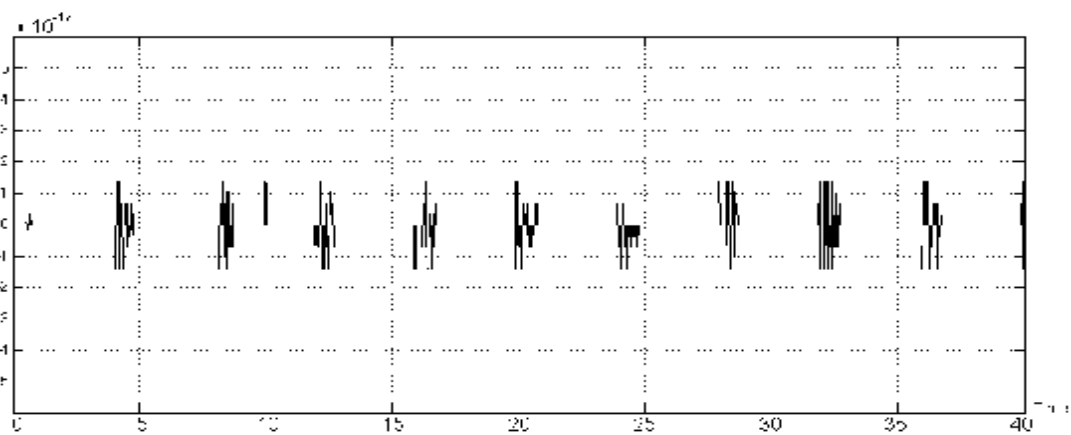


Рис. 4. Динамика ошибки фильтрации $y(t) - y_f(t)$.

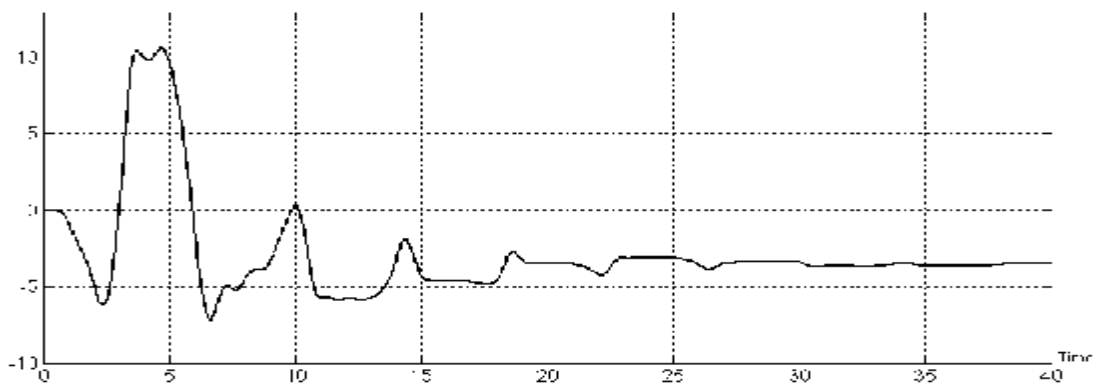


Рис. 5. Динамика настройки параметра $\chi_{opt}(t)$.

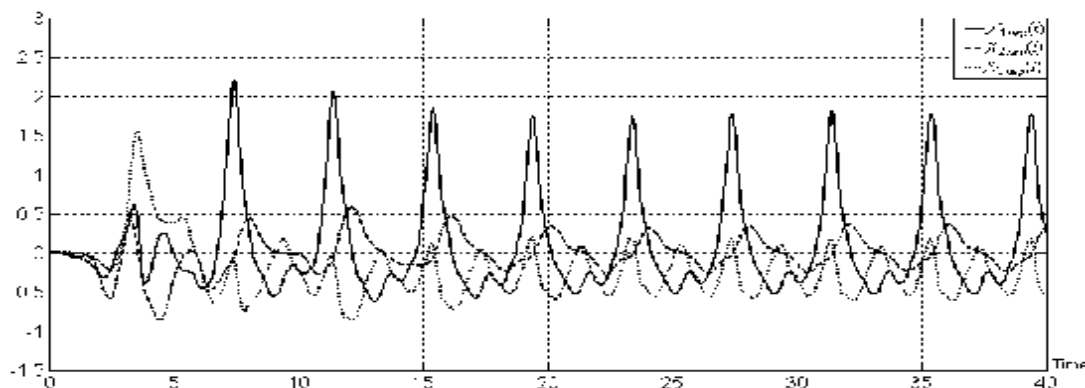


Рис. 6. Динамика настройки параметров $\chi_{nep}(t)$.

Заключение

В работе рассмотрен способ построения системы управления нелинейными скалярными объектами. Результаты моделирования показывают высокую эффективность применения фильтра переменных состояния минимального порядка в системах управления скалярными периодическими объектами и достаточно хорошее качество функционирования системы при использовании предлагаемого контура адаптации, содержащего наряду с периодическими, и интегрирующие блоки настройки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Попов В.М. Гиперустойчивость автоматических систем. – М.: Наука, 1970.
2. Еремин Е.Л. Новый тип алгоритмов параметрической настройки адаптивных регуляторов для систем управления нестационарными T -периодическими объектами // Информатика и системы управления. – 2003. – № 2. – С. 100-110.
3. Еремин Е.Л. Алгоритмы адаптивной системы управления с явно-неявной эталонной моделью для строго минимально-фазового объекта // Информатика и системы управления. – 2004. – № 2. – С. 157-166.
4. Еремин Е.Л., Цыкунов А.М. Синтез адаптивных систем управления на основе критерия гиперустойчивости. – Бишкек: Илим, 1992. .
5. Фрадков А.Л. Адаптивное управление в сложных системах. – М.: Наука, 1990.