



9. Еремин Е. Л., Чепак Л. В. Алгоритмы адаптации дискретно-непрерывных систем для объектов с запаздыванием по управлению //Вычислительные технологии. – 2006. –Т. 11, №3. – С.61-72.
10. Еремин Е.Л., Теличенко Д.А. Алгоритмы адаптивной системы с запаздыванием по управлению в схеме с расширенной ошибкой и эталонным упредителем //Мехатроника, автоматизация и управление. – 2006. – №6. – С.9-16.
11. Краснова С.А. Каскадный синтез наблюдателя состояния для нелинейных систем при наличии внешних возмущений //Автоматика и телемеханика. – 2003. – №1. – С.31-54.
12. Попов В.М. Гиперустойчивость автоматических систем. – М.: Наука, 1970.
13. Landau I.D. Adaptive control systems: the model reference approach. – N.Y.: Marsel Dekker, 1979.
14. Фомин В. Н., Фрадков А. Л., Якубович В. А. Адаптивное управление динамическими объектами. М.: Наука, 1981.
15. Борцов Ю.А., Поляхов Д.П., Путов В.В. Электромеханические системы с адаптивным и модальным управлением. – Л.: Энергоатомиздат, 1984.

УДК 684.511

© 2007 г. **Е.Л. Еремин**, д-р техн. наук,
Л.В. Чепак, канд. техн. наук

(Амурский государственный университет, Благовещенск)

АЛГОРИТМЫ РОБАСТНОГО НЕЛИНЕЙНОГО УПРАВЛЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫМИ СКАЛЯРНЫМИ ОБЪЕКТАМИ¹

Предложена процедура синтеза нелинейных робастных законов управления в системах с неявной и явно-неявной эталонной моделью для нестационарных объектов без измерения их переменных состояния и при наличии постоянно действующих возмущений.

Введение

Пусть математическое описание строго минимально-фазового объекта управления имеет вид

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(t) \cdot x(t) + B(t) \cdot u(t) + f(t), \quad y(t) = L^T x(t), \quad (1)$$

где $x(t) \in R^n$ – переменные состояния; $u(t) \in R$ – управление; $y(t) \in R$ – выход объекта; $A(t)$ и $B(t)$ – нестационарные матрица Фробениуса размера

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере (проект №7362).

$(n \times n)$ и вектор размера $(n \times 1)$, которые представимы в виде

$$A(t) = A_{\text{НП}} + B_0 \tilde{a}^T(t), \quad B(t) = B_0(1 + b(t)),$$

$\tilde{a}(t)$ и $b(t) > 0$ – ограниченные произвольные векторная и скалярная функции; $B_0^T = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1] \in R^n$; L – стационарный вектор выхода размера $(n \times 1)$; $f^T(t) = B_0^T f_n(t)$; $f^T(t) = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ f_n(t)] \in R^n$ – возмущение.

Функционирование объекта (1) протекает в условиях априорной параметрической неопределенности

$$A(t) = A(t, x), \quad B(t) = B(t, x), \quad L = L(x), \quad f(t) = f_x(t), \quad x \in \Xi, \quad (2)$$

где x – набор неизвестных параметров, принадлежащих известному множеству Ξ .

Для задания желаемого качества переходных процессов объекта (1) могут использоваться как неявная, так и явно-неявная эталонные модели.

Постановка задачи для системы с неявной эталонной моделью

Пусть динамика объекта (1) в установившемся режиме описывается неявной эталонной моделью

$$\frac{dx_*(t)}{dt} = A_0 \cdot x_*(t) + B_0 \cdot q(t), \quad y_*(t) = L^T x_*(t) = r(t), \quad (3)$$

где $x_*(t) \in R^n$ – неявные переменные состояния; $q(t)$ – некоторая ограниченная скалярная функция; $r(t) \in R$ – задающее воздействие; A_0 – стационарная гурвицаева матрица.

Поскольку матрица $A(t)$ и вектор $B(t)$ объекта (1) удовлетворяют условиям $A(t) = A_{\text{НП}} + B_0 \tilde{a}^T(t)$, $B(t) = B_0(1 + b(t))$, где $\tilde{a}(t)$ и $b(t)$ имеют вид

$$\tilde{a}^T(t) = (\tilde{a}_1(t), \tilde{a}_2(t), \dots, \tilde{a}_n(t)), \quad |\tilde{a}_i(t)| \leq a_{0i}^2 = \text{const}, \quad i = \overline{1, n},$$

$$0 < b(t) \leq b_0, \quad b_0 = \text{const} > 0,$$

то выполним преобразования

$$A(t) = A_{\text{НП}} + B_0 \tilde{a}^T(t) \pm c_0 B_0 L^T = A_{\text{НП}} + c_0 B_0 L^T + B_0 (\tilde{a}^T(t) - c_0 L^T)$$

и, обозначив

$$A_0 = A_{\text{НП}} + B_0 c_0 L^T, \quad a(t) = \tilde{a}(t) - c_0 L,$$

получим выражение

$$A(t) = A_0 + B_0 a^T(t). \quad (4)$$

Сформулируем следующую задачу: при любых начальных условиях $x(0)$ и наличии внешних помех $f(t)$ требуется – для объекта управления (1), функционирующего в условиях априорной неопределенности (2), синтезировать явный вид алгоритма управления $u(t)$, обеспечивающий выполнение целевого условия

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y_*(t) - y(t)| = \lim_{t \rightarrow \infty} |r(t) - y(t)| \leq s_0, \quad s_0 = \text{const} > 0. \quad (5)$$

Постановка задачи для системы с явно-неявной эталонной моделью

Для задания желаемого поведения объекта (1) воспользуемся явно-неявной эталонной моделью

$$\frac{dy_m(t)}{dt} = -a_0 \cdot y_m(t) + r(t), \quad (6)$$

где $y_m(t) \in R$, $a_0 = \text{const} > 0$.

Поскольку переменные состояния скалярного объекта управления измерению недоступны, для получения их оценок, следуя [1], воспользуемся фильтром переменных состояния

$$\frac{dx_f(t)}{dt} = A_f \cdot x_f(t) + B_f(t) \cdot y(t), \quad y_f(t) = L_f^T x_f(t) + D_f y(t), \quad (7)$$

где $x_f(t) \in R^{n-1}$ – переменные состояния фильтра; $y(t) \in R$ – выход объекта; A_f, B_f, L_f, D_f – соответственно матрица порядка $(n-1) \times (n-1)$, векторы порядка $(n-1) \times 1$ и скаляр, причем они заданы таким образом, что передаточная функция фильтра (7) имеет вид

$$W_f(s) = \frac{L_f^T (sE_n - A_f)^+ B_f}{\det(sE_n - A_f)} + D_f = 1.$$

Тогда, следуя [1], в измененном базисе объект управления (1) можно записать следующим образом:

$$\frac{d\bar{x}(t)}{dt} = \bar{A}(t) \cdot \bar{x}(t) + \bar{B}(t) \cdot u(t) + f(t), \quad y(t) = \bar{L}^T \bar{x}(t), \quad (8)$$

где $\bar{x}(t) = Q^{-1}x(t)$, $\bar{A}(t) = Q^{-1}A(t)Q$, $\bar{B}(t) = Q^{-1}B(t)$, $\bar{L}^T = L^T Q$, $Q^T = Q > 0$, $\det Q \neq 0$.

Фильтр переменных состояния в измененном базисе будет выглядеть как:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{x}_f(t)}{dt} &= \bar{A}_f \cdot \bar{x}_f(t) + \bar{B}_f(t) \cdot y(t), \\ y_f(t) &= \bar{L}_f^T x_f(t) + \bar{D}_f y(t), \quad \bar{x}(t) = \bar{x}_f(t). \end{aligned}$$

Передаточная функция эталона (6) может быть эквивалентно записана в виде [2]

$$W_m(s) = \frac{1}{s + a_0} \cdot \frac{a_m(s)}{a_m(s)} = \frac{\bar{L}^T (sE_n - A_m)^+ B_0}{\det(sE_n - A_m)}, \quad (9)$$

где $\det(sE_n - A_m)$ – гурвицев полином степени n ; $\bar{L}^T (sE_n - A_m)^+ B_0$ – полином степени $(n-1)$, что позволяет модель эталона (6) представить в пространстве состояний следующим образом:

$$\frac{dx_m(t)}{dt} = A_m \cdot x_m(t) + B_0 \cdot r(t), \quad y_m(t) = \bar{L}^T x_m(t), \quad (10)$$

где $x_m(t) \in R^n$ – переменные состояния; $r(t) \in R$ – задающее воздействие; $y_m(t) \in R$ – выход эталона; A_m – гурвицева матрица порядка $(n \times n)$.

Учитывая, что в (6) матрица Q выбирается, условия априорной неопределенности (2) примут вид

$$\bar{A}(t) = \bar{A}(t, x), \bar{B}(t) = \bar{B}(t, x), \bar{L} = \bar{L}(x), f(t) = f_x(t), x \in \Xi, \quad (11)$$

а для эталона (10) и объекта (8) будут выполнены следующие условия структурного согласования

$$\bar{A}(t) = A_m + B_0 a^T(t), B(t) = B_0(1 + b(t)), \quad (12)$$

где $a(t)$, $b(t)$ – неизвестным образом меняющиеся в известных пределах соответственно векторная и скалярная функции, причем

$$a^T(t) = (a_1(t), a_2(t), \dots, a_n(t)), |a_i(t)| \leq a_{0i}^2 = const, i = \overline{1, n},$$

$$0 < b(t) \leq b_0, b_0 = const > 0.$$

Постановка задачи – *требуется* для объекта управления (1), функционирующего в условиях априорной неопределенности (2), синтезировать явный вид алгоритма управления $u(t)$, обеспечивающий при любых начальных условиях $x(0)$ и действии внешних помех $f(t)$ выполнение целевого условия

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y_m(t) - y(t)| \leq s_0, s_0 = const > 0. \quad (13)$$

Методика разработки робастной системы управления

Для удобства изложения введем следующие обозначения: $z(t)$ – переменная состояния объекта управления; $x_M(t)$ – переменная состояния эталона (неявного или явно-неявного); $y_M(t)$ – выход эталона; A_M – матрица состояния эталона. Это позволяет описать исследуемые системы управления с позиций единого эталона, в частности для систем с неявной эталонной модели, применяя тождества

$$z(t) = x(t), x_M(t) = x_*(t), y_M(t) = y_*(t), A_M = A_0,$$

а для систем с явно-неявной эталонной моделью – используя равенства

$$z(t) = \bar{x}(t), x_M(t) = x_m(t), y_M(t) = y_m(t), A_M = A_m.$$

Рассмотрим последовательность этапов синтеза робастной системы управления нестационарным скалярным объектом (1) в рамках применения критерия гиперустойчивости [3].

Во-первых, сформируем сигнал рассогласования

$$e(t) = x_M(t) - z(t)$$

и представим эквивалентное математическое описание системы управления с эталонной моделью в виде

$$\frac{de(t)}{dt} = A_M \cdot e(t) + B_0 \cdot m(t), n(t) = y_M(t) - y(t), \quad (14)$$

$$m(t) = r(t) - (1 + b(t)) \cdot u(t) - f_n(t) - a^T z(t).$$

Во-вторых, обеспечим свойство строгой положительной определенности у линейной стационарной части системы (14), описываемой передаточной функцией

$$W(s) = G^T (sE_n - A_M)^{-1} B_0 = \frac{G^T (sE_n - A_M)^+ B_0}{\det(sE_n - A_M)} = \frac{a(s)}{b(s)}, \quad (15)$$

где для явно-неявной модели $G = \bar{L}$; для неявной эталонной модели $G = L$ и $A_M = A_0$; относительный порядок передаточной функции $W(s)$ равен 1, так как $\deg b(s) = n$, $\deg a(s) = (n - 1)$. Как известно [4, 5], для этого должно выполняться неравенство

$$\operatorname{Re} W(j\omega) > 0, \quad \forall \omega \in (0, +\infty). \quad (16)$$

Выполнение этого условия для системы (14) с неявной эталонной моделью, учитывая, что объект – строго минимально-фазовый и, как следствие, полином $a(s)$ является гурвицевым степени $(n - 1)$ с положительными коэффициентами, связано с существованием достаточно большого числа $c_0 = \text{const} > 0$.

Действительно, если записать соотношение

$$\begin{aligned} b(s) + c_0 a(s) &= s^n + c_0 \left(a_{n-1} + \frac{b_{n-1}(s)}{c_0} \right) s^{n-1} + \\ &+ c_0 \left(a_{n-2} + \frac{b_{n-2}(s)}{c_0} \right) s^{n-2} + \mathbf{K} + c_0 \left(a_0 + \frac{b_0(s)}{c_0} \right) \cong s^n + c_0 a(s), \end{aligned}$$

то, согласно [6], при большом значении c_0 многочлен $b(s) + c_0 a(s)$ окажется гурвицевым, у которого один вещественный корень сместится на комплексной плоскости далеко влево, а остальные корни устремятся к корням многочлена $a(s)$. В результате линейная стационарная часть системы (15) будет приближенно описываться выражением

$$W(s) \cong \frac{c_0}{s + c_0}, \quad (17)$$

которое соответствует передаточной функции аperiodического звена первого порядка, т.е. выполнение условия (16) очевидно.

Существование неравенства (16) для линейной стационарной части системы (15) с явно-неявной эталонной моделью тем более имеет место, поскольку ее передаточная функция (9), представленная в виде:

$$W(s) = \frac{a(s)}{b(s)} = \frac{a(s)}{a(s)(s + a_0)} = \frac{1}{s + a_0},$$

точно соответствует передаточной функции аperiodического звена первого порядка.

Таким образом, всегда найдутся достаточно большое число c_0 или желаемое значение a_0 , при которых линейные стационарные части соответствующих систем (15) будут удовлетворять выполнению условия (16).

В-третьих, обеспечим выполнение интегрального неравенства В.М. Попова:

$$h(0,t) = -\int_0^t m(s)n(s)ds \geq -g_0^2 = const, \forall t > 0. \quad (18)$$

Для этого в силу системы (14) левую часть данного выражения запишем следующим образом:

$$h(0,t) = \int_0^t \left(r(s) - (1 + b(s)) \cdot u(s) - f_n(s) - \sum_{i=1}^n a_i z_i(s) \right) n(s) ds, \quad (19)$$

что позволяет сформировать семейство нелинейных алгоритмов управления $u(t)$, определяя условия существования неравенства (18). Подробно процедуры синтеза робастных законов нелинейного управления рассмотрены ниже.

В-четвертых, аналогично [3], из выполнения требований (16), (18) в условиях априорной неопределенности (2) получаем, что исследуемая система является гиперустойчивой и робастной в заданном классе Ξ , поскольку выполняются соответственно для системы с неявной эталонной моделью (1), (3) целевое условие (5), а для системы с явно-неявным эталоном (1), (6), (7) – цель управления (11).

Синтез нелинейных алгоритмов робастного управления

На третьем этапе синтеза, связанном с определением явного вида робастного закона управления, воспользуемся представлением управляющего воздействия $u(t)$ в виде суммы трех сигналов

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) + u_3(t), \quad (20)$$

где $u_1(t)$ должен обеспечивать устойчивость объекта управления; $u_2(t)$ – формировать желаемую динамику системы в соответствии с типом эталонной модели; $u_3(t)$ – компенсировать влияние постоянно действующих помех.

Задавая управление $u(t)$ в виде (20), перепишем выражение (19) следующим образом:

$$\begin{aligned} h(0,t) = & h_1(0,t) + h_2(0,t) + h_3(0,t) = \\ & + \left(\int_0^t (1 + b(s))u_1(s)n(s)ds + \int_0^t \sum_{i=1}^n a_i z_i(s)ds \right) + \\ & + \left(\int_0^t (1 + b(s))u_2(s)n(s)ds - \int_0^t r(s)n(s)ds \right) + \\ & + \left(\int_0^t (1 + b(s))u_3(s)n(s)ds + \int_0^t f_n(s)n(s)ds \right) \end{aligned} \quad (21)$$

Определим сигнал $u_1(t)$, рассматривая слагаемое $h_1(0,t)$ в виде

$$\begin{aligned}
h_1(0,t) &= \int_0^t (1+b(s))u_1(s)\mathbf{n}(s)ds + \int_0^t \sum_{i=1}^n \mathbf{a}_i(s)z_i(s)\mathbf{n}(s)ds \pm \\
&\pm \int_0^t (1+b(s))\sum_{i=1}^n \mathbf{a}_{0i}z_i(s)\mathbf{n}(s)ds \geq \\
&\geq \int_0^t (1+b(s))u_1(s)\mathbf{n}(s)ds - \int_0^t (1+b(s))\sum_{i=1}^n \mathbf{a}_{0i}z_i(s)\mathbf{n}(s)ds \pm \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{a}_{0i}^2}{4\tilde{h}_{1i}} \pm \\
&\pm \int_0^t (1+b(s))(1+b_0)\sum_{i=1}^n \tilde{h}_{1i}z_i^2(s)\mathbf{n}^2(s)ds \geq \int_0^t (1+b(s))u_1(s)\mathbf{n}(s)ds - \\
&- \int_0^t (1+b(s))(1+b_0)\sum_{i=1}^n \tilde{h}_{1i}z_i^2(s)\mathbf{n}^2(s)ds + \int_0^t (1+b(s))^2 \sum_{i=1}^n \tilde{h}_{1i}z_i^2(s)\mathbf{n}^2(s)ds - \\
&- \int_0^t (1+b(s))\sum_{i=1}^n \mathbf{a}_{0i}z_i(s)\mathbf{n}(s)ds + \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{a}_{0i}^2}{4\tilde{h}_{1i}} - \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{a}_{0i}^2}{4\tilde{h}_{1i}} = \\
&= \int_0^t (1+b(s)) \left(u_1(s) - (1+b_0)\sum_{i=1}^n \tilde{h}_{1i}z_i^2(s)\mathbf{n}(s) \right) \mathbf{n}(s)ds + \\
&+ \sum_{i=1}^n \int_0^t \left((1+b(s))\sqrt{\tilde{h}_{1i}}z_i(s)\mathbf{n}(s) - \frac{\mathbf{a}_{0i}}{2\sqrt{\tilde{h}_{1i}}} \right)^2 ds - \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{a}_{0i}^2}{4\tilde{h}_{1i}} \geq \\
&\geq \int_0^t (1+b(s)) \left(u_1(s) - (1+b_0)\sum_{i=1}^n \tilde{h}_{1i}z_i^2(s)\mathbf{n}(s) \right) \mathbf{n}(s)ds - \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{a}_{0i}^2}{4\tilde{h}_{1i}} \geq \\
&\geq -\sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{a}_{0i}^2}{4\tilde{h}_{1i}} = -g_{01}^2 = const.
\end{aligned}$$

Если обнулить в последнем интеграле выражение в скобках, то, используя обозначение

$$h_1 = (1+b_0)\tilde{h}_1,$$

можно получить общий вид алгоритмов вида

$$u_1(t) = \sum_{i=1}^n h_{1i} \cdot z_i^2(t) \cdot \mathbf{n}(t).$$

При этом управление $u_1(t)$ для систем с явно-неявной эталонной моделью будет следующим:

$$u_1(t) = \sum_{i=1}^n h_{1i} \cdot \bar{x}_i^{-2}(t) \cdot (y_m(t) - y(t)), \quad h_{1i} = const > 0, \quad i = \overline{1, n}, \quad (22)$$

а для систем с неявной эталонной моделью получит вид

$$\begin{aligned}
u_1(t) &= h_1 \cdot \left(L^T z(t) \right)^2 \cdot \mathbf{n}(t) \quad \text{или} \\
u_1(t) &= h_1 \cdot y^2(t) \cdot (r(t) - y(t)), \quad h_1 = const > 0, \quad (23)
\end{aligned}$$

где $h_1, h_{1i} = const > 0, i = 1, \dots, n$ определяются в процессе имитационного моделирования.

Определим сигнал $u_2(t)$, т.е. второе слагаемое закона управления (20), рассматривая соотношение $h_2(0,t)$, записанное следующим образом:

$$\begin{aligned}
h_2(0,t) &= \int_0^t (1 + \mathbf{b}(s)) u_2(s) \mathbf{n}(s) ds - \int_0^t r(s) \mathbf{n}(s) ds \pm \\
&\pm \int_0^t (1 + \mathbf{b}(s)) r(s) \mathbf{n}(s) ds \geq \\
&\geq \int_0^t (1 + \mathbf{b}(s)) u_2(s) \mathbf{n}(s) ds - \int_0^t (1 + \mathbf{b}(s)) r(s) \mathbf{n}(s) ds \pm \\
&\pm \int_0^t (1 + \mathbf{b}(s)) (1 + \mathbf{b}_0) \tilde{h}_2 r^2(s) \mathbf{n}^2(s) ds \geq \int_0^t (1 + \mathbf{b}(s)) u_2(s) \mathbf{n}(s) ds - \\
&- \int_0^t (1 + \mathbf{b}(s)) (1 + \mathbf{b}_0) \tilde{h}_2 r^2(s) \mathbf{n}^2(s) ds + \int_0^t (1 + \mathbf{b}(s))^2 \tilde{h}_2 r^2(s) \mathbf{n}^2(s) ds - \\
&- \int_0^t (1 + \mathbf{b}(s)) r(s) \mathbf{n}(s) ds \pm \frac{1}{4\tilde{h}_2} = \\
&= \int_0^t (1 + \mathbf{b}(s)) \left(u_2(s) - (1 + \mathbf{b}_0) \tilde{h}_2 r^2(s) \mathbf{n}^2(s) \right) \mathbf{n}(s) ds + \\
&+ \int_0^t \left((1 + \mathbf{b}(s)) \sqrt{\tilde{h}_2} r(s) \mathbf{n}(s) - \frac{1}{2\sqrt{\tilde{h}_2}} \right)^2 ds - \frac{1}{4\tilde{h}_2} \geq \\
&\geq \int_0^t (1 + \mathbf{b}(s)) \left(u_2(s) - (1 + \mathbf{b}_0) \tilde{h}_2 r^2(s) \mathbf{n}^2(s) \right) \mathbf{n}(s) ds - \frac{1}{4\tilde{h}_2} \geq \\
&\geq -\frac{1}{4\tilde{h}_2} = -g_{02}^2 = const.
\end{aligned}$$

Аналогично предыдущему, обнуляя в последнем интеграле выражение в скобках и обозначая

$$h_2 = (1 + \mathbf{b}_0) \tilde{h}_2,$$

закон управления для $u_2(t)$ определится в виде

$$u_2(t) = h_2 \cdot r^2(t) \cdot \mathbf{n}(t),$$

где $h_2 = const > 0$.

При этом для неявной эталонной модели сигнал $u_2(t)$ получает следующее описание:

$$u_2(t) = h_2 \cdot r^2(t) \cdot (r(t) - y(t)), \quad h_2 = const > 0, \quad (24)$$

которое для случая явно-неявной эталонной модели имеет вид

$$u_2(t) = h_2 \cdot r^2(t) \cdot (y_m(t) - y(t)), \quad h_2 = \text{const} > 0. \quad (25)$$

Наконец, получим явный вид $u_3(t)$ из интеграла $h_3(0,t)$:

$$\begin{aligned} h_3(0,t) &= \int_0^t (1 + \mathbf{b}(s))u_3(s)\mathbf{n}(s)ds + \int_0^t f_n(s)\mathbf{n}(s)ds \pm f_0 \int_0^t \mathbf{n}(s)ds \geq \\ &\geq \int_0^t (1 + \mathbf{b}(s))u_3(s)\mathbf{n}(s)ds - f_0 \int_0^t \mathbf{n}(s)ds \pm f_0 \int_0^t (1 + \mathbf{b}(s))\mathbf{n}(s)ds \geq \\ &\geq \int_0^t (1 + \mathbf{b}(s))u_3(s)\mathbf{n}(s)ds - f_0 \int_0^t (1 + \mathbf{b}(s))\mathbf{n}(s)ds \pm \\ &\pm f_0 \int_0^t (1 + \mathbf{b}(s))(1 + \mathbf{b}_0)\tilde{h}_3\mathbf{n}^2(s)ds \geq \int_0^t (1 + \mathbf{b}(s))u_3(s)\mathbf{n}(s)ds - \\ &- f_0 \int_0^t (1 + \mathbf{b}(s))(1 + \mathbf{b}_0)\tilde{h}_3\mathbf{n}^2(s)ds + f_0 \int_0^t (1 + \mathbf{b}(s))^2\tilde{h}_3\mathbf{n}^2(s)ds - \\ &- f_0 \int_0^t (1 + \mathbf{b}(s))\mathbf{n}(s)ds \pm \frac{f_0}{4_0\tilde{h}_3} = \\ &= \int_0^t (1 + \mathbf{b}(s))(u_3(s) - (1 + \mathbf{b}_0)f_0\tilde{h}_3\mathbf{n}(s))\mathbf{n}(s)ds + \\ &+ \int_0^t \left((1 + \mathbf{b}(s))\sqrt{f_0}\tilde{h}_3\mathbf{n}(s) - \frac{\sqrt{f_0}}{2\sqrt{\tilde{h}_3}} \right)^2 ds - \frac{\sqrt{f_0}}{2\sqrt{\tilde{h}_3}} \geq \\ &\geq \int_0^t (1 + \mathbf{b}(s))(u_3(s) - (1 + \mathbf{b}_0)f_0\tilde{h}_3\mathbf{n}(s))\mathbf{n}(s)ds - \frac{\sqrt{f_0}}{2\sqrt{\tilde{h}_3}} \geq \\ &\geq -\frac{\sqrt{f_0}}{2\sqrt{\tilde{h}_3}} = -\mathbf{g}_{03}^2 = \text{const}. \end{aligned}$$

В последнем интеграле, аналогично предыдущему, обнулیم выражение в скобках и введем обозначение

$$h_3 = (1 + \mathbf{b}_0)f_0\tilde{h}_3.$$

Тогда общий вид $u_3(t)$ можно определить следующим образом:

$$u_3(t) = h_3 \cdot \mathbf{n}(t), \quad h_3 = \text{const} > 0. \quad (26)$$

При этом для неявной эталонной модели уравнение $u_3(t)$ примет вид

$$u_3(t) = h_3 \cdot (r(t) - y(t)), \quad h_3 = \text{const} > 0, \quad (27)$$

а для явно-неявной эталонной модели будет следующим:

$$u_3(t) = h_3 \cdot (y_m(t) - y(t)), \quad h_3 = \text{const} > 0. \quad (28)$$

Справедливость интегральных оценок, записанных относительно $h_1(0,t)$, $h_2(0,t)$ и $h_3(0,t)$, гарантирует, что интегральное неравенство (19) будет выполнено, поскольку

$$h(0,t) = \sum_{i=1}^3 h_i(0,t) \geq -g_{01}^2 - g_{02}^2 - g_{03}^2 = -g_0^2 = \text{const}, \forall t > 0.$$

Вычислительный эксперимент

Функционирование системы управления объектом (1) с неявной (3) и явно-неявной (10) эталонными моделями рассмотрим при следующих значениях параметров модели (14):

$$A_M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & -10 & -12 & -9 & -6 \end{pmatrix}, B_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (29)$$

$$f_n(t) = 1.1 \sin(0.05t), \quad b(t) = 2 \sin(1.2t),$$

$$a(t) = (\sin t \quad 12 \sin(0.5t) \quad 9 \sin(1.5t) \quad 15 \sin(0.5t) \quad \sin t).$$

Графики изменения параметров матрицы состояния и вектора управления объекта (1) представлены на рис. 1.

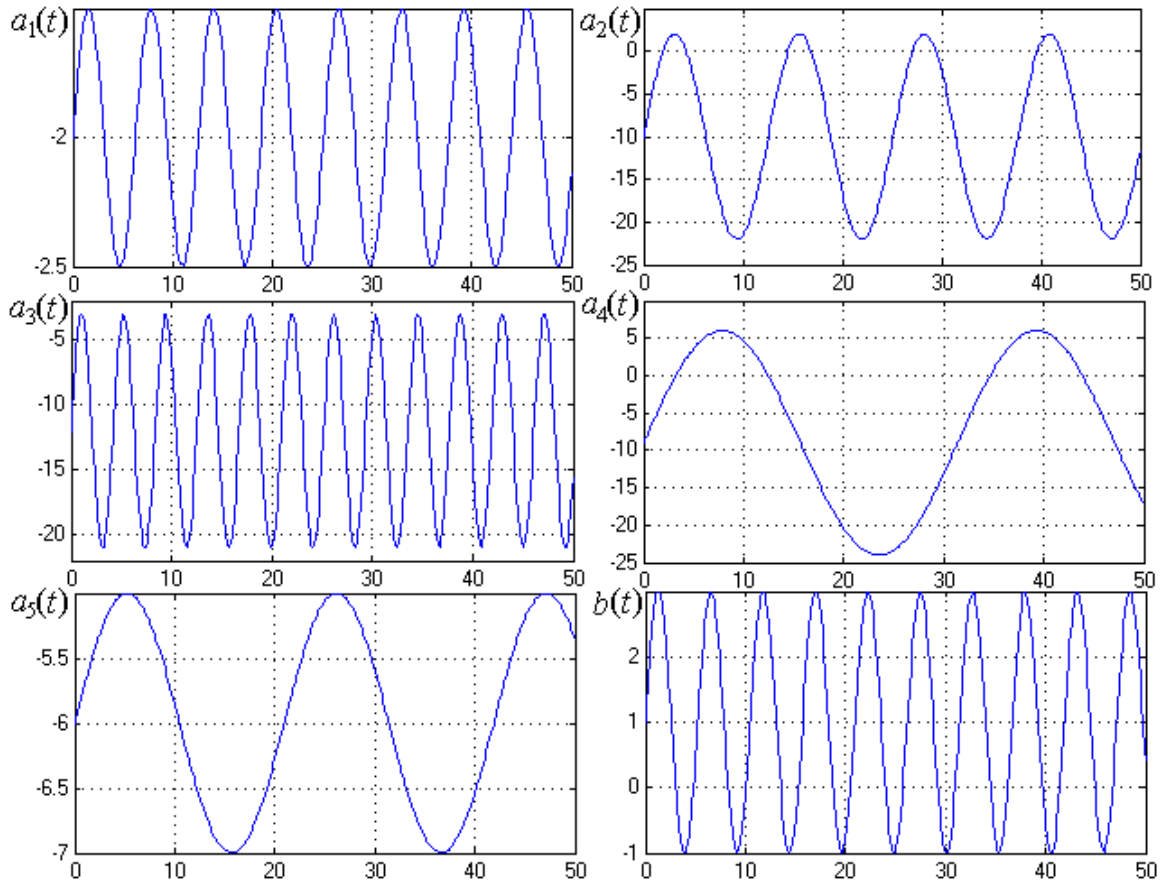


Рис. 1. Изменение параметров объекта управления (1), (29).

Передаточная функция фильтра переменных состояния (7)

$$W_f(s) = \frac{s^4 + 15s^3 + 44s^2 + 33s + 5}{s^4 + 15s^3 + 44s^2 + 33s + 5}. \quad (30)$$

В процессе имитационного моделирования системы (1), (3), (20), (23), (24), (27), (29) значения постоянных в законе управления (20) были следующими:

$$h_1 = 2 \times 10^7; h_2 = 5, h_3 = 3.3.$$

Результаты имитационного моделирования приведены на рис. 2а и 3а.

Результаты вычислительного эксперимента для системы (1), (6), (7), (20), (22), (25), (28) – (30), полученные при следующих значениях параметров:

$$\begin{aligned} h_{11} &= 2 \times 10^9; h_{12} = 9 \times 10^8; \\ h_{13} &= 1 \times 10^8; h_{14} = 3 \times 10^8; \\ h_{15} &= 10^7; h_2 = 5, h_3 = 3.3, \end{aligned}$$

представлены на рис. 2б и 3б.

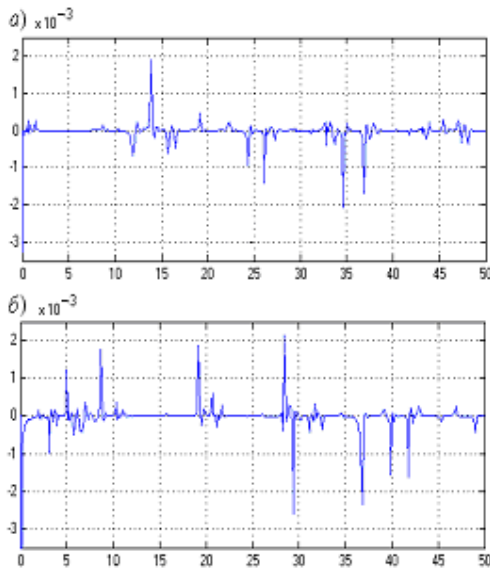


Рис. 2. Ошибка между желаемым сигналом и выходом объекта управления.

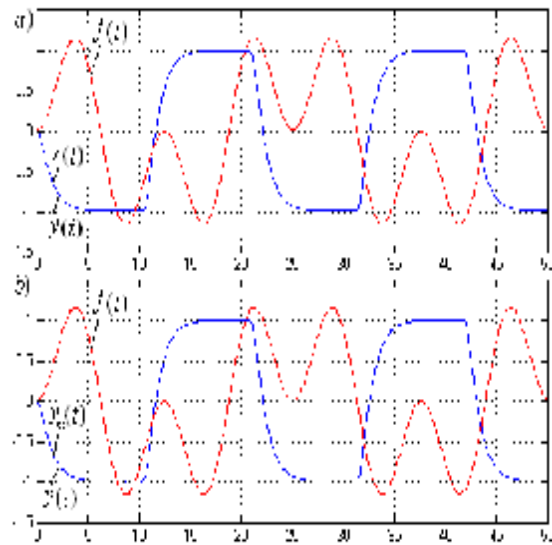


Рис. 3. Желаемый сигнал, выход объекта управления и возмущение.

Заключение

В рамках данной работы показано, что структуры неявной и явно-неявной эталонных моделей, используемых для формирования желаемой динамики неустойчивого нестационарного скалярного объекта, позволяют применять единую процедуру синтеза алгоритмов робастных систем управления.

Изучение особенностей работы объекта управления (1) в типовых режимах его функционирования позволило предложить семейство робастных законов, которое представлено в таблице.

Эталонная модель	Задающее воздейст.	Возмущение	Закон управления
<p>Неявная эталонная модель:</p> $\frac{dx_*(t)}{dt} = A_* x_*(t) + Bq(t),$ $y_*(t) = L^T x_*(t) = r(t).$	$r(t) \equiv 0.$	$f_n(t) \equiv 0$ или $\int_0^\infty f_n(s)ds < \infty.$	$u(t) = h_1 \cdot y^3(t),$ $h_1 = const > 0.$
		$f_n(t) \equiv 0$ или $\int_0^\infty f_n(s)ds < \infty.$	$u(t) = h_1 \cdot y^2(t) \cdot (r(t) - y(t)) +$ $+ h_2 \cdot r^2(t) \cdot (r(t) - y(t)),$ $h_1, h_2 = const > 0.$
		$ f_n(t) \leq f_0,$ $f_0 = const > 0.$	$u(t) = h_1 \cdot y^2(t) \cdot (r(t) - y(t)) +$ $+ h_2 \cdot r^2(t) \cdot (r(t) - y(t)) +$ $+ h_3 \cdot (r(t) - y(t))$ $h_1, h_2, h_3 = const > 0.$
<p>Явно-неявная эталонная модель:</p> $\frac{dy_m(t)}{dt} = -a_0 \cdot y_m(t) + r(t).$	$r(t) \neq 0.$	$\int_0^\infty f_n(s)ds < \infty$	$u_1(t) = \sum_{i=1}^n h_{1i} \cdot \bar{x}_i^2(t) \cdot (y_m(t) - y(t)) +$ $+ h_2 \cdot r^2(t) \cdot (y_m(t) - y(t)),$ $h_{1i}, h_2 = const > 0, i = \overline{1, n}.$
		$ f_n(t) \leq f_0,$ $f_0 = const > 0$	$u_1(t) = \sum_{i=1}^n h_{1i} \cdot \bar{x}_i^2(t) \cdot (y_m(t) - y(t)) +$ $+ h_2 \cdot r^2(t) \cdot (y_m(t) - y(t)) +$ $+ h_3 \cdot (y_m(t) - y(t)),$ $h_{1i}, h_2, h_3 = const > 0, i = \overline{1, n}.$

ЛИТЕРАТУРА

1. Еремин Е.Л. Алгоритмы адаптивной системы управления с явно-неявной эталонной моделью для строго минимально-фазового объекта // Информатика и системы управления. – Благовещенск: –2004. – №2(8). – С.157-167.
2. Еремин Е.Л. Робастные алгоритмы нестационарных систем управления с явно-неявной эталонной моделью // Дифференциальные уравнения и процессы управления. – 2001 – № 3. – С. 61 - 74. Электронный журнал – <http://www.neva.ru/journal>.
3. Еремин Е.Л., Теличенко Д.А., Чепак Л.В. Синтез адаптивных систем для скалярных объектов с запаздыванием по управлению. – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2006.
4. Фрадков А.Л. Адаптивное управление в сложных системах: беспоисковые методы. – М.: Наука, 1990.
5. Фрадков А.Л. Синтез адаптивной системы стабилизации линейного динамического объекта // АиТ. – 1974. – № 12. – С.96-103.
6. Мееров М.В. Синтез структур систем автоматического регулирования высокой точности. – М.: Наука, 1967.