



УДК 684.511

© 2007 г. **Н.П. Семичевская**, канд. техн. наук,  
**Д.А. Теличенко**, канд. техн. наук,  
(Амурский государственный университет, Благовещенск)

## РОБАСТНОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ С НАБЛЮДАТЕЛЕМ В КОНТУРЕ УПРАВЛЕНИЯ СИНХРОННЫМ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕМ В РЕЖИМЕ ВЕНТИЛЬНОЙ МАШИНЫ<sup>1</sup>

На основе применения стационарного наблюдателя получен нелинейный робастный закон управления электроприводом с вентильным двигателем. При синтезе системы управления предполагалось, что вектор пространства состояния недоступен для измерения, а в самом объекте управления присутствуют существенные нелинейности и нестационарности.

### Математическое описание объекта управления

Математическая модель вентильной машины аналогична модели синхронной машины [1 – 4], которая описывается уравнением равновесия ЭДС на обмотках статора в неподвижной системе координат и уравнением равновесия моментов на валу машины.

При анализе вентильной машины удобнее пользоваться вращающейся со скоростью ротора системой координат с осями  $d$  и  $q$ , при переходе к которой можно записать следующие уравнения, описывающие вентильную машину:

$$\begin{aligned} M &= \frac{3}{2} p \Phi_0 i_q, \quad J \frac{dw_m}{dt} = m - m_H, \\ u_d &= R_s i_d + L_s \frac{di_d}{dt} - w L_s i_q, \quad u_q = R_s i_q + L_s \frac{di_q}{dt} + w L_s i_d + w \Phi_0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $M = \frac{3}{2} p * |\Psi_s \times i_s|$  – электромагнитный момент, развиваемый машиной;

$J$  – общий момент инерции ротора и нагрузки;  $i_d, i_q, u_d, u_q$  – проекции тока и напряжения статора на оси координат  $d, q$ ;  $R_s, L_s$  – сопротивление и ин-

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере (проект №7362).

дуктивность статора;  $p$  – число пар полюсов;  $w_m = \frac{w}{p}$  – угловая скорость ротора;  $m_H$  – механический момент, приведенный к валу двигателя.

Используемые в уравнениях (1) относительные переменные и параметры при  $t = w_b t$  определяются соотношениями

$$u = \frac{\dot{u}}{U_b}, i = \frac{\dot{i}}{I_b}, w = \frac{w}{w_b}, m = \frac{M}{M_b}, T_s = \frac{w_b L_s}{R_s}, T_m = \frac{J w_b^2}{M_b}, T_\phi = w_b T_\phi,$$

а базовые величины – выражениями

$$U_b = \sqrt{2} U_\phi, I_b = \frac{U_b}{R_s}, w_b = \frac{U_b}{\Phi_0}, M_b = \frac{3}{2} \Phi_0 I_b.$$

Математическая модель вентильной машины во вращающейся системе координат в относительных величинах запишется системой уравнений

$$\begin{aligned} T_m \frac{d w_m}{dt} &= m - m_H, m = i_q, \\ T_s \frac{d i_d}{dt} &= -i_d + w T_s i_q + \tilde{u}_d, \\ T_s \frac{d i_q}{dt} &= -w T_s i_d - i_q - w + \tilde{u}_q, \end{aligned} \quad (2)$$

с учетом вращающихся координат определены напряжения на выходе вращающихся трансформаторов (ВТ):

$$\begin{aligned} \tilde{u}_d &= u_d \cos w T_\phi - u_q \sin w T_\phi, \\ \tilde{u}_q &= u_q \cos w T_\phi - u_d \sin w T_\phi, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $T_\phi$  – постоянная апериодического фильтра на выходе двухполупериодного демодулятора.

Введем в рассмотрение вектор переменных состояний

$$x^T(t) = (x_1 = w \quad x_2 = i_d \quad x_3 = i_q = m_H)$$

и запишем систему (2) в векторно-матричной форме

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(x(t))x(t) + B(x(t))u(t) + f_m(t), y(t) = L^T x(t), \quad (4)$$

где  $x(t) \in R^3$  – вектор состояния;  $y(t) \in R^2$  – вектор выхода;  $u(t) \in R^1$  – скалярное управляющее воздействие, полученное как  $u(t) = \tilde{u}_d + \tilde{u}_q$ ;  $f_m(t) \in R^3$  – вектор внешних возмущений, действующих на объект;  $A(x(t))$  – матрица состояния ( $3 \times 3$ );  $B(x(t))$  – вектор нестационарностей ( $3 \times 1$ ), где учитывается нестационарность вида (3);  $L$  – вектор выхода.

При этом явный вид матриц и векторов в системе (4) будет иметь следующий вид:

$$L^T = (1 \ 0 \ 0),$$

$$A(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{T_m p} \\ 0 & \frac{-1}{T_s} & x_1 \\ \frac{-1}{T_s} & -x_1 & \frac{-1}{T_s} \end{pmatrix}, B(x, t) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{T_s} \cos(x_1 T_\phi) \\ -\frac{1}{T_s} \sin(x_1 T_\phi) \end{pmatrix}, f_m(t) = \begin{pmatrix} \frac{-1}{T_m p} m_H \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Для дальнейшего построения системы положим, что для управляющего воздействия выполнено  $u(t) = \Lambda(x, t) \dot{u}(t)$ , где вектор  $\Lambda(x_1(t)) = (1, 1)$ , и скалярное управляющее воздействие получено как  $u(t) = \tilde{u}_d + \tilde{u}_q$ .

Желаемое поведение объекта зададим с помощью явно-неявной эталонной модели (ЯНЭМ):

$$\frac{dz_M(t)}{dt} = a_{0M} z_M(t) + b_{0M} r(t), z_M(t) = G^T y_M(t), \quad (5)$$

где  $r(t) = r_w(t)$  – скалярное задающее воздействие по скорости  $w$ ;  $G$  – вектор, компоненты которого подлежат выбору.

Условия структурного согласования для объекта управления и ЯНЭМ, с помощью которых систему (4) можно представить как систему с линейной стационарной частью (ЛСЧ) и нелинейной нестационарной частью (НСЧ), определяются как

$$A(x(t)) = A_M + B_M b^T(x_1), B(x, t) = B_M \cos(x_1 T_\phi), \quad (6)$$

где стационарные матрица  $A_M$  и вектор  $B_M$  и вектор нелинейностей  $b(x(t))$ :

$$A_M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{T_m p} \\ 0 & \frac{-1}{T_s} & 0 \\ \frac{-1}{T_s} & 0 & \frac{-1}{T_s} \end{pmatrix}, B_M = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{T_s} \\ \frac{1}{T_s} \end{pmatrix}, b^T(x_1) = (0 \quad x_1 \quad -x_1).$$

### Синтез нелинейного робастного закона управления.

Синтез регулятора в электроприводе осуществляется по критерию гиперустойчивости на основании типовых этапов синтеза. На первом этапе синтеза построим стационарный наблюдатель состояния полного порядка. Применение наблюдателей в системах с электромеханическими объектами предложено в работах [3, 6].

Скоростной контур настраивается робастным регулятором по задающему воздействию  $r_\omega$ , по координате  $x_1 = w$  ведется наблюдение. Момент нагрузки  $m_H$  является внешним возмущающим воздействием на валу ВМ.

*Первый этап.* Систему (4) – (6) можно представить в виде эквива-

лентной математической записи с линейной стационарной частью (ЛСЧ) и нелинейной частью (НЧ), с учетом условий структурного согласования (6)

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= A_M x(t) + B_M m(t) + f_m, \quad y(t) = L^T x(t), \\ m(t) &= b^T(x(t))x(t) + \frac{1}{T_s} u(t). \end{aligned} \quad (7)$$

Стационарный наблюдатель для системы (7) имеет вид

$$\frac{d\hat{x}(t)}{dt} = A_M \hat{x}(t) + B_M u(t) + N(y - \hat{y}), \quad \hat{y}(t) = L^T \hat{x}(t), \quad (8)$$

где  $\hat{x}(t)$  – оценки переменных состояния объекта, полученные как состояния наблюдателя;  $\hat{y}(t)$  – выход наблюдателя состояния.

Требуется синтезировать такой закон управления для управляющего воздействия  $u(t)$ , чтобы динамика объекта управления стремилась к динамике явно-неявной эталонной модели и выполнялось целевое условие

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x_M(t) - \hat{x}(t)) = e, \quad e = const,$$

при условии, что выполнено

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (z_M(t) - G^T \hat{y}(t)) = d, \quad d = const.$$

Получим эквивалентное математическое описание системы для обобщенной ошибки наблюдения  $e(t) = z_M(t) - G^T \hat{y}(t)$  с учетом наблюдателя (8)

$$\begin{aligned} \frac{de(t)}{dt} &= A_M e(t) + B_M m_e(t), \quad n(t) = G^T (L^T x_M - L^T \hat{x}), \\ m_e(t) &= \frac{1}{T_s} r(t) - b^T(x(t))x(t) - \frac{1}{T_s} u(t), \quad x(t) \cong \hat{x}(t), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $G$  – вектор для согласования размерностей, элементы которого подлежат выбору.

*Второй этап.* Обеспечение свойства положительности ЛСЧ системы (9).

Передаточная функция ЛСЧ системы (9) имеет вид

$$W(I) = G^T (IE - A_M)^{-1} B_M = \frac{G^T (IE - A_M)^+ B_M}{\det(IE - A_M)} = \frac{b_0}{I - a_0}. \quad (10)$$

Для эквивалентной формы записи системы управления (9) при использовании уравнения наблюдателя (8) необходимо, чтобы выполнялось частотное условие

$$\operatorname{Re}\{G^T (j\omega E_n - (A_M - NL^T))^{-1} B_M\} > 0, \quad \forall \omega \in (-\infty; +\infty). \quad (11)$$

Спектр матрицы  $(A_M - NL^T)$  задается таким образом, чтобы корни ее характеристического полинома  $j(I) = \det(IE_n - A_M + NL^T)$  удовлетворяли желаемому расположению полюсов на комплексной плоскости, и выбира-

ются соответствующим образом [3, 5]. Задание явной части ЭМ непосредственно обеспечивает справедливость частотного условия (11).

Выбор вектора  $G$  осуществляется исходя из условий строгой положительности полинома (10) и желаемого функционирования ОУ.

*Третий этап.* Явный вид закона управления  $u(t)$  можно получить исходя из условия выполнения модифицированного интегрального неравенства В.М. Попова (МИНП):

$$\tilde{H}(0, t) = -\sum_{j=1}^k \int_0^t m_{e_j}(s) n(s) Q_{ij}(n(s)) ds \geq -g_0^2 = const, \forall t > 0. \quad (12)$$

Запишем сумму интегралов из неравенства (12):

$$\begin{aligned} \tilde{H}(0, t) = & -\int_0^t \frac{1}{T_s} r_w |n(s)| n(s) - \lambda_1 \lambda_3 |n(s)| n(s) + \\ & + \lambda_1 \lambda_2 |n(s)| n(s) - \frac{1}{T_s} u(s) n(s) ds \geq -g_0^2. \end{aligned} \quad (13)$$

Получим интегральные оценки для слагаемых в интегральном неравенстве (13):

$$\begin{aligned} \tilde{H}(0, t) = & -\int_0^t \left( \frac{1}{T_s} r_w |n(s)| - \lambda_1 \lambda_3 |n(s)| + \lambda_1 \lambda_2 |n(s)| - \frac{1}{T_s} u(s) n(s) \right) ds \pm \\ & \pm \int_0^t \left( \tilde{g}_1 |r_w| - g_2 \lambda_1^2 \lambda_3^2 - g_3 \lambda_1^2 \lambda_2^2 \right) |n(s)|^2 - \frac{1}{T_s} u(s) n(s) ds \geq \\ & -\int_0^t \left( \tilde{g}_1 |r_w| - g_2 \lambda_1^2 \lambda_3^2 - g_3 \lambda_1^2 \lambda_2^2 \right) |n(s)|^2 - \frac{1}{T_s} u(s) n(s) ds, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $\tilde{g}_1 = T_s g_1$ .

Запишем интегральные неравенства, используя полученное выражение:

$$\begin{aligned} h(0, t) = & -\int_0^t \left[ \tilde{g}_1 |r_w| |n(s)| - g_2 \lambda_1^2 \lambda_3^2 |n(s)| - g_3 \lambda_1^2 \lambda_2^2 |n(s)| - \right. \\ & \left. - u(s) \text{sign}(n(s)) \right] |n(s)| ds \geq -\tilde{g}_0^2. \end{aligned} \quad (15)$$

Выражение, заключенное в квадратные скобки в (15), приравняем к нулю, что не противоречит выполнению интегрального условия (12). Получим явный вид робастного закона управления  $u(t)$  для электропривода вентильной машины, где в качестве переменных состояния объекта управления взяты их оценки, полученные на выходе стационарного наблюдателя [3, 5 – 7]:

$$u(t) = (\tilde{g}_1 |r_w| + g_2 \lambda_1^2 \lambda_3^2 + g_3 \lambda_1^2 \lambda_2^2) n(t). \quad (16)$$

Заметим, что вместо закона управления (16) может быть использована его модификация [4]:

$$u(t) = (g_1 |r_w| + g_2 x_1^2 x_3^2 + g_3 x_1^2 x_2^2 + g_4 F(n))n(t), \quad (17)$$

где функция  $F$  имеет вид  $F(n) = |n(t)|^q, 0 < q < 1$ .

*Четвертый этап.* Выполнение условия МИНП (12) и условия строгой положительной определенности для эквивалентной системы управления (8), (9), согласно критерию гиперустойчивости, означает как собственную гиперустойчивость, так и гиперустойчивость исходной системы (4) – (6). Следовательно, в системе имеет место выполнение целевого условия

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x_M(t) - \dot{x}(t)) = e, e = const,$$

если выполнено

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (z_M(t) - G^T \dot{y}(t)) = d, d = const.$$

Таким образом, синтезированы алгоритмы управления электроприводом с вентильной машиной в системе с явно-неявным эталоном (5), с применением стационарного наблюдателя полного порядка (8) для восстановления недоступных измерению переменных состояния объекта.

### **Имитационное моделирование робастной системы управления электроприводом с вентильным двигателем**

Имитационная модель для системы управления электроприводом с вентильным двигателем (8), (9), (17) показана на рис. 1. На рис. 2 приведена структура робастного регулятора (17), а на рис. 3 – структура стационарного наблюдателя (8). Simulink-модель вентильной машины показана на рис. 4. Динамика процессов в вентильном двигателе со стационарным наблюдателем представлена на рис. 5, где  $w(t)$  – угловая скорость объекта  $x_1(t)$ , объекта без наблюдателя  $\tilde{x}_1(t)$ , с наблюдателем –  $\dot{x}_1(t)$ ;  $i_d$  – ток по продольной оси статора;  $m_n$  – момент нагрузки на валу двигателя. Динамика процессов в системе управления (8), (9), (17) показана на рис. 6 и 7.

Для уменьшения влияния токов  $i_d$  и  $i_q$  на эквивалентные частотные характеристики введены местные обратные связи и корректирующие ПИД-регуляторы, предложенные в работах [1, 2].

Приведем числовые значения параметров системы управления электроприводом с вентильной машиной (8), (9), (17), использовавшиеся при имитационном моделировании.

Параметры системы:

$$T_s = 1.52; T_m = 11.44;$$

$$p_0 = 8; kp_1 = 10; kp_2 = 1;$$

$$w_n = 1;$$

$$T_{ss} = 5;$$

$$a_{13} = 1/(T_m p_0);$$

$$a_{22} = -(1+kp_2)/T_s; a_{23} = w_n;$$

$$a_{31} = -1/T_s; a_{32} = -w_n; a_{33} = -(1+kp_1)/T_s.$$

Матрицы и векторы в системе:

$$A(x(t)) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.0109 \\ 0 & -1.316 & w_n \\ -0.658 & -w_n & -7.237 \end{pmatrix}; B = \frac{1}{T_s} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.658 \\ 0.658 \end{pmatrix}; L = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$A_M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -352.164 & -149.607 & -21.185 \end{pmatrix}; B_M = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Выбор полюсов наблюдателя осуществлен на основе описанной методики [3, 5], в результате получены следующие значения спектра матрицы  $(A_M - NL^T)$ :

$$\lambda_0 = -\min(\text{eig}(A)) = 7.0618; \lambda_M = 5\lambda_0 = 35.3090.$$

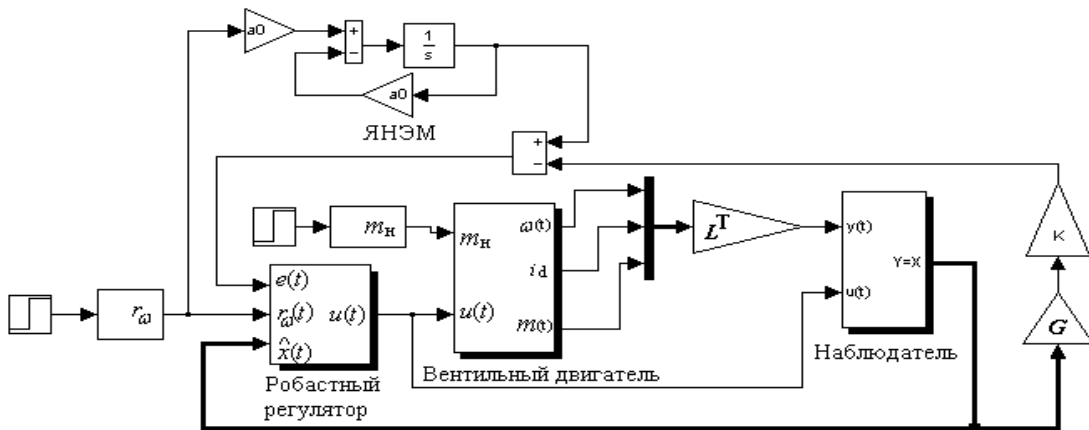


Рис. 1. Simulink-модель системы управления вентильным двигателем с наблюдателем состояния (5), (8), (9), (17).

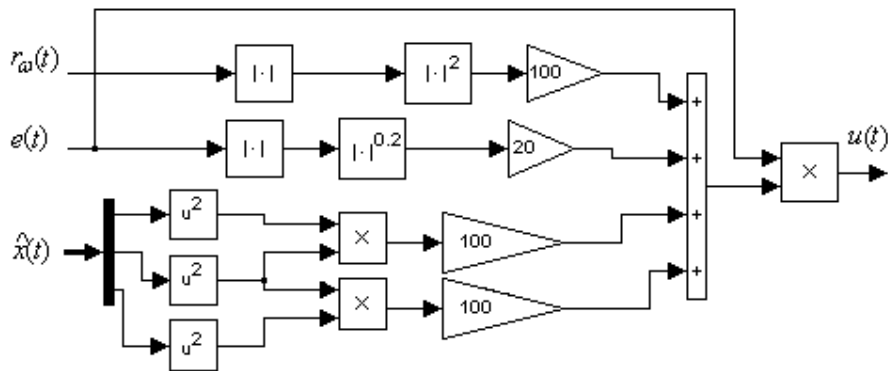


Рис. 2. Simulink-модель робастного регулятора (17).

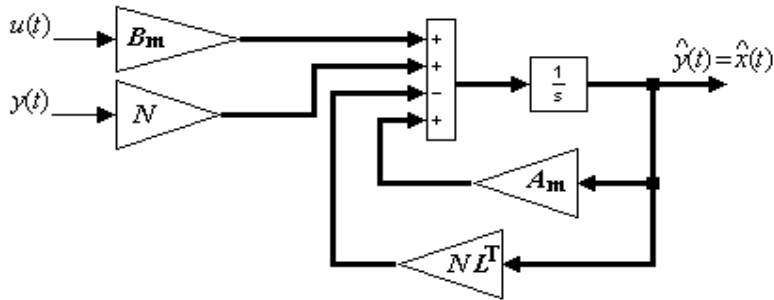


Рис. 3. Simulink-модель стационарного наблюдателя состояния (8).

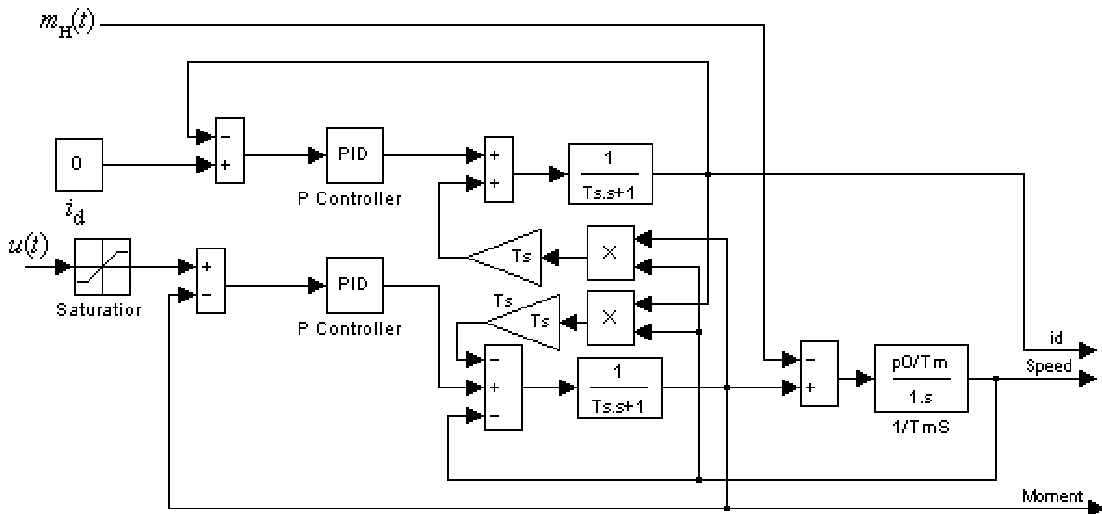


Рис. 4. Simulink-модель вентильного двигателя.

Для стационарного наблюдателя матрица  $NL^T$  рассчитана как:

$$NL^T = 1000 \begin{pmatrix} 0.0847 & 0 & 0 \\ 1.795 & 0 & 0 \\ -7.0433 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Параметры вектора  $G^T = [a_0^2 \quad 2a_0 \quad 1] = [49.8689, \quad 14.1236, \quad 1.0000]$ . Коэффициент усиления в системе (8), (9), (17) равен  $K = 0.0392$ . Параметры робастного регулятора (17):  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 100$ ;  $\gamma_4 = 20$ .

По результатам имитационного моделирования для системы (8), (9), (17) при задающем воздействии  $r_\omega(t)$  и действующем на двигатель скачкообразно меняющемся моментом на валу двигателя были получены динамические характеристики по угловой скорости и токам на валу, приведенные на рис. 5. Из рисунка видно, что система управления достаточно хорошо справляется как со скачкообразным изменением момента нагрузки на валу, так и с наличием в двигателе нелинейностей.



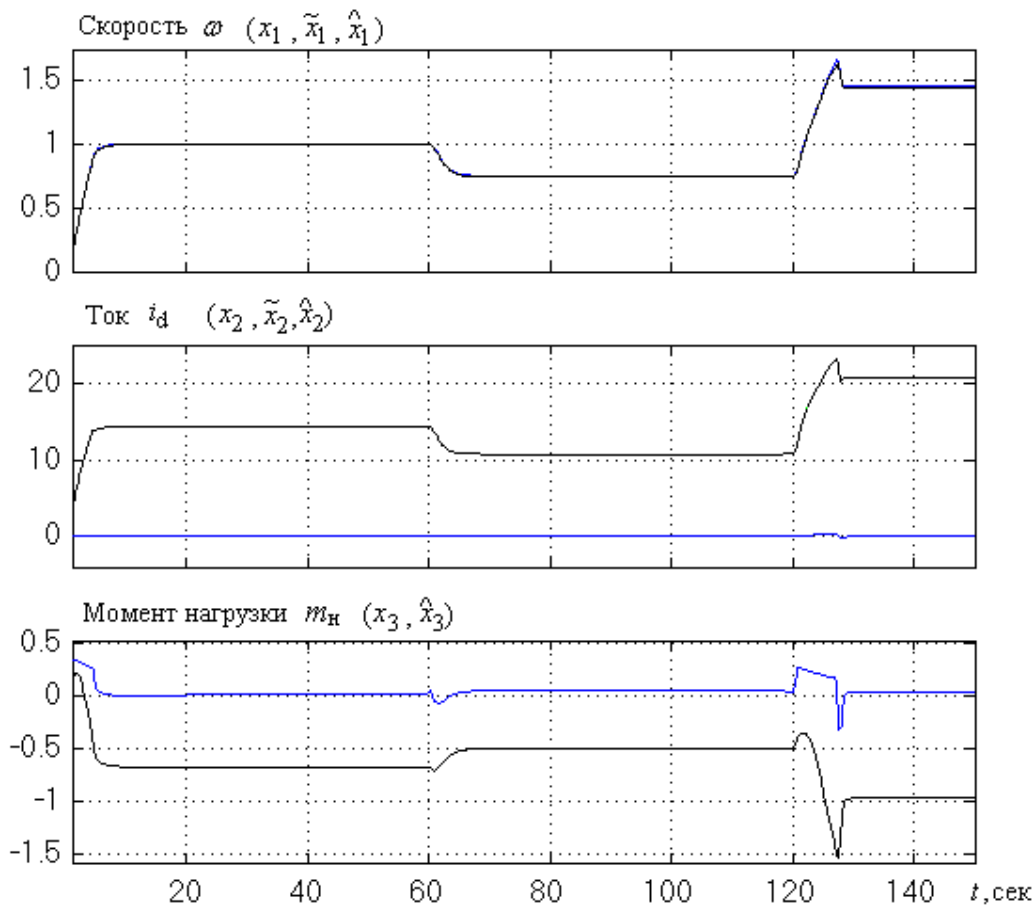


Рис. 5. Динамика процессов в вентильном двигателе со стационарным наблюдателем.

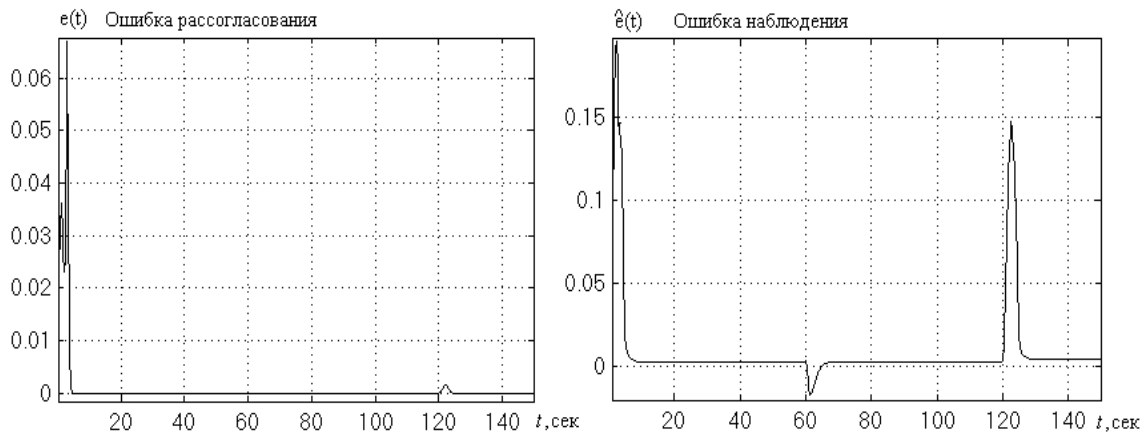


Рис. 6. Рассогласования в системе управления (8), (9), (17).

### Заключение

В работе синтезирован алгоритм робастного управления вентильным двигателем, представляющим собой скалярный, нелинейный и нестационарный объект. Получен нелинейный робастный закон управления электродвигателем с вентильной машиной при неполном измерении простран-

ства состояния с использованием стационарного наблюдателя полного порядка. Применение наблюдателя в системе управления позволяет получать оценки состояний объекта управления и формировать закон управления с использованием оценок переменных состояния. Преимущественной характеристикой предлагаемой методики построения закона управления является то, что в данном случае не требуется измерение всего вектора состояний объекта, а также и то, что в самом алгоритме отсутствует компонента с сигнальной составляющей.

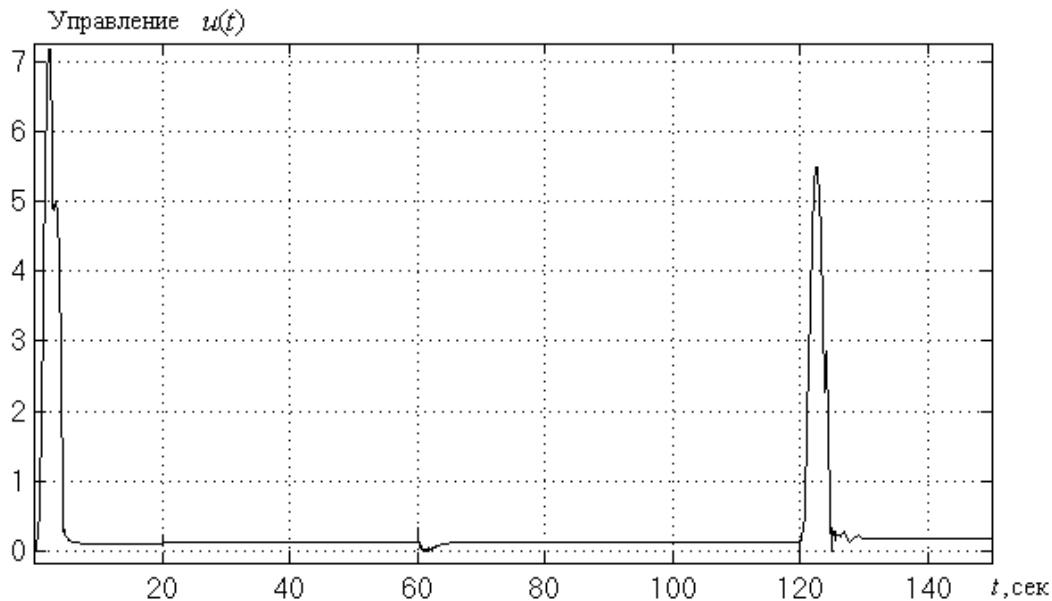


Рис. 7. Управляющее воздействие  $u(t)$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Герман-Галкин С.Г. Компьютерное моделирование полупроводниковых систем в MATLAB 6.0: Учеб.пособие. – СПб.: Корона принт, 2001.
2. Терехов В.М. Системы управления электроприводов: учебник для студ. высш. учеб. заведений / В.М. Терехов, О.И. Осипов; под ред. В.М. Терехова. – М.: Изд. центр «Академия», 2005.
3. Борцов Ю.А., Поляхов Н.Д., Путов В.В. Электромеханические системы с адаптивным и модальным управлением. – Л.: Энергоатомиздат, 1984.
4. Семичевская Н.П. Гибридная система нелинейного робастного управления электроприводом вентильной машины // Вестник АмГУ. – Благовещенск, 2006. – Вып. 33. – С.44-50.
5. Еремин Е.Л., Семичевская Н.П., Чепак Л.В. Нелинейно-робастная система управления с явно-неявным эталоном для нестационарных SISO-объектов с запаздыванием по состоянию // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2007. – №1. – С.16-20.
6. Краснова С.А. Каскадный синтез системы управления манипулятором с учетом динамики электроприводов // АиТ. – 2001. – № 11. – С.51-72.
8. Краснова С.А. Каскадный синтез наблюдателя состояния для нелинейных систем при наличии внешних возмущений // АиТ. – 2003. – №1. – С.31-54.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Е.А. Ереминым.