

плацентарной недостаточности у женщин во втором триместре беременности, а при D, меньше граничного значения, прогнозируют нормальное течение второго триместра гестации. Вероятность правильного прогноза составляет 88,3%.

Разработанный нами способ доклинического прогнозирования развития плацентарной недостаточности во втором триместре гестации при гриппозной инфекции, развившейся в первом триместре, защищен патентом Российской Федерации № 2336527. Его использование в клинической перинатологии позволяет своевременно проводить комплекс мероприятий, направленных на улучшение обмена энергетического и пластического субстратов в системе “мать- хорион- эмбрион” с целью предупредить формирование плацентарной недостаточности во втором триместре гестации у больных гриппом А(Н3N2) в первом триместре беременности.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Реброва О.Ю.* Статистический анализ медицинских данных. Применение пакета прикладных программ STATISTICA. – М.: Медиа Сфера, 2002.
2. *Ульянычев Н.В.* Автоматизированная система для научных исследований в области физиологии и патологии дыхания человека. – Новосибирск: Наука, 1993.
3. *Гориков И.Н.* Маркеры ранней плацентарной недостаточности при гриппе А(Н3N2) у беременных // Бюл. физиол. и пат. дыхания СО РАМН. – 2005. – Вып.20. – С.12-15.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Ю.М. Перельманом.

УДК 531/534:[57+61]

© 2008 г. **Л.А. Соловцова**

(Амурский государственный университет, Благовещенск)

ПРОГРАММНЫЙ МОДУЛЬ ДЛЯ РАСЧЕТА ПРОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕМЕНТОВ СТЕРЖНЕВЫХ УСТРОЙСТВ

На основе математического аппарата с использованием метода конечных элементов разрабатывается модуль для расчета напряженно-деформированного состояния элементов объемных стержневых конструкций, используемых в травматологии.

Введение

Сложность современных стержневых конструкций и вытекающая из этого необходимость поиска рациональных проектных решений – важная причина, обуславливающая необходимость автоматизации их проектирования. Следует пони-

мать, что для оценки прочности и жесткости конструкций необходимо использовать современные математические методы, которые дают результаты, близкие к реальным значениям. Одним из таких универсальных методов для решения перечисленных задач является метод конечных элементов. Применение этого метода стало возможным благодаря использованию современных средств вычислительной техники и совершенного программного обеспечения. Прогресс, достигнутый в применении этого метода в последние годы, дал возможность отказаться от прежних частных решений и грубых моделей стержневых конструкций. Применение в анализе прочности конструкций метода конечных элементов позволяет повысить степень приближения решения конструкторских задач к реальной действительности за счет создания более совершенных моделей.

Известно, что только с помощью вычислительной техники можно существенно улучшить качество проектирования, поскольку при этом появляется возможность расчета многих вариантов конструкции с целью выбора рациональной еще на стадии проектирования.

Стержневые конструкции широко используются в практике травматологии и ортопедии. С их помощью достигается стабильная фиксация костных фрагментов. Показатели жесткости фиксации костных фрагментов являются основными в характеристике фиксирующих конструкций. Важный этап лечения переломов костей с использованием конструкций наружной фиксации – предоперационное планирование остеосинтеза, включающее определение напряженно-деформированного состояния составных частей и аппарата в целом.

Замена стендовых испытаний фиксирующих конструкций компьютерным моделированием позволяет быстро и точно определить рациональную компоновку конструкции, которая обеспечит необходимую для функционального лечения жесткость [1].

Постановка задачи

В травматологии используют множество типов конструкций для аппаратов наружной фиксации костей. Эти аппараты отличаются друг от друга по виду их соединения с костями, по форме опорной рамы и ее конструктивных элементов. Например, аппарат Илизарова состоит из четырех внешних опорных колец, соединенных друг с другом штангами. Крепится к кости с помощью спиц.

Расчетная модель аппарата показана на рис. 1. Для конструкции аппарата и его составных частей (штанга, внешнее опорное кольцо, спица) разработаем расчетный модуль, с помощью которого можно проводить имитационное моделирование стержневых фиксирующих устройств. Целью имитационного моделирования является определение напряженно-деформированного состояния элементов стержневой конструкции в процессе ее эксплуатации. Математическое моделирование основано на методе конечных элементов. Расчетный модуль предполагается использовать как составную часть разрабатываемого пакета прикладных программ *Fixing devices toolbox* в системе Matlab 6.5, которая имеет широкие возможности для работы с матрицами при решении систем линейных уравнений.

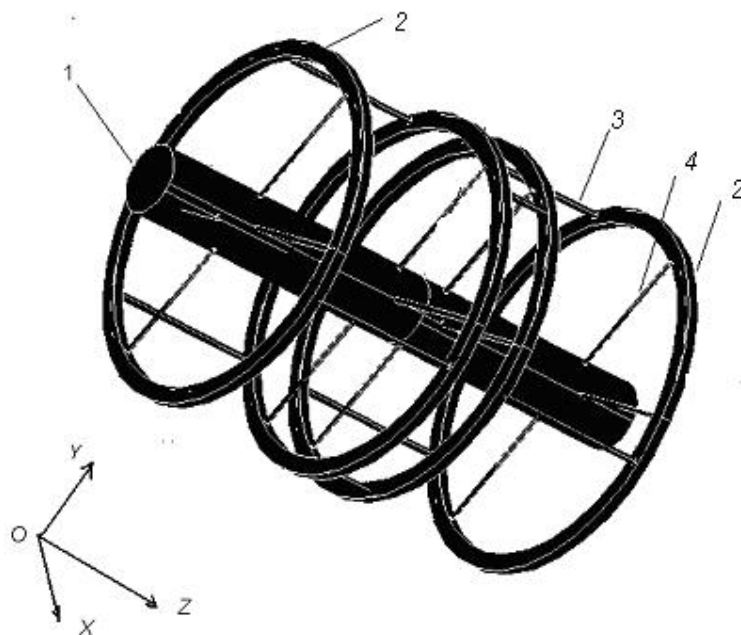


Рис. 1. Расчетная модель аппарата Илизарова: 1- имитатор кости; 2– внешняя кольцевая опора; 3 – штанга; 4 – чрескостный элемент (спица).

Алгоритм решения задачи

Для расчета напряженно-деформированного состояния элементов и конструкции в целом применим метод конечных элементов (МКЭ). При моделировании штанг и чрескостных элементов (спиц) в качестве конечного элемента используем пространственный стержень, имеющий 12 степеней свободы (3 перемещения и 3 угла поворота в каждом узле) (рис. 2) [2].

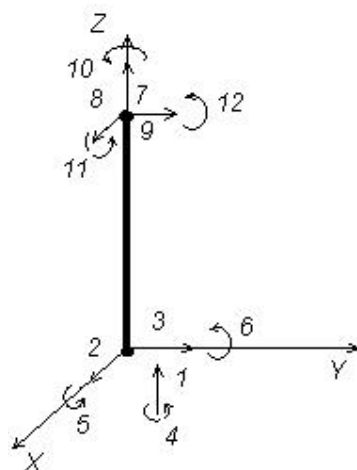


Рис. 2. Пространственный стержневой элемент с 12-ю степенями свободы.

Связь между деформациями и усилиями определяется при помощи матрицы жесткости решением матричного уравнения:

$$\{F\} = [K]\{U\}, \quad (1)$$

где $[R]$ – матрица жесткости; $\{U\}$ – вектор перемещений.

Уравнение (1) соответствует варианту МКЭ в форме метода перемещений.

Для приведения уравнений состояния КЭ к уравнению (1), или фактически к краевой задаче, необходимо выполнить ряд стандартных матричных операций.

1. Формирование матрицы жесткости отдельных конечных элементов в глобальной системе координат по формуле:

$$K_g = C_g^T k_g C_g, \quad (2)$$

где K_g – матрица жесткости отдельного конечного элемента в глобальной системе координат; C_g – матрица преобразования перемещений конечного элемента к глобальной системе координат; C_g^T – транспонированная матрица; k_g – матрица жесткости конечного элемента в локальной системе координат.

Матрица C_g содержит направляющие косинусы между осями локальной и глобальной систем координат. Для стержневого конечного элемента направления осей локальной и глобальной систем координат принимаются одинаковыми [3].

2. Построение матрицы жесткости по формуле:

$$K = \sum_{g=1}^n K_g. \quad (3)$$

3. Составление разрешающего уравнения МКЭ и его решение:

$$[K]\{u\} + [R] = 0 \rightarrow \{u\} = -[K]^{-1}[R], \quad (4)$$

где $[K]^{-1}$ – обратная матрица жесткости; $[R]$ – матрица узловых реакций от внешней нагрузки.

4. Определение перемещений граничных точек всех конечных элементов

$$[\Delta]_g = [C]_g \{u\}. \quad (5)$$

5. Определение усилий в граничных точках всех конечных элементов

$$[S]_g = k_g [\Delta]_g + [S]_g^f,$$

где $[S]_g^f$ – матрица усилий в граничных точках конечного элемента от внеузловых нагрузок.

6. Построение эпюр напряженно-деформированного состояния по компонентам векторов перемещений $[\Delta]_g$ и усилий $[S]_g$.

Для моделирования конечными элементами внешней кольцевой опоры используем пространственный конечный элемент в виде четырехузлового тетраэдра (четырёхгранник). Построение для него матрицы жесткости показано в работе [4].

Пример работы программного модуля

Главная составная часть илизаровского аппарата – внешнее опорное кольцо, внутренний диаметр которого 160 мм, ширина – 15 мм, толщина – 6 мм.

Опорные кольца соединены друг с другом штангами, диаметр которых 6 мм, длина 100 мм или 150 мм. Соединенные с костью и друг другом, опорные кольца и штанги образуют раму аппарата. Рама фиксируется на кости с помощью чрескостных спиц, которые будем рассматривать как тонкие стержни диаметром 2 мм и длиной не превышающей внутренний диаметр опоры.

Рассчитаем деформацию стержневого элемента аппарата Илизарова – штан-

ги (рис. 3). Моделируем штангу четырьмя пространственными стержневыми элементами. Для этих элементов задаем радиус сечения, длину, моменты инерции, момент сопротивления кручению и свойства материала штанги в виде модуля упругости $E = 20 \times 10^{10} \text{ Па}$ и коэффициента Пуассона $\mu = 0,3$. Штангу закрепляем жестко в узлах 1 и 5. В узле 3 задаем поперечную силу, направленную вдоль оси OX и равную 100Н.

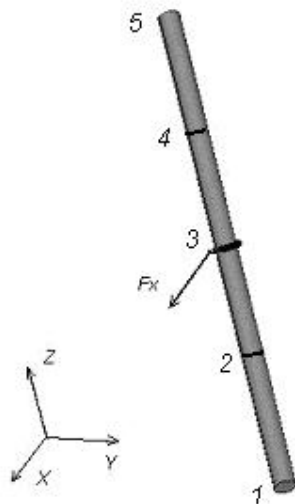


Рис. 3. Штанга аппарата Илизарова: 1, 2, ...5 – узлы конечно-элементной модели;
 F_x – поперечная сила.

Конечно-элементная модель штанги имеет 5 узлов, каждый из которых обладает шестью степенями свободы. Получаем систему (30×30) линейных уравнений, решение которой позволяет определить перемещения в узлах. Максимальное перемещение вдоль оси OX получено в узле 3 и равно $u_x = 5,63 \times 10^{-11} \text{ (м)}$, напряжение $\sigma_x = 31,8 \text{ (Н/м}^2\text{)}$.

Для расчета деформации спиц также используем МКЭ. Спицы при соотношении длины и диаметра менее 100 (в исследуемой конструкции эта величина равна 80) рассматриваются как тонкие стержни, которые можно моделировать конечными элементами [5]. Возможность использования конечно-элементной модели для расчета поперечной деформации спицы подтверждает численный эксперимент [1], результаты которого сравнивались с экспериментальными результатами, полученными Л.Н. Соломиным [6].

Определим напряженно-деформированное состояние кольцевой опоры. Моделирование конструкции выполняем с использованием тетраэдрального конечного элемента, имеющего в каждом узле три степени свободы. Вид конечно-элементной модели представлен на рис. 4. Задаем геометрические характеристики и свойства материала. Размеры конечного элемента не превышают 6 мм. Конечно-элементная модель имеет 498 узлов, а система – 1494 линейных уравнений. Для решения задаем жесткое закрепление в узлах A и B . В узле C задаем нагрузку в виде силы, направленной вдоль оси OX и равной 100Н. После решения системы уравнений имеем максимальное перемещение в узле C , направленное по оси X и численно равное $u_x = 8,14 \times 10^{-9} \text{ (м)}$, напряжение в том же узле $\sigma_x = 0,35 \text{ (Н/м}^2\text{)}$.

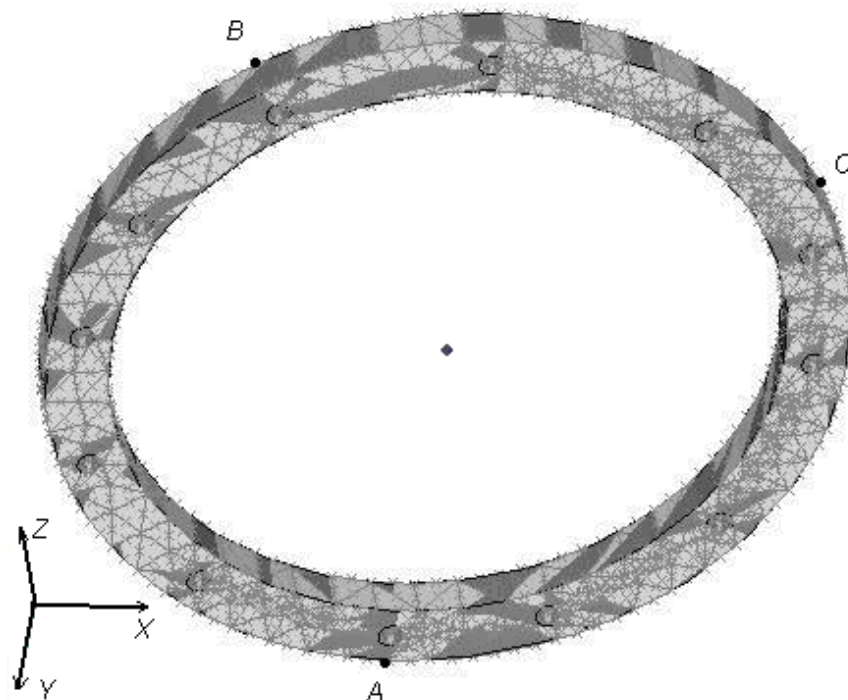


Рис. 4. Конечно-элементная модель кольцевой опоры: А, В – узлы закрепления; С – узел, в котором задается нагрузка.

Расчеты жесткости для основных элементов конструкции аппарата Илизарова выполнены в среде Matlab 6.5. Экранная форма программного модуля для расчета напряженно-деформированного состояния стержней приведена на рис. 5.

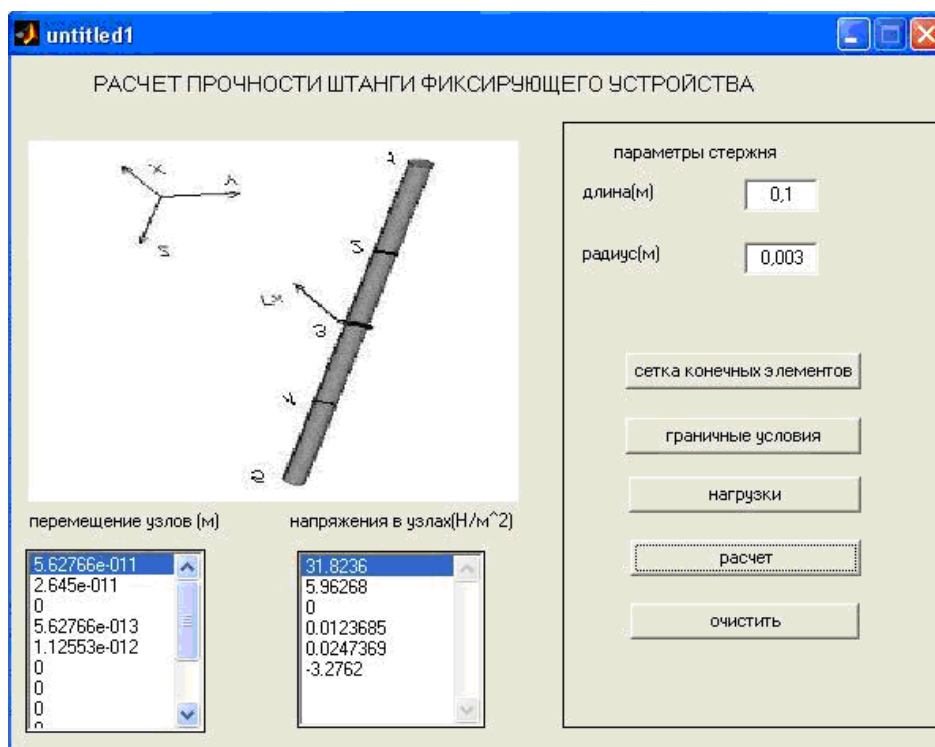


Рис. 5. Экранная форма программного модуля.

Интерфейс программного модуля дает возможность пользователю задать геометрические и физические параметры стержня. При нажатии кнопки «сетка конечных элементов» открывается окно для задания параметров разбиения конструкции на конечные элементы. Предоставляются две возможности: первая – указать количество узлов конечно-элементной модели; вторая – задать длину и радиус стержневого конечного элемента. В этом же окне задаются физические свойства материала. При нажатии кнопки «граничные условия» пользователь имеет возможность выполнить активизацию варианта граничных условий: либо закреплён один конец штанги, либо оба. Нажатие кнопки «нагрузки» приведет к открытию окна для задания узловых нагрузок. Нажатие кнопки «расчет» приведет к расчету перемещения и напряжения в узлах сетки только в том случае, если были заданы геометрические параметры штанги, выполнено разбиение на конечные элементы, заданы граничные условия и нагрузки.

Заключение

Для расчета прочностных характеристик составных частей стержневых аппаратов в среде Matlab 6.5 написаны m-файлы, которые войдут в разрабатываемый для врачей-травматологов пакет прикладных программ *Fixing devices toolbox*.

Предлагаемый пакет прикладных программ позволит без проведения натурных испытаний определить рациональную компоновку аппаратов внешней фиксации, а также прочность соединения фиксирующих стержней с костью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бушманов А.В. Математическое и компьютерное моделирование фиксирующих устройств в травматологии. – Благовещенск: Амурский гос.ун-т, 2007.
2. Дарков А.В., Шапошников Н.Н. Строительная механика. – М.: Высшая школа, 1986.
3. Постнов В.А., Суслов В.П. Строительная механика корабля и теория упругости. – Т. 1,2. – Л.: Судостроение, 1987.
4. Бушманов А.В., Еремина Л.Д., Соловцова Л.А. Численное определение деформации кортикального слоя костной ткани // Вестник Амурского государственного университета. Сер. «Естественные и экономические науки». – 2006. – Вып. 35. – С.30-34.
5. Адамович И.С., Пернер М.И., Янсон И.А. Напряженно-деформированное состояние спицы аппарата внешней фиксации жесткими кольцами // Биомеханика: проблемы и исследования. Рига. – 1988. – С.198-203.
6. Соломин Л.Н. Основы чрескостного остеосинтеза аппаратом Г.А. Илизарова. – СПб.: Морсар АВ, 2005.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.В. Бушмановым.