УДК 519

© 2009 г. **О.С. Амосов**, д-р техн. наук,
**Л.Н. Амосова**
(Амурский гуманитарно-педагогический государственный университет,
Комсомольск-на-Амуре),
**Д.С. Магола**
(Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет)

# ОЦЕНИВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕГРЕССИИ И ВЕЙВЛЕТОВ

Дано решение задачи оценивания случайных последовательностей как решение задачи регрессии с незаданным заранее типом функции и использованием вейвлетов. Описан алгоритм оценивания на основе регрессии и вейвлет-преобразования. Показано, что предложенный алгоритм оценивания обеспечивает оценки, близкие по точности к оценкам, получаемым с помощью байесовского алгоритма. Рассмотрен пример оценивания скалярного процесса.

***Ключевые слова:*** оптимальное оценивание, случайная последовательность, регрессия, вейвлет, точность.

## Введение

Традиционными способами решения задач оценки состояния объекта по информации, получаемой в результате измерений, являются байесовский и классический (небайесовский) подходы, метод наименьших квадратов [1, 2]. Их выбор в значительной мере зависит от объема имеющейся априорной статистической информации.

Новыми для задач оценивания являются подходы с использованием искусственных нейронных сетей (НС) и нечетких систем [3 – 7]. Сравнительный анализ нейросетевых алгоритмов [3 – 6] и алгоритмов на основе нечеткой логики [7] с оптимальными в среднеквадратическом смысле традиционными алгоритмами показывает возможность их успешного применения для ряда сложных в вычислительном отношении задач оценивания, решаемых в рамках байесовской постановки.

В данной статье рассматривается другой подход, основанный на использовании вейвлетов. Вейвлет-анализ является одним из новейших направлений в теории и практике обработки функций и сигналов. Вейвлеты перспективны в решении задач приближения (интерполяции, аппроксимации, регрессии) функций, сигналов и изображений [8–9]. Поэтому вейвлеты и были выбраны для исследования возможности их альтернативного использования при решении задач оценивания.

Постановка традиционной задачи нерекуррентного оценивания и ее байесовское решение для линейного случая приводятся ниже практически в том же виде, что и при рассмотрении нейросетевого подхода в работах [4, 6].

## Постановка задачи нерекуррентного оценивания

Предположим, что задана недоступная непосредственному наблюдению n-мерная случайная последовательность $\mathbf{x}_i = (x_{1i},...,x_{ni})^{\mathrm{T}}$, $i = 0, 1, \ldots$. Требуется, располагая статистически связанными с $\mathbf{x}_i$ значениями $m$-мерной случайной последовательности измерений $\mathbf{y}_j = (y_{1j},..,y_{mj})^{\mathrm{T}}$, $j = \overline{1.k}$, найти оптимальную в среднеквадратическом смысле оценку $\tilde{\mathbf{x}}_{i/k}$, минимизирующую критерий вида [1, 4, 6]:

$$J_{i/k} = M[(\mathbf{x}_i - \tilde{\mathbf{x}}_{i/k})^{\mathrm{T}}(\mathbf{x}_i - \tilde{\mathbf{x}}_{i/k})], \tag{1}$$

где $M$ – определяет операцию взятия математического ожидания.

Введем составной вектор измерений $\mathbf{Y}_k = [\mathbf{y}_1^{\mathrm{T}},\ \ldots,\ \mathbf{y}_{k\text{-}1}^{\mathrm{T}},\ \mathbf{y}_k^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ размерности $k \cdot m$ и определим оценку $\tilde{\mathbf{x}}_{i/k}$ как $n$-мерную вектор-функцию измерений:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{i/k} = \mathbf{h}_i(\mathbf{Y}_k). \tag{2}$$

Таким образом, суть рассматриваемой задачи оценивания заключается в нахождении некоторым обоснованным способом $n$-мерной векторной функции измерений (2), исходя из условия минимизации критерия (1).

Для критерия (1) оптимальная оценка $\tilde{\mathbf{x}}_{i/k}$ представляет собой условное математическое ожидание [2]

$$\tilde{\mathbf{x}}_{i/k} = M[\mathbf{x}_i / \mathbf{Y}_k] = \mathbf{h}_i(\mathbf{Y}_k) \tag{3}$$

и $\mathbf{h}_i$ для произвольных случайных последовательностей $\mathbf{x}_i$, $i = 0{,}1{,}...$ и $\mathbf{y}_j$; $j = \overline{1.k}$ является в общем случае нелинейной относительно измерений функцией. Если $i > k$, задача называется задачей предсказания, если $i = k$ – задачей фильтрации, а при $i < k$ – задачей сглаживания или интерполяции [2].

## Байесовское решение задачи нерекуррентного линейного оценивания

Предположим, что известны первые

$$\bar{\mathbf{x}}_i = M(\mathbf{x}_i); \bar{\mathbf{Y}}_k = M(\mathbf{Y}_k),$$

и вторые моменты

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x}_i\mathbf{x}_i} = M[(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}_i)(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}_i)^{\mathrm{T}}],$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x}_i\mathbf{Y}_k} = M[(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}_i)(\mathbf{Y}_k - \bar{\mathbf{Y}}_k)^{\mathrm{T}}];\ \mathbf{P}_{\mathbf{Y}_k\mathbf{Y}_k} = M[(\mathbf{Y}_k - \bar{\mathbf{Y}}_k)(\mathbf{Y}_k - \bar{\mathbf{Y}}_k)^{\mathrm{T}}].$$

Из теории оценивания известно, что оптимальная в среднеквадратическом смысле оценка, минимизирующая критерий (1) (оценка с минимальной дисперсией), при сделанных предположениях является линейной и определяется с помощью соотношения [1, 2]

$$\tilde{\mathbf{x}}_{i/k} = \bar{\mathbf{x}}_i + \mathbf{P}_{\mathbf{x}_i\mathbf{Y}_k}\left(\mathbf{P}_{\mathbf{Y}_k\mathbf{Y}_k}\right)^{-1}[\mathbf{Y}_k - \bar{\mathbf{Y}}_k]. \tag{4}$$

Оценка (4) оптимальна в классе линейных алгоритмов (функция $\tilde{\mathbf{x}}_{i/k} = \mathbf{h}_i(\mathbf{Y}_k)$ – линейная) при произвольном характере совместной функции плотности распределения вероятности $p(\mathbf{x}_i, \mathbf{Y}_k)$ для последовательностей $\mathbf{x}_i$ и $\mathbf{Y}_k$. Если указанные последовательности являются совместно гауссовскими, то оценка (4) является оптимальной без введения предположения о линейном характере функции $\tilde{\mathbf{x}}_{i/k} = \mathbf{h}_i(\mathbf{Y}_k)$, так как для критерия (1) оптимальная оценка в виде условного математического ожидания $\tilde{\mathbf{x}}_{i/k} = M[\mathbf{x}_i / \mathbf{Y}_k]$ является линейной в силу гауссовости рассматриваемых случайных процессов [1, 2, 4].

В дальнейшем будем рассматривать задачу, в которой $i = k$.

## Решение задачи оценивания как задачи регрессии

Из выражения (3), где нелинейная функция $\mathbf{h}_i(\cdot)$ определена как условное математическое ожидание, следует, что задача нахождения функции $\mathbf{h}_i(\cdot)$ может быть сведена к решению задачи регрессии [8]. Выбор модели регрессии определяется предположением о форме нелинейной зависимости между векторами $\mathbf{x}_i$ и $\mathbf{Y}_k$. Будем искать зависимость $\tilde{\mathbf{x}}_{i/i} = \mathbf{h}_i(\mathbf{Y}_i)$ с незаданным заранее типом функции $\mathbf{h}_i$. Примем модель регрессии в виде [8]

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{h}_i(\mathbf{Y}_i) + \mathbf{e}_i, \tag{5}$$

где $\tilde{\mathbf{x}}_{i/i} = \mathbf{h}_i(\mathbf{Y}_i)$, а $\mathbf{e}_i$ считается шумом.

Уравнение (5) называется регрессионным уравнением. Основная задача заключается в нахождении уравнения регрессии по выборочным данным векторов $\mathbf{x}_i = (x_{1i},...,x_{ni})^{\mathrm{T}}$ и $\mathbf{Y}_i = [\mathbf{y}_1^{\mathrm{T}}, \ ..., \ \mathbf{y}_{i-1}^{\mathrm{T}}, \ \mathbf{y}_i^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{y}_i = (y_{1i},..,y_{mi})^{\mathrm{T}}$, , $i = 0, 1, ...,$ которые запишем в виде

$$\{(\mathbf{x}_i^{(j)}, \mathbf{Y}_i^{(j)})\}, \ j = \overline{1.N}. \tag{6}$$

Таким образом, речь идет об удалении шума $\mathbf{e}_i$ в модели (5). В таких задачах вейвлеты применяются достаточно эффективно [8].

## Вейвлет-преобразование

Эффективную технику обработки случайных последовательностей дает теория вейвлетов [8, 9]. Одна из основополагающих идей вейвлет-представления сигнала $s(t)$ заключается в разбивке приближения $\tilde{s}_j(t)$ к сигналу на две составляющие – грубую (аппроксимирующую) $\tilde{s}_{j-1}(t)$ и утонченную (детализирующую) $\tilde{s}_{j-1}^d(t)$, с последующим их уточнением итерационным методом:

$$\tilde{s}_j(t_i) = \tilde{s}_{j-1}(t_i) + \tilde{s}_{j-1}^d(t_i) = \sum_{k \in \mathbf{Z}} a_{j-1,k} \varphi_{j-1,k}(t_i) + \sum_{k \in \mathbf{Z}} d_{j-1,k} \psi_{j-1,k}(t_i), \tag{7}$$

где $j$ характеризует уровень разрешения; $\varphi_{j-1,k}(t)$, $\psi_{j-1,k}(t)$ – соответственно масштабирующая (аппроксимирующая) и вейвлет-функция (детализирующая функция); $\mathbf{a}_1 = \{a_{j-1,k}\}$, $\mathbf{d}_1 = \{d_{j-1,k}\}$ – наборы аппроксимирующих и детализирующих коэффициентов разложения ($j$–1) уровня разрешения; $\mathbf{Z} = \{..., -1, 0, 1, ...\}$ – множество целых чисел. Аппроксимирующие функции $\varphi(t)$

– множество целых чисел. Аппроксимирующие функции $\varphi(t)$ присущи далеко не всем вейвлетам, а только тем, которые относятся к ортогональным. Приближению (7) соответствует начальный набор коэффициентов $\mathbf{a}_0 = \{a_{j,k}\}$. Обычно в качестве $\mathbf{a}_0 = \{a_{j,k}\}$ выбирается массив значений сигнала $s(t)$, $a_{j,i} = s(t_i)$.

Повторяя процедуру $m$ раз, $m = \overline{1.M}$, разлагая каждый раз сглаженную функцию $\widetilde{s}_{j-m}(t_i)$ на еще более сглаженную часть $\widetilde{s}_{j-m-1}(t_i)$ и детализирующую часть $\widetilde{s}^{d}_{j-m-1}(t_i)$, получаем вейвлет-разложение аппроксимации $j$-го уровня разрешения $\widetilde{s}_j(t)$ для глубины разложения $m$:

$$\widetilde{s}_j(t_i) = \widetilde{s}_{j-m}(t_i) + \widetilde{s}^{d}_{j-m}(t_i) + \ldots + \widetilde{s}^{d}_{j-1}(t_i), \tag{8}$$

$$\widetilde{s}_j(t_i) = \sum_{k\in\mathbf{Z}} a_{j-m,k}\varphi_{j-m,k}(t_i) + \sum_{k\in\mathbf{Z}} d_{j-m,k}\psi_{j-m,k}(t_i) + \ldots + \sum_{k\in\mathbf{Z}} d_{j-1,k}\psi_{j-1,k}(t_i). \tag{9}$$

Вейвлет-разложение (8)–(9) можно изобразить в виде следующей схемы нахождения коэффициентов:

$$\widetilde{s}_j(t_i) = \mathbf{a}_0 \to \{\mathbf{a}_1, \mathbf{d}_1\} \to \{\mathbf{a}_2, \mathbf{d}_2, \mathbf{d}_1\} \to \ldots \to \{\mathbf{a}_M, \mathbf{d}_M, \mathbf{d}_{M-1}, \ldots, \mathbf{d}_1\}. \tag{10}$$

Практическая обработка и представление реальных сигналов обычно базируются на трактовке вейвлет-преобразований (10) в частотной области и позволяют плодотворно использовать аппарат частотной фильтрации и методы быстрого вейвлет-преобразования [8, 9]. Они основаны на пирамидальном алгоритме Малла и прореживании спектра вейвлетов по частоте. Главным результатом является вывод о соответствии вейвлет-коэффициентов коэффициентам передаточной характеристики низкочастотного и высокочастотного фильтров, что позволяет организовать эффективные, с точки зрений объема вычислений, процедуры вычислений коэффициентов вейвлетов.

Существуют вейвлеты, имеющие самые различные свойства и подходящие для решения самых разных задач: 1) предвейвлеты (гауссовы вейвлеты, Морле, мексиканская шляпа); 2) регулярные и дискретные вейвлеты Мейера; 3) ортогональные вейвлеты с компактным носителем (вейвлеты Добеши, симлеты, койфлеты); 4) B-сплайновые биортогональные вейвлеты; 5) комплексные вейвлеты.

Для решения задач сглаживания, оценивания и прогноза случайных последовательностей целесообразно использовать ортогональные вейвлеты с компактным носителем, поскольку свойства данных вейвлетов обеспечивают необходимое приближение вейвлет-разложения.

## Нахождение функции регрессии с использованием вейвлетов

Для поиска функции регрессии $\mathbf{h}_i(\mathbf{Y}_i)$ на основе вейвлетов предлагается свести общую проблему регрессии к классической модели [8].

Чтобы упростить выкладки без потери общности, рассмотрим нахождение скалярной функции регрессии $\widetilde{x} = h(y)$ для двух случайных величин $x$ и $y$. Модель регрессии (5) в этом случае примет вид $x = h(y) + e$.

Основные шаги для вычислений $\tilde{x} = h(y)$ следующие [8].

1. Преобразуем выборочные данные $\{(x^{(j)}, y^{(j)})\}$, $j = \overline{1.N}$ в данные $\{(\tilde{x}^{(l)}, \tilde{y}^{(l)})\}$, $l = \overline{1.L}$, используя процедуру разбиения области значений на малые промежутки. Значения $\tilde{y}$ равномерно распределены. Для каждого $l$-го промежутка, $l = \overline{1.L}$ определяем

$$\tilde{x}_l = \frac{\textit{сумма } \{x^{(j)} \textit{ таких, что } y^{(j)} \textit{ лежит в } l - \textit{ом промежутке}\}}{\textit{число } \{x^{(j)} \textit{ таких, что } y^{(j)} \textit{ лежит в } l - \textit{ом промежутке}\}}$$

с соглашением 0/0 = 0.

2. Делаем вейвлет-разложение сигнала $\tilde{x}_l$, $l = \overline{1.L}$, используя быстрые алгоритмы, для нахождения вейвлет-коэффициентов.

3. Делаем пороговую обработку вейвлет-коэффициентов одним из методов для удаления шума *e*.

4. Восстанавливаем оценку $\tilde{x}_l = h_l(\tilde{y}_l)$, $l = \overline{1.L}$ функции *h* из обработанных вейвлет-коэффициентов, используя быстрые алгоритмы.

5. Перемасштабируем результирующую функцию $\tilde{x}_l = h_l(\tilde{y}_l)$, преобразовывая каждое значение индекса $l$ в данные $\tilde{y}_l$, $l = \overline{1.L}$ и интерполируем $h_l(\tilde{y}_l)$ в каждом промежутке *l*, чтобы найти оценку $\tilde{x}$.

## Алгоритмы вейвлет-оценивания

Анализ описанной в предыдущем разделе процедуры поиска функции регрессии $\mathbf{h}_i(\mathbf{Y}_i)$ показывает, что задачу оценивания можно рассматривать как задачу нахождения неизвестного отображения $\mathbf{h}_i^{\text{B}}(\mathbf{Y}_i, \tilde{\mathbf{C}}_i)$, с помощью которого определяется оценка $\tilde{x}_{i/i}$ аналогично выражению (3), т.е.:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{i/i}^{\text{B}} = \mathbf{h}_i^{\text{B}}(\mathbf{Y}_i, \tilde{\mathbf{C}}_i), \tag{11}$$

где матрица $\tilde{\mathbf{C}}_i = \{\mathbf{a}_M, \mathbf{d}_M, \mathbf{d}_{M-1}, ..., \mathbf{d}_1\}$ определяет массив аппроксимирующих коэффициентов, которые описывают сглаженный сигнал, и детализирующих коэффициентов, которые описывают колебания. В качестве входа для преобразования выступает вектор $\mathbf{Y}_i$, а выходом является вырабатываемая вейвлетом оценка $\tilde{\mathbf{x}}_{i/i}^{\text{B}}$. Определение матрицы $\tilde{\mathbf{C}}_i = \{\mathbf{a}_M, \mathbf{d}_M, \mathbf{d}_{M-1}, ..., \mathbf{d}_1\}$ осуществляется с использованием выборочных данных (6) $\{(\mathbf{x}_i^{(j)}, \mathbf{Y}_i^{(j)})\}$, $j = \overline{1, N}$ в соответствии с описанной выше процедурой.

Как известно [4 – 6], при использовании нейронных сетей для оценивания выделяют два основных режима: режим обучения НС и штатный режим работы. Для вейвлет-оценивания аналогично нейросетевому подходу [4 – 6] можно также выделить два режима работы. Первый из них – режим нахождения функции регрессии с использованием вейвлетов при наличии выборочных данных (6) – назовем режимом синтеза алгоритма, второй – это штатный режим.

В **первом режиме**, с использованием обучающего множества, отыскивается функциональная зависимость вида $\widetilde{\mathbf{x}}^{\mathrm{B}}_{i/i} = \mathbf{h}^{\mathrm{B}}_{i}(\mathbf{Y}_i, \widetilde{\mathbf{C}}_i)$ в соответствии с заданным критерием. Другими словами, на этом этапе находятся коэффициенты вейвлет-разложения $\widetilde{\mathbf{C}}_i$. Значения коэффициентов $\widetilde{\mathbf{C}}_i$ зависят от типа вейвлета, уровня разложения, алгоритма пороговой обработки и размера выборки.

В качестве критерия работы вейвлет-алгоритма $J_{i/i}(\widetilde{\mathbf{C}}_i)$, вне зависимости от типа вейвлета, выберем функцию вида:

$$J_{i/i}(\widetilde{\mathbf{C}}_i) = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left\| \mathbf{x}^{(j)}_i - \widetilde{\mathbf{x}}^{\mathrm{B}(j)}_{i/i}(\mathbf{Y}^{(j)}_i, \widetilde{\mathbf{C}}_i)\right\|^2, \tag{12}$$

где $\|\mathbf{a}\|^2 = \mathbf{a}^T\mathbf{a}$; $\widetilde{\mathbf{x}}^{\mathrm{B}(j)}_{i/i}(\mathbf{Y}^{(j)}_i, \widetilde{\mathbf{C}}_i)$ – оценка, вырабатываемая вейвлетом по измерениям $\mathbf{Y}^{(j)}_i$, соответствующим эталонной реализации $\mathbf{x}^{(j)}_i$; $\widetilde{\mathbf{C}}_i$ – массив аппроксимирующих и детализирующих коэффициентов сигнала для момента времени $t_i$.

Очевидно, что оценка, определяемая с помощью вейвлета вида (11) с использованием критерия (12) при увеличении $N$ будет стремиться к оптимальной в среднеквадратическом смысле оценке, задаваемой соотношением (3) [4–7].

В **штатном режиме** с использованием полученных на предыдущем режиме коэффициентов вейвлет-разложения $\widetilde{\mathbf{C}}_i$ в соответствии с выражением (11) отыскивается оценка по составному вектору измерений $\mathbf{Y}_i$.

В качестве расчетной характеристики точности для оптимальной в среднеквадратическом смысле оценки может быть выбрана апостериорная матрица ковариаций ошибок, вычисляемая с помощью следующего соотношения [1, 4]:

$$\mathbf{P}_{e_i} = M[(\mathbf{x}_i - \widetilde{\mathbf{x}}_{i/i})(\mathbf{x}_i - \widetilde{\mathbf{x}}_{i/i})^{\mathrm{т}}]. \tag{13}$$

Известно, что для линейного случая эта расчетная характеристика точности имеет вид [4]:

$$\mathbf{P}_{e_i} = \mathbf{P}_{\mathbf{x}_i\mathbf{x}_i} - \mathbf{P}_{\mathbf{x}_i\mathbf{Y}_i}\left(\mathbf{P}_{\mathbf{Y}_i\mathbf{Y}_i}\right)^{-1}\mathbf{P}_{\mathbf{Y}_i\mathbf{x}_i}.$$

Заметим, что по аналогии с нейросетевым подходом [4] для исследуемого алгоритма после его синтеза характеристика точности оценивания аналогичная матрице ковариаций (13) может быть рассчитана как:

$$\mathbf{P}^{\mathrm{B}}_{e_i} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left(\mathbf{x}^{(j)}_i - \widetilde{\mathbf{x}}^{\mathrm{B}}_{i/i}(\mathbf{Y}^{(j)}_i, \widetilde{\mathbf{C}}_i)\right)\left(\mathbf{x}^{(j)}_i - \widetilde{\mathbf{x}}^{\mathrm{B}}_{i/i}(\mathbf{Y}^{(j)}_i, \widetilde{\mathbf{C}}_i)\right)^{\mathrm{т}}.$$

## Пример оценивания скалярного процесса

Рассмотрим решение задачи для простейшей скалярной системы [2].

Пусть необходимо оценить значения скалярного процесса

$$x_i = \Phi x_{i-1} + w_i, \tag{14}$$

используя измерения

$$y_i = x_i + v_i,\; i = 1,2,...,k, \tag{15}$$

проведенные в дискретные моменты времени $t_i = (i-1)\Delta t$, с интервалом $\Delta t$.

В уравнениях (14), (15): $\{w_{i,},\ i=1,2,\ldots,\ k\}$ – гауссовская белая последовательность с нулевым средним и постоянной дисперсией $Q$, ошибки измерения $\{v_{i,}, i = 1, 2,\dots, k\}$ – гауссовская белая последовательность с нулевым средним и постоянной дисперсией $R$; $x_0$ – гауссовская случайная величина с нулевым средним и дисперсией $P_0 = \sigma_0^2$, а $\Phi = \text{const}$. Предполагается, что обе белые гауссовские последовательности и $x_0$ между собой независимы.

Выражение для расчетной минимальной дисперсии ошибки фильтрации $P_{e_i} = P_{i/i} = \sigma_{i/i}^2$ для рассматриваемой системы (14), (15) имеет вид [2]:

$$P_{e_i} = \frac{R[\Phi^2 P_{i-1/i-1} + Q]}{[\Phi^2 P_{i-1/i-1} + Q + R]}, \tag{16}$$

при начальном условии $P_{0/0} = P_0$ .

Очевидно, что $0 \le P_{i/I} \le R$.

При моделировании были выбраны следующие параметры скалярной системы: $y_0 = 10$; $\Delta t = 1$ с; $Q = 5$; $R = 30$; $\Phi = 1.2$.

Для синтеза алгоритма оценивания моделировались реализации $(\mathbf{x}_i^{(j)}, \mathbf{Y}_i^{(j)},)$, $i = \overline{1.k}$, $k = 3$ в соответствии с (14) и (15). Общее число реализаций $j = \overline{1.N}$, $N = 3000$.

Для реализации вейвлет-алгоритма оценивания выбран вейвлет Добеши 4 с уровнем разложения 7 [8, 9]. Заметим, что значение индекса $i = \overline{1.k}$ определяет число переменных для функции регрессии $\mathbf{h}_i(\mathbf{Y}_i)$. В данном примере скалярной системы при $i = 1$ для вычисления оценки используется одномерный вейвлет, при $i = 2$ – двухмерный, а при $i = 3$ – трехмерный.

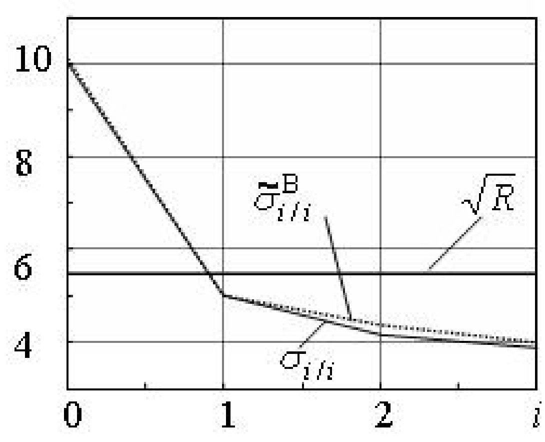
На рисунке представлены: расчетное среднее квадратическое отклонение (СКО) ошибок оценивания $\sigma_{i/i}$, вычисляемое с использованием (16);

выборочное действительное СКО ошибок оценивания $\tilde{\sigma}_{i/i}^{\text{В}}$ для вейвлет-алгоритма, вычисляемое как

$$\tilde{\sigma}_{i/i}^{\text{В}} \approx \sqrt{\frac{1}{L}\sum_{j=1}^{L}(e_{i/i}^{\text{В}(j)})^2}, \quad e_{i/i}^{\text{В}(j)} = \tilde{x}_{i/i}^{\text{В}(j)}(\mathbf{Y}_i^{(j)}, \tilde{\mathbf{C}}_i) - x_i^{(j)};$$

СКО ошибок измерения $\sqrt{R}$.

В этих соотношениях принималось: $L = 1000$, $i = k$, $k = \overline{1.3}$.



Как видно из рисунка, точность оценивания с помощью вейвлет-алгоритма мало отличается от предельно достижимой точности оптимального линейного байесовского алгоритма.

Несмотря на простоту приведенного примера для скалярной линейной задачи, в целом по работе можно сделать следующие выводы.

## Заключение

Предложенный алгоритм нерекуррентного оценивания с использованием регрессии и вейвлетов вырабатывает оценки, близкие по точности к оценкам, получаемым с помощью традиционного байесовского алгоритма, что подтверждено результатами оценивания скалярного случайного процесса.

Несомненным достоинством алгоритма с использованием регрессии и вейвлетов является то, что он дает общее решение задачи для нелинейного, негауссовского случая. Поэтому полученные результаты достаточно фундаментальны.

Однако практическая реализация исследуемого алгоритма вызывает трудности вычислительного характера по следующим причинам.

1. Алгоритм является нерекуррентным. Требуется проводить последовательную оценку, т.е. при поступлении в момент времени $t_i$ новых измерений $\mathbf{y}_i = (y_{1i}, .., y_{mi})^{\mathrm{т}}$ имеющаяся оценка $\tilde{\mathbf{x}}^{\mathrm{B}}_{i-1/i-1}$ не может быть использована, а необходимо сформировать новый составной вектор измерений $\mathbf{Y}_i$ и затем повторить полностью процедуру вычислений для оценки $\tilde{\mathbf{x}}^{\mathrm{B}}_{i/i}$. Впрочем, этот недостаток касается и традиционного нерекуррентного байесовского алгоритма, – например, алгоритма на основе метода Монте-Карло [1].

Однако в отличие от традиционного байесовского алгоритма для нелинейного негауссовского случая в предложенном алгоритме вычислительные трудности возникают только для режима синтеза алгоритма с использованием обучающего множества (6). Вычисления же в штатном режиме тривиальны и могут быть осуществлены в реальном времени, что очень важно для практических задач.

2. Значительные вычислительные трудности для исследуемых алгоритмов возникают при использовании многомерной регрессии и многомерных вейвлет-преобразований. Последние требуют разработки эффективных вычислительных алгоритмов, – например, с использования тензорного произведения одномерных вейвлетов [8].

Для преодоления указанных трудностей возможен переход к варианту рекуррентного алгоритма.

### ЛИТЕРАТУРА

1. *Степанов О.А.* Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации. – СПб.: ГНЦ РФ–ЦНИИ «Электроприбор», 1998.
2. *Медич Дж.* Статистически оптимальные линейные оценки и управление / пер. с англ. под ред. А.С. Шаталова.– М.: Энергия, 1973.
3. *Степанов О.А., Амосов О.С.* Байесовское оценивание с использованием нейронной сети // Авиакосмическое приборостроение. – 2004. – № 6.

4. *Степанов О.А., Амосов О.С.* Нерекуррентное линейное оценивание с использованием нейронной сети // Математика, информатика, управление: Материалы III Всероссийской конф. – Иркутск. – 2004. – С.1–12.
5. *Stepanov O. A., Amosov O.S.* Optimal Estimation by Using Neural Networks. Proceeding of the 16-th IFAC World Congress. – Prague, Czech Republic, July 3-8, 2005.
6. *Stepanov O.A., Amosov O.S.* Nonrecurrent linear estimation and neural networks // Proceedings of IFAC Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing (ALCOSP) and IFAC Workshop on Periodic Control Systems (PSYCO). – Yokohama, Japan, August 30 – September 1, 2004. – P. 213–218.
7. *Amosov O. S. and L.N. Amosova. Optimal Estimation by Using Fuzzy Systems. In Proc. of the* 17th IFAC World Congress. – Seoul, Korea, July 6–11, 2008.
8. *Смоленцев Н.К.* Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB. – М.: ДМК, 2005.
9. *Дьяконов В.П.* Вейвлеты. От теории к практике – М.: СОЛОН-Пресс, 2004.

*Статья представлена к публикации членом редколлегии А.М. Шпилевым.*

*E-mail:*
*Амосов О.С. – aos@amgpgu.kms.ru.*

УДК 681.5.01

© 2009 г. **К.В. Змеу,** канд. техн. наук,
**Н.А. Марков,**
**И.А. Шипитько,** канд. техн. наук
(Дальневосточный государственный технический университет, Владивосток),
**Б.С. Ноткин,** канд. техн. наук
(Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток)

# БЕЗМОДЕЛЬНОЕ ПРОГНОЗИРУЮЩЕЕ ИНВЕРСНОЕ НЕЙРОУПРАВЛЕНИЕ С РЕГЕНЕРИРУЕМЫМ ЭТАЛОННЫМ ПЕРЕХОДНЫМ ПРОЦЕССОМ

Предложен новый подход к прогнозирующему инверсному нейроуправлению сложными нелинейными объектами, использующий регенерируемый на каждом шаге управления эталонный переходный процесс. Описан метод параметризации предложенной структуры. Обоснованность подхода подтверждена численным моделированием, а также результатами управления реальным объектом.

***Ключевые слова:*** прогнозирующее инверсное нейроуправление, регенерируемый эталонный переходный процесс, быстропротекающие процессы.

## Введение

Развивающийся стремительными темпами технический прогресс требует поиска новых решений в задачах управления промышленными объектами. Самая распространенная технология замкнутых систем управления – ПИД-регулирова-