

растного диапазона 20-74 года входит в 20% стран с самой высокой мужской смертностью.

Таким образом, результаты анализа с помощью показателя *PIBC* наглядно демонстрируют, что ограничителем возможностей развития России в условиях конкурентного мира является не столько сама по себе высокая, в особенности для мужчин, смертность в трудоспособном возрасте, сколько то, что она выше, чем в подавляющем большинстве стран мира. Метод ранговых индексов может быть использован для анализа не только смертности, но и других медико-демографических показателей, существенно зависящих от структуры населения, в частности заболеваемости по отдельным нозологическим формам и суммарного бремени болезней.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крутько В.Н., Смирнова Т.М. Анализ тенденций смертности и продолжительности жизни населения России в конце XX века. – М.: Едиториал УРСС, 2002.
2. Life Tables for WHO Member States. URL: http://apps.who.int/whosis/database/life_tables/life_tables.cfm.

E-mail: smirnova.tatyana@gmail.com.

УДК 536.2:611.2:001.891.57

С.В. Стертюков, В.Ф. Ульянычева, канд. физ.-мат. наук
(Амурский государственный университет, Благовещенск)

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ ТЕПЛООБМЕНА В ДЫХАТЕЛЬНЫХ ПУТЯХ ЧЕЛОВЕКА

Проводится анализ различных случаев тепловлагообмена воздуха с обтекаемой поверхностью с целью выявить влияние геометрии поверхности и потока на эффективность нагревания воздуха.

Ключевые слова: тепловлагообмен, ламинарные и турбулентные течения воздуха.

Изучение системы внешнего дыхания человека приводит к созданию новых, более совершенных моделей процессов, протекающих в ней. Одной из подсистем внешнего дыхания является тепловлагообмен. Существующие модели тепломассообмена в дыхательных путях человека не учитывают всей сложности геометрии поверхности, через которую идет передача теплоты. Тем более, что вычислительные мощности современной компьютерной техники позволяют создавать более достоверные модели процессов в сложных биологических системах, в частности в дыхательных путях человека.

Для разработки новой модели необходимо изучить задачу теплообмена для различных случаев и проанализировать влияние на ее решение таких факторов как геометрия потока и поверхности.

Основным методом расчета конвективного теплообмена является теория пограничного слоя. Случай ламинарного течения сплошной среды вдоль пластины бесконечной ширины и конечной длины [6] описывается уравнениями Прандтля:

$$w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2}, \quad (1)$$

$$w_x \frac{\partial T}{\partial x} + w_y \frac{\partial T}{\partial y} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \quad (2)$$

Здесь $\nu = \mu / \rho$ – коэффициент кинематической вязкости; μ – коэффициент внутреннего трения; ρ – плотность; T – абсолютная температура; w – скорость потока; a – коэффициент температуропроводности.

Если $\nu = \mu / \rho$ численно равен a , то уравнения для T и w_x идентичны. Тогда описываемые уравнениями (1), (2) поля температур и скоростей подобны. Равенство ν и a означает, что критерий Прандтля равен единице. Таким образом, критерий Прандтля определяет степень подобия гидродинамического и теплового пограничных слоев. Если $Pr = 1$, то $\delta = \delta_T$; если $Pr \leq 1$, то динамический пограничный слой лежит внутри теплового; если $Pr \geq 1$, то тепловой пограничный слой лежит внутри динамического.

Полученные дифференциальные уравнения решаются различными численными методами.

Другой метод – применение интегральных уравнений пограничного слоя. Эти уравнения в разное время были получены учеными: Карманом – для динамического, Кружилиным – для теплового пограничных слоев. Они выглядят следующим образом:

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} w_x (w_\infty - w_x) dy = \nu \left. \frac{\partial w_x}{\partial y} \right|_{y=0}, \quad (3)$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_T} w_x (t_\infty - t_x) dy = a \left. \frac{\partial t}{\partial y} \right|_{y=0}. \quad (4)$$

Получены эти уравнения все тем же методом рассмотрения переноса количества движения и энергии через выделенный элементарный объем внутри пограничного слоя. Решение интегральных уравнений пограничного слоя приводит к следующим результатам. Для ламинарного пограничного слоя:

$$\begin{aligned} Nu_x &= 0,33 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}, \\ Nu_l &= 0,66 Re_l^{1/2} Pr^{1/3}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь Re_x – местное значение числа Рейнольдса, Re_l – усредненное по длине пластины число Рейнольдса. Для турбулентного режима течения в пограничном слое функциональная зависимость несколько иная:

$$\begin{aligned} Nu_x &= 0,0296 Re_x^{0,8} Pr^{0,43}, \\ Nu_l &= 0,037 Re_l^{0,8} Pr^{0,43}. \end{aligned} \quad (6)$$

Заметим, что режим течения – ламинарный или турбулентный – определяется величиной критерия Рейнольдса.

Рассчитаем на основе полученных решений толщину температурного пограничного слоя для воздуха, движущегося со скоростью 1,6 м/с вдоль пластины для характерного расстояния 5 см от края пластины, с условием, что температура воздуха $20^\circ C$, а температура плиты $36^\circ C$. Выбор таких параметров обусловлен средними характеристиками внешнего дыхания человека (объем дыхания 20 л/мин, площадь поперечного сечения на входе 1 см^2). Подставляя перечисленные параметры, получаем соответственно для ламинарного и турбулентного потоков:

$$\begin{aligned} \delta_{Tl} &= 2,49 \times 10^{-3} \text{ м}, \\ \delta_{Tt} &= 2,22 \times 10^{-3} \text{ м}. \end{aligned}$$

И, зная параболическую зависимость температуры от координаты y [7], находим следующие температуры воздуха на расстоянии 1 мм от пластины для случаев ламинарного и турбулентного движений:

$$\begin{aligned} t_{1l} &= 32,2^\circ C, \\ t_{1t} &= 31,3^\circ C. \end{aligned}$$

В случае стационарного течения газа в трубке система уравнений во взятой системе координат [2,3] (x направлена вдоль оси, y – в радиальном направлении) примет следующий вид:

$$\frac{\partial \rho w_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho w_y}{\partial y} = 0; \quad (7)$$

$$\rho \left(w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial w_x}{\partial y} \right) - \frac{dp}{dx} + \rho g_x \beta (T - T_\infty); \quad (8)$$

$$\rho c_p \left(w_x \frac{\partial T}{\partial x} + w_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \mu \left(\frac{\partial w_x}{\partial y} \right)^2 + w_x \frac{dp}{dx}; \quad (9)$$

$$\frac{p}{\rho} = RT; \quad (10)$$

$$\mu = \mu(T). \quad (11)$$

Система уравнений (7)-(10) в нашем случае не имеет точных решений. Но известные численные методы [5, 7], применяемые для набора наших исходных

параметров, дают следующие значения температур соответственно для ламинарного и турбулентного движений:

$$t_{2l} = 34,3 \text{ } ^\circ\text{C};$$

$$t_{2t} = 33,1 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Ввиду схожей зависимости пограничных слоев скоростей и температур, для температурного поля и для поля скоростей подобные уравнения характерны. Также решения для осесимметричных течений можно получить, применяя уже известные решения для плоских течений путем использования преобразований Манглера (позволяющие выполнить пересчет координат и скоростей осесимметричной задачи в соответствующие координаты и скорости плоской задачи).

При построении модели теплообмена в дыхательных путях человека нам необходимо также учесть массообмен. Испарение вносит большой вклад в теплообмен. Этот процесс описывается уравнением:

$$q_L = h_{fg} k_c (C_M(x) - C_A(x)), \quad (12)$$

где h_{fg} – теплота парообразования; k_c – коэффициент массопереноса (вычисляется через число Шервуда); $C_M(x)$ – концентрация воды на стенке слизистой; $C_A(x)$ – концентрация воды в воздухе.

По экспериментальным оценкам [1, 8] вклад массопереноса с влажной поверхности в воздух повышает температуру в выбранной нами точке на 1-3 $^\circ\text{C}$ (в зависимости от типа движения газа и геометрии поверхности).

Для того чтобы обеспечить прогрев вдыхаемого воздуха в соответствии с реальной ситуацией, должны быть учтены шероховатость дыхательных путей (реснитчатый эпителий), а также наличие влагообмена между слизистой и воздухом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гебхарт Б., Джалаурия Й., Махаджан Р. Свободноконвективные течения, тепло- и массообмен. – М.: Мир, 1991.
2. Лойцянский Л.Г. Ламинарный пограничный слой. – М.: Гос. изд. физ.-мат. литературы, 1983.
3. Олейник О.А.: Математические задачи теории пограничного слоя // Успехи математических наук. – 1982. – №3. – С. 3-65.
4. Патанкар С., Сполдинг Д. Тепло- и массообмен в пограничных слоях. – М.: Энергия, 1971.
5. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М: Наука, 1974.
6. Эккерт Э.Р., Дрейк Р.М. Теория тепло- и массообмена. – М.: Гос. энергетическое издательство, 1981.
7. Юдаев Б.М. Теплопередача. – М.: Высшая школа, 1973.
8. Vladislav N., James S.U. Longitudinal distribution of chlorine absorption in human airways: a comparison to ozone absorption // Journal of Applied Physiology. – 1999. – Vol. – С-8, N 87. – P. 2073-2080.

E-mail: cfpd@amur.ru.