УДК 330.42

© 2010 г. **А.В. Джигимон**
(Дальневосточный государственный университет, Владивосток)

МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ РИСКА В УСЛОВИЯХ ИНТЕРВАЛЬНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

В работе рассматриваются альтернативные подходы к измерению риска в условиях интервальной неопределенности исходных данных. Показано применение введенных мер риска в задачах оптимизации портфеля ценных бумаг и построения рейтинговых оценок коммерческих предприятий.
Ключевые слова: измерение риска, интервальная неопределенность.

Введение

Недетерминистские представления об окружающем мире предполагают принятие экономических и управленческих решений в условиях неполной информации. Проблемам неопределенности в экономике посвящено значительное количество работ (см., например, обширный обзор [1]), при этом достаточно ограниченное внимание уделяется количественным методам моделирования.

Большинство работ в этой области связано с вероятностной трактовкой в отношении неопределенных параметров модели. В зависимости от объективного незнания или субъективных представлений о неопределенности описание решений сводят к «чистым» вероятностным моделям (в классической аксиоматике А.Н. Колмогорова; см., например, [2]) либо широко известным подходам на основе субъективных вероятностей Л. Сэвиджа или функций принадлежности на нечетких множествах Л. Заде (см., например, [3]). При этом вычисление риска обычно связывают с наличием объективных или субъективных вероятностных распределений, а неопределенность более общей природы трактуется как «малоинформативная» и даже «фундаментальная» [4].

Вместе с тем можно выделить другой, в целом более широкий, класс неопределенности, для которого определение количественной меры риска является вполне естественным. Неопределенность интервального типа, в условиях которой известны лишь границы параметров, но не их распределения внутри границ, дает возможность ввести различные меры возможности неблагоприятных (с точки зрения того или иного выбранного критерия) исходов, являющихся аналогами известной вероятностной меры риска.

Подмена неизвестного распределения параметров внутри интервалов равномерным распределением позволяет применить стандартную вероятностную меру риска, но одновременно сильно ограничивает интерпретацию интервальной неопределенности и не привносит новой информации при принятии решений. Поэтому в общем случае необходимы другие адекватные меры риска, в той или иной степени заменяющие обычную вероятностную меру.

Постановка задачи

Задача принятия решений предполагает наличие *лица, принимающего решение (ЛПР)*, с точки зрения которого рассматривается ситуация и предпринимаются некоторые действия. В качестве ЛПР может выступать руководитель предприятия, фирмы, банка, менеджер, продавец, покупатель и т.д.

Для каждого ЛПР определено множество *альтернатив* (или *решений*), под которым понимается правило, сопоставляющее действия ЛПР в зависимости от доступной ему информации. Например, решением продавца является установленная им цена за единицу товара; альтернативой руководителя предприятия может быть объем продукции, выпущенной к концу месяца, количество закупленного сырья и дополнительного оборудования, внедрение новых технологий и др.

Выбирая из множества альтернатив, ЛПР всегда преследует некоторую *цель* или совокупность целей, описываемых количественным *целевым критерием*, в качестве которого могут выступать, например, доход для продавца, количество закупленного товара для покупателя и т.п.

В ситуации *неопределенности* предполагается, что выбираемое ЛПР решение неоднозначно определяет значение целевого критерия в силу внешних и внутренних непрогнозируемых факторов. Зачастую о данных факторах известны лишь границы изменений, а какие-либо статистические характеристики либо вообще отсутствуют, либо их получение невыгодно в силу высокой стоимости сбора и обработки информации. В частности, для экономической системы внешними факторами могут служить: появление конкурента, изменение количества и номенклатуры поставок, изменение спроса на товары, скачки цен на рынке сбыта, появление новых технологий, а внутренними – поломка и замена оборудования, несовпадение реальных сроков пуска оборудования с планируемым и т.п.

Формально, рассмотрим оптимизационную задачу

$$Q(x,y) \to \max_{x}, x \in X, y \in Y, \qquad (1)$$

с целевой функцией $Q(x,y)$, непрерывной по переменным $x=(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ из ограниченного замкнутого множества $X \subset \Re^n$ конечномерного пространства и по интервальным параметрами $y=(y_1,y_2,\ldots,y_k)$ из многомерного параллелепипеда

$$Y = \{y \subset \Re^k : \underline{y}_j \le y_j \le \overline{y}_j, j = \overline{1,k}\}.$$

Интуитивно под *риском* обычно понимают возможность неблагоприятного развития событий [2], что с позиций задачи (1) отвечает неравенству $Q(x,y) \le \widetilde{Q}$, где $\widetilde{Q}$ – некоторый заданный, желаемый для достижения, уровень целевой функции (1). Таким образом, определение риска зависит от мер множеств X,Y (*относительным образом*) и скаляра $\widetilde{Q}$ (*абсолютным образом*). При этом функция риска по естественным соображениям должна не убывать по $\widetilde{Q}$.

Построение функции риска

Не останавливаясь подробно на понятиях теории меры и измеримых множеств ([5,6]), будем считать, что в рассматриваемых пространствах $\Re^n \supset X$, $\Re^k \supset Y$ и $\Re \supset Q$ задана лебегова мера

$$mes(A) = \inf_{A \subset \bigcup_{i=1}^{\infty} C_i} \sum mes(C_i).$$

Здесь нижняя грань берется по всевозможным покрытиям множества A конечными или счетными системами прямоугольных параллелепипедов C_i соответствующей размерности со сторонами, параллельными осям координат. Мера этих прямоугольников $mes(C_i)$ задается как произведение длин смежных сторон.

Общее представление об измерении риска может быть получено по аналогии с описанием геометрического определения вероятностей. Введем функцию

$$R(\widetilde{Q}) = \frac{mes(A(X,Y,\widetilde{Q}))}{mes(A(X,Y))}, \tag{2}$$

которая каждому значению желаемого уровня критерия $\widetilde{Q}$ ставит в соответствие отношение мер неблагоприятных исходов, выраженных множеством $A(X,Y,\widetilde{Q})$, ко всем потенциальным реализациям исходов, отвечающих множеству $A(X,Y)$. Основной вопрос заключается в подходах к описанию множеств $A(X,Y,\widetilde{Q})$, $A(X,Y)$.

Если для решения задачи (1) используется параметрический подход и в явном виде получена зависимость оптимального решения от неизвестных параметров

$$x^*(y) = \arg\max_{x \in X} Q(x,y),\ \ Q^*(y) = Q(x^*(y),y) = \max_{x \in X} Q(x,y),$$

то функцию риска можно задать в пространстве неопределенностей $\Re^k$, выбирая $A(X,Y,\widetilde{Q}) = \{y \in Y : Q^*(y) \le \widetilde{Q}\}$ и $A(X,Y)=Y$:

$$R_1(\widetilde{Q}) = \frac{mes(\{y \in Y : Q^*(y) \le \widetilde{Q}\})}{mes(Y)}. \tag{3}$$

При другом подходе к решению задачи (1), предполагающем сначала определение значения риска для каждой допустимой альтернативы, а затем решение оптимизационной задачи, функцию риска также можно задать в пространстве неопределенностей, положив $\forall x \in X:\ A(x,Y,\widetilde{Q}) = \{y \in Y : Q(x,y) \le \widetilde{Q}\}$ и $A(x,Y)=Y$:

$$R_2(\widetilde{Q},x) = \frac{mes(\{y \in Y : Q(x,y) \le \widetilde{Q}\})}{mes(Y)}. \tag{4}$$

Можно несколько обобщить данный подход путем задания риска для каждого подмножества Z множества X, а не только для его отдельных элементов. Тогда $\forall Z \subset X:\ A(Z,Y,\widetilde{Q}) = \{(x,y) : x \in Z \subset X, y \in Y, Q(x,y) \le \widetilde{Q}\}$ и $A(Z,Y) = Z \times Y$:

$$R_3(\widetilde{Q},Z) = \frac{mes(\{(x,y) : x \in Z, y \in Y, Q(x,y) \le \widetilde{Q}\})}{mes(Z \times Y)}. \tag{5}$$

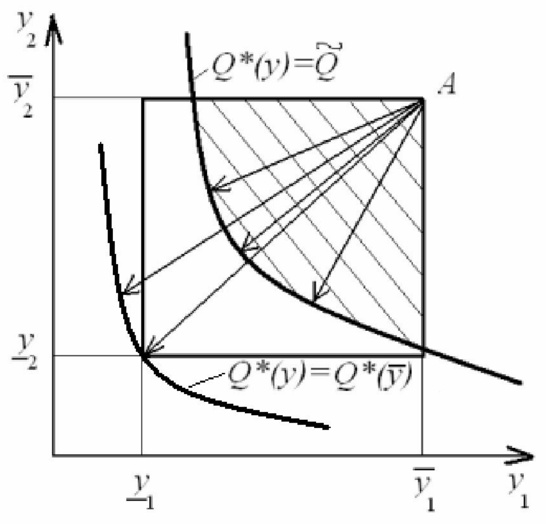
Использование введенных функций риска довольно сложно с вычислительной точки зрения. Для упрощения можно заменить множество $A(X,Y,\tilde{Q})$, вычисление меры которого представляет особую сложность, некоторой его неулучшаемой аппроксимацией более простым множеством с легко вычислимой мерой: кубом, параллелепипедом, эллипсоидом [7].

Еще одним вариантом упрощения может служить переход от отношения мер множеств к отношению расстояний между некоторыми точками этих множеств. В частности, вместо меры множества неблагоприятных исходов можно взять расстояние от точки с наименее благоприятным разрешением неопределенности до поверхности уровня целевой функции, соответствующей желаемому уровню критерия $\tilde{Q}$. Тогда вместо меры множества Y можно рассматривать расстояние от точки с наименее благоприятным разрешением неопределенности до поверхности уровня целевой функции, соответствующей значению критерия при наиболее благоприятном разрешении неопределенности.

Проведем такую линеаризацию для функции (3). Пусть в пространстве неизвестных параметров $\Re^k$ задана метрика $c(a,b)$ для нахождения расстояния между произвольными точками a и b этого пространства, удовлетворяющая всем аксиомам метрики (Евклидова, Хеммингова, Манхэттэновская или др.). Определим расстояние от точки до множества как расстояние до ближайшей точки данного множества. Тогда функцию риска можно ввести как

$$R_4(\tilde{Q},x)=\frac{\min\limits_{y\in B}\left\{\rho(a(x,\tilde{Q}),y)\right\}}{\min\limits_{y\in C}\left\{\rho(a(x,\tilde{Q}),y)\right\}}, \qquad (6)$$

где $a(x,\tilde{Q})=\arg\min\limits_{y\in Y}Q(x,y)$ – точка с наименее благоприятным разрешением неопределенности; $B=\left\{y\in Y:Q^*(y)=\tilde{Q}\right\}$ – поверхность уровня целевой функции, соответствующая желаемому уровню критерия $\tilde{Q}$; $C=\left\{y\in Y:Q^*(y)=\max\limits_{y\in Y}Q^*(y)\right\}$ – поверхность уровня целевой функции, соответствующая значению критерия при наиболее благоприятном разрешении неопределенности.



Формула (6) справедлива для $\tilde{Q}\in\left[\min\limits_{y\in Y}Q^*(y),\max\limits_{y\in Y}Q^*(y)\right]$, $R_4(\tilde{Q},x)=0$ при $\tilde{Q}<\min\limits_{y\in Y}Q^*(y)$ и $R_4(\tilde{Q},x)=1$ при $\tilde{Q}>\max\limits_{y\in Y}Q^*(y)$.

На рисунке приведена графическая иллюстрация линеаризации функции (3) в двумерном случае. Вычисление риска по формуле (3) соответствует отношению меры заштрихованного множества к мере прямоугольника, тогда как использование формулы (6) представляет собой нахождение отношения расстояния от точки А до кривой $Q^*(y)=\widetilde{Q}$ к расстоянию от точки A до кривой $Q^*(y)=Q^*(\bar{y})$.

Упрощенного представления функции риска можно добиться, сопоставляя с каждой альтернативой $x\in X$ отрезок возможных значений целевой функции в зависимости от неизвестных параметров $V(x)=\{Q\in\Re:\underline{Q}(x)\le Q\le\overline{Q}(x)\}\subset\Re$, где $\underline{Q}(x)=\min_{y\in Y}Q(x,y),\ \overline{Q}(x)=\max_{y\in Y}Q(x,y)$. Тогда функцию риска можно задать в одномерном пространстве значений критерия, положив $\forall x\in X$: $A(x,Y,\widetilde{Q})=\{Q\in V(x):Q\le\widetilde{Q}\}$ и $A(x,Y)=V(x)$:

$$R_5(\widetilde{Q},x)=\frac{mes(\{Q\in V(x):Q\le\widetilde{Q}\})}{mes(V(x))}. \tag{7}$$

Стоит отметить, что последняя мера риска является довольно грубой по сравнению с предыдущими, что, однако, компенсируется простотой вычислений при ее использовании.

Применение мер риска для оптимизации многомерного интервального портфеля активов

Рассмотрим применение изложенной выше технологии на примере задачи оптимизации многомерного интервального портфеля активов в постановке [7].

Пусть инвестор намеревается распределить имеющийся у него капитал между представленными на рынке ценными бумагами $i\in\{1,2,\ldots,n\}$. Доходность y_i ценной бумаги лежит в интервале $\underline{y}_i\le y_i\le\bar{y}_i$ с известными нижними и верхними границами $\underline{y}_i$, $\bar{y}_i$ изменения доходности i-го актива.

Обозначим за x_i долю капитала, вкладываемую в i-ю ценную бумагу, $\sum_{i=1}^{n}x_i=1$, (инвестор распределяет весь имеющийся у него капитал) $x_i\ge 0$, $i=1,\ldots,n$ (отсутствие «коротких позиций» – инвестор не может привлекать дополнительный заемный капитал).

Инвестор распределяет капитал таким образом, чтобы получить доходность портфеля не меньше некоторого наперед заданного значения $w\in[0,\infty)$, следовательно: $\sum_{i=1}^{n}x_iy_i\ge w$.

Введем векторы $x=(x_1,x_2,\ldots,x_n)^T$, $y=(y_1,y_2,\ldots,y_n)^T$, $e=(1,\ldots,1)^T$ в $\Re^n$ и множества альтернатив $X=\{x:e^Tx=1,x\ge 0\}$ и неопределенных параметров $Y=\{y:\underline{y}_i\le y_i\le\bar{y}_i,i=1,\ldots,n\}$.

Получили однокритериальную задачу линейного программирования с целевой функцией $Q(x,y)=\sum_{i=1}^{n}x_iy_i$, множествами альтернатив $X\subset\Re^n$ и интервальных параметров $Y\subset\Re^n$ в которой желаемое для достижения значение критерия

$\widetilde{Q} = w$.

В соответствии с предложенными выше определениями (4) – (7) сформируем функции риска, отражающие возможность не получить заданную доходность.

Для начала построим функцию риска в пространстве неизвестных параметров. В рассматриваемой задаче в качестве неизвестных параметров выступают доходности отдельных ценных бумаг. Применяя формулу (4) к рассматриваемой задаче, получим функцию риска следующего вида:

$$R_2(x,w) = \frac{mes(y \in Y : x^T y \le w\})}{mes(Y)}. \tag{8}$$

Упростим функцию риска (8) путем предложенной ранее линеаризации по формуле (6), т.е. путем замены мер множеств расстояниями от точек до множеств:

$$R_4(x,w) = \frac{\min\limits_{y \in B}\{\rho(a(x,w),y)\}}{\min\limits_{y \in C}\{\rho(a(x,w),y)\}} \text{ при } w \in \left[x^T \underline{y}, x^T \overline{y}\right], \tag{9}$$

где $a(x,w) = \arg\min\limits_{y \in Y} Q(x,y) = \underline{y}$ – наименьшие значения доходностей бумаг портфеля; $B = \left\{y \in Y : Q^*(y) = \widetilde{Q}\right\} = \left\{y \in Y : x^T y = w\right\}$ – поверхность уровня целевой функции, соответствующая желаемому значению доходности w; $C = \left\{y \in Y : Q^*(y) = Q^*(\overline{y})\right\} = \left\{y \in Y : x^T y = x^T \overline{y}\right\}$ – поверхность уровня целевой функции, соответствующая доходности портфеля при наибольших значениях доходностей входящих в него ценных бумаг. $R_4(x,w) = 0$ при $w < x^T \underline{y}$, $R_4(x,w) = 1$ при $w > x^T \overline{y}$.

И, наконец, вычислим значение риска по упрощенной формуле (7) в пространстве значений критерия, т.е. в нашем случае в пространстве доходности портфеля:

$$R_5(x,w) = \frac{w - x^T \underline{y}}{x^T \overline{y} - x^T \underline{y}} \text{ при } w \in \left[x^T \underline{y}, x^T \overline{y}\right], \tag{10}$$

$R_5(x,w) = 0$ при $w < x^T \underline{y}$, $R_5(x,w) = 1$ при $w > x^T \overline{y}$.

После построения функции риска необходимо найти такое распределение долей капитала $x \in X$, при котором риск получить доходность ниже заданного значения w будет минимальным, т.е.

$$R_l(x,w) \to \min_{x \in X}, l = 2,4,5. \tag{11}$$

В качестве примера рассмотрим оптимизацию портфеля, состоящего из двух ценных бумаг с доходностями: $5 \le y_1 \le 19$, $9 \le y_2 \le 21$.

Расчет и последующая оптимизация значения риска по формулам (8)-(11) дает результаты, представленные в табл. 1.

Таблица 1

Желаемая доходность портфеля (w)	Минимальный риск				
	R_2	R_4			R_5
		Евклидова норма	Манхэттэновская норма	Хеммингова норма	
9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	0.06	0.08	0.08	0.08	0.08
11	0.14	0.17	0.17	0.17	0.17
12	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
13	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33
14	0.42	0.42	0.42	0.42	0.42
15	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50
16	0.58	0.58	0.58	0.58	0.58
17	0.67	0.67	0.67	0.67	0.67
18	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75
19	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83
20	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92
21	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

Отметим, что функция риска представляет собой зависимость значения риска не только от желаемого уровня доходности (значения целевой функции), но и от выбора распределения капитала (альтернативы x=(x_1,x_2)). В табл. 1 представлено минимальное значение риска, т.е. результат оптимизации функции риска по формуле (11).

Представляет интерес также оптимальное распределение капитала, получаемое в результате минимизации функций риска (8)-(10). Так, при использовании формул (9) и (10) оптимальным распределением капитала для любого уровня доходности является вложение всего капитала во вторую бумагу. При использовании формулы (8) весь капитал начинает вкладываться во вторую бумагу при значении доходности 12 и более; для доходности из интервала (9,12) оптимальным является некоторое нетривиальное распределение капитала между бумагами 1 и 2. Отметим также, что ввиду линейности целевой функции значения оптимального риска для формул (8), (9) и (10) совпадают в случае вложения всего капитала в одну бумагу.

Применение мер риска для сравнительной рейтинговой оценки предприятий

Применительно к коммерческим предприятиям рейтинг [8] – это метод сравнительной оценки деятельности нескольких предприятий. Применение методики рейтинговой оценки включает в себя следующие этапы [8].

1. Построение системы показателей финансово-хозяйственной деятельности предприятий, на основе которой будет строиться их рейтинговая оценка.
2. Сбор информации за отчетный период, на основе которой рассчитываются указанные анализируемые показатели.
3. Расчет показателей, используемых для формирования рейтинговой оценки.

4. Расчет сравнительной рейтинговой оценки предприятий.
5. Ранжирование сравниваемых предприятий по рассчитанной рейтинговой оценке либо присвоение им так называемых рейтинговых классов.

Пусть система финансовых показателей определена (количество показателей равно n) и входящие в нее показатели рассчитаны по данным бухгалтерской отчетности и бухгалтерского учета m сравниваемых предприятий. Пусть y_i^j – значение i-го показателя для j-го предприятия. Отметим, что альтернативами в данном случае выступают сравниваемые предприятия, множество которых конечно: $X=\{1,2,\ldots,m\}$.

Определим для каждого показателя его минимальное и максимальное (для рассматриваемой выборки предприятий) значения: $\underline{y}_i = \min\limits_{j=1,\ldots,m} y_i^j$, $\overline{y}_i = \max\limits_{j=1,\ldots,m} y_i^j$.

Тогда значения каждого показателя i всех m рассматриваемых предприятий будут лежать в соответствующем интервале: $\lfloor \underline{y}_i, \overline{y}_i \rfloor, i = \overline{1,n}$, а значения всего набора из n показателей для каждого предприятия – в n-мерном прямоугольном параллелепипеде (в пространстве значений показателей) следующего вида $Y = \{y \in \Re^n : \underline{y}_i \le y_i \le \overline{y}_i, i = \overline{1,n}\}$.

Затем для каждого показателя необходимо определить наилучшее значение y_i^* (оно может быть максимальным, минимальным или другим оптимальным значением в зависимости от содержания показателя). Для упрощения вычислений предположим, что значения всех показателей неотрицательны, а также что наилучшие их значения совпадают с максимальными. При этом «эталонному» предприятию (с наилучшими значениями показателей) соответствует «правый верхний угол» параллелепипеда Y: $(\overline{y}_1, \overline{y}_2, \ldots, \overline{y}_n)$.

Для оценки компаний по всей совокупности показателей введем агрегированный показатель, характеризующий значения всех рассматриваемых показателей в комплексе, как функцию полезности значений показателей $u(y)$ общего вида со стандартными требованиями монотонности и (нестрогой) вогнутости. Очевидно, введенный показатель будет принимать значения из отрезка: $[\underline{u}, \overline{u}] = \lfloor u(\underline{y}_1, \ldots, \underline{y}_n), u(\overline{y}_1, \ldots, \overline{y}_n) \rfloor$, и «эталонному» предприятию будет соответствовать его максимальное значение $\overline{u}$.

Для измерения того, насколько отстоит каждое конкретное значение функции полезности (соответствующее некоторому предприятию) от наилучшего, т. е. насколько каждое конкретное предприятие отличается от «эталонного», введем функцию риска. Эту функцию можно вводить на основе введенных функций риска как в пространстве значений показателей, так и в пространстве значений функции полезности.

Стоит отметить, что в рассматриваемой задаче отсутствует интервальная неопределенность исходных данных. Каждому предприятию (альтернативе) соответствуют детерминированные значения показателей, а значит, и функции полезности, которые сравниваются с наборами их значений по всем предприятиям, представляемыми в виде интервалов.

Учитывая сделанное замечание, приведем модификации формул (4), (6) и (7) для данного случая.

Построим меру (4) в пространстве значений показателей, набор значений каждого из которых по всем предприятиям представляется в виде интервала, выступая некоторым аналогом интервального параметра. При этом аналогом желаемого значения критерия будет выступать значение функции полезности рассматриваемого предприятия. Поскольку желаемое значение критерия в данном случае однозначно определяется выбором альтернативы (предприятия), мера риска будет зависеть только от выбираемой альтернативы и ввиду дискретности множества альтернатив будет представлять из себя совокупность значений риска всех сравниваемых предприятий:

$$R_2^j = \frac{mes(y \in Y : u(y) \le u(y^j)\})}{mes(Y)}, j = \overline{1,m}, \tag{12}$$

где $y^j = (y_1^j,...,k_n^j)$ – вектор значений показателей j-го предприятия.

Упрощение формулы (12) по формуле (6) приведет к нахождению отношения расстояния от точки $\underline{y}$ до поверхности уровня целевой функции, проходящей через точку со значениями показателей рассматриваемого предприятия к расстоянию от точки $\underline{y}$ до поверхности уровня целевой функции, соответствующей «эталонному предприятию». В данном случае вычисление риска целесообразно еще более упростить, считая отношение расстояния от точки $\underline{y}$ до точки со значениями показателей рассматриваемого предприятия к расстоянию от точки $\underline{y}$ до точки со значениями показателей «эталонного предприятия»:

$$R_4^j = \frac{\rho\left(\underline{y}, y^i\right)}{\rho\left(\underline{y}, \overline{y}\right)}, j = \overline{1,m}. \tag{13}$$

Упрощенное представление функции риска по формуле (7) дает линейную функцию, которая строится в одномерном пространстве значений функции полезности:

$$R_5^j = \frac{u(y^j) - \underline{u}}{\overline{u} - \underline{u}}, j = \overline{1,m}. \tag{14}$$

Значением рейтинга предприятия при таком подходе естественно считать результат вычитания риска данного предприятия из единицы:

$$Rating_l^j = 1 - R_l^j, l = 2,4,5, j = \overline{1,m}. \tag{15}$$

В качестве примера рассмотрим ранжирование пяти предприятий, основанное на значениях четырех показателях их ликвидности и финансовой устойчивости: коэффициенте покрытия ($y_П$), коэффициенте текущей ликвидности ($y_Л$), коэффициенте автономии ($y_А$), коэффициенте обеспеченности запасов собственными источниками ($y_{об}$) (табл. 2). Пусть для агрегирования критериев используется функция полезности Кобба-Дугласа следующего вида:

$$u(y_П, y_Л, y_А, y_{об}) = y_П^{0.2} y_Л^{0.4} y_А^{0.5} y_{об}^{0.5}.$$

Таблица 2

Рассматриваемые показатели	Ранжируемые предприятия				
	I	II	III	IV	V
$y_П$	1.6	2.1	1.8	2.5	2.0
$y_Л$	1.0	1.2	0.8	1.3	1.5
$y_А$	0.6	0.5	0.7	0.4	0.7
$y_{об}$	0.7	0.9	0.8	0.9	0.6

Проведем расчеты значения риска по формулам (12), (13) и (14). Результаты вычислений для всех рассматриваемых предприятий приведены в табл. 3 – 5, во второй графе.

Таблица 3

Предприятие	Риск	Рейтинг	Место
I	0.7306	0.2694	5
II	0.2671	0.7329	2
III	0.5104	0.4896	4
IV	0.3927	0.6073	3
V	0.1621	0.8379	1

Таблица 4

Предприятие	Риск	Рейтинг	Место
I	0.8660	0.1340	5
II	0.4427	0.5573	2
III	0.8179	0.1821	4
IV	0.2964	0.7036	1
V	0.4793	0.5207	3

Таблица 5

Предприятие	Риск	Рейтинг	Место
I	0.6484	0.3516	5
II	0.4503	0.5497	2
III	0.5567	0.4433	4
IV	0.5082	0.4918	3
V	0.3893	0.6108	1

Вычислим значения рейтинга для каждого предприятия по формуле (15) (графа 3 табл. 3 – 5). Проведем ранжирование сравниваемых предприятий по убыванию значения рейтинга (графа 4 табл. 3-5). В формуле (13) (табл. 4) была использована Евклидова норма. Использование Манхэттэновской нормы дает сходные значения риска и такое же ранжирование предприятий. Использование Хемминговой нормы меняет местами предприятия II и V, для остальных предприятий ранжирование аналогично.

Стоит отметить, что наиболее точное значение риска дает его измерение в пространстве значений показателей по формуле (12), поскольку оно учитывает и значения каждого из показателей, и способ их агрегирования (вид функции полезности). Однако использование этой меры на порядок сложнее использования остальных с вычислительной точки зрения, что затрудняет ее применение на практике.

Измерение риска в пространстве значений функции полезности (формула

(14)) является самым грубым, однако его применение обоснованно, когда агрегированное значение критерия имеет приоритет перед конкретными значениями отдельных критериев (важна максимальность агрегированного при помощи конкретной функции полезности критерия, а не максимизация значений всех рассматриваемых показателей). Если же приоритетным является максимальность значений всех показателей, а функция полезности выбрана весьма приблизительно, т.е. смысл воспользоваться формулой (13), не учитывающей вид функции полезности вообще. Стоит отметить, что такой подход соответствует классическому подходу к измерению риска, предлагаемому в учебниках по финансовому анализу (см., например, [8]). Что касается выбора метрики, то наиболее разумным в данном случае кажется использование классической Евклидовой нормы.

Заключение

В работе рассмотрены методы описания риска в условиях интервальной неопределенности исходных данных. Для измерения риска вводится функция риска как неубывающая зависимость уровня критерия с нормированной в отрезке от нуля до единицы областью значений. Отметим, что введенная мера риска по своим свойствам хорошо согласуется с общепризнанной вероятностной мерой.

Предложено несколько подходов к построению функции риска с указанными свойствами. Выбор одной, конкретной, функции зависит от специфики решаемой задачи и от характера имеющейся информации.

В работе также приведено два возможных практических приложения введенных мер риска: для оптимизации многомерного интервального портфеля ценных бумаг и для расчета рейтинговой оценки коммерческих предприятий. Расчет риска в этих задачах проиллюстрирован на схематичных числовых примерах.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Куницына Н.Н.* Экономическая динамика и риски. – М.: Редакция журн. «Экономика с.-х. и перерабатывающих предприятий», 2002.

2. *Дубров А.М., Лагоша Б.А., Хрусталев Е.Ю.* Моделирование рисковых ситуаций в экономике и бизнесе: Учеб. пособие. – М.: Финансы и статистика, 1999.

3. *Недосекин А.О.* Методологические основы моделирования финансовой деятельности с использованием нечетко-множественных описаний: Автореф. дис. д-ра экон. наук. – СПб., 2003.

4. *Розмаинский И.* «Инвестиционная близорукость» в посткейнсианской теории в российской экономике. // Вопросы экономики. – 2006. – № 9. – С.71-82.

5. *Садовничий В.А.* Теория операторов. Учеб. для вузов. – М.: Высш. шк., 1999.

6. *Колмогоров А.Н., Фомин С.В.* Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.

7. *Ащепков Л.Т., Стегостенко Ю.Б.* Формирование оптимального портфеля ценных бумаг // Дальневосточный математический сборник. – 1997. – Вып. 3. – С.77-85.

8. *Шеремет А.Д., Негашев Е.В.* Методика финансового анализа деятельности коммерческих организаций. – М.: ИНФРА-М, 2004.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Л.Т. Ащепковым.

E-mail:
Джигимон А.В. – anna.dz@list.ru