

УДК 684.511

© 2010 г. **Е.Л. Еремин**, д-р техн. наук  
(Тихоокеанский государственный университет, Хабаровск),  
**Л.В. Чепак**, канд. техн. наук  
(Амурский государственный университет, Благовещенск)

## АДАПТИВНАЯ ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ ПОДАЧИ ТОКАРНЫХ СТАНКОВ <sup>1</sup>

Рассматривается применение адаптивного подхода и генератора периодических сигналов для разработки системы управления электроприводом подачи токарных станков. Задача синтеза адаптивной периодической системы для привода в работе решена в рамках критерия гиперустойчивости.

**Ключевые слова:** объект с запаздыванием по управлению, адаптивное управление, генератор периодических сигналов, гиперустойчивость.

### Введение

В настоящее время одним из активно развивающихся направлений теории управления является теория адаптивных систем. Методы адаптивного управления применяются в теплоэнергетике, химической промышленности, металлургии, в различных производственных процессах [1]. Среди множества технических систем можно выделить класс периодических систем управления [2]. К таким системам относятся металлообрабатывающие станки с программным управлением, станы тонколистовой прокатки и т.п. Система управления электроприводом подачи металлорежущих станков может также считаться периодической, поскольку в большинстве случаев на станке обрабатывается не уникальное изделие, а серия одинаковых деталей. Кроме того, эти системы испытывают периодически повторяющиеся возмущения, вызванные упругими и тепловыми деформациями [3, 4]. Для устранения влияния внешних возмущений и повышения точности изготовления изделий можно использовать в основном контуре управления системы генератор периодических сигналов [2].

В связи с тем, что объект управления обладает запаздыванием в канале управления, для его компенсации используется дополнительное устройство – упредитель-компенсатор [5]. Явный вид адаптивного закона управления движением

---

<sup>1</sup> Работа выполнена в рамках мероприятия 1 АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009-2010 годы)» по тематическому плану НИР ТОГУ на 2010 г. – проект «Робастное управление в периодических режимах нестационарными объектами».

режущего инструмента при обработке деталей был получен на основе методики критерия гиперустойчивости [6].

Создание приводов подачи с адаптивным управлением связано с необходимостью обработки больших объемов информации, поскольку для металлорежущих станков характерны циклы, измеряемые минутами и большим числом контрольных точек формы изделия. Поэтому система управления электроприводом реализуется в работе как непрерывная [7].

### Постановка задачи

Анализируя переходные характеристики реального объекта управления [7], можно записать его передаточную функцию

$$W_{OY}(s) = \frac{a(s)}{b(s)} \cdot e^{-hs} = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + 1}{b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + 1} \cdot e^{-hs}. \quad (1)$$

Учитывая, что способ получения характеристик является экспериментальным, укажем уровень априорной неопределенности параметров объекта управления (1), который зададим неравенствами

$$\begin{aligned} 0.4 \leq a_2 \leq 3.5, \quad 1.5 \leq a_1 \leq 5.6, \\ 2.3 \leq b_3 \leq 4.8, \quad 4.4 \leq b_2 \leq 12.45, \quad 2.5 \leq b_1 \leq 8.1. \end{aligned} \quad (2)$$

В пространстве состояний уравнение объекта управления (1) имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} = A \cdot x(t) + b \cdot u(t-h) + f(t), \quad y(t) = L^T x(t), \\ u(\zeta) = \phi(\zeta), \quad \zeta \in [-h, 0], \end{aligned} \quad (3)$$

где  $x(t) \in R^3$  – переменные состояния;  $u(t) \in R$  – управление;  $y(t) \in R$  – перемещение исполнительного органа (резца);  $A, L$  – неизвестные матрица состояния и вектор;  $b^T = [0 \ 0 \ 1]$ ;  $h = const \geq 0$  – известное постоянное запаздывание;  $\phi(\zeta) \in C_h$  – функция;  $C_h$  – пространство непрерывных ограниченных функций;  $f^T(t) = b^T f_3(t)$  – периодическое постоянно действующее возмущение

$$|f_n(t)| \leq f_0^2, \quad f_0 = const, \quad f_3(t) = f_3(t + T_0). \quad (4)$$

Поскольку объект (1) обладает запаздыванием в канале управления, параллельно ему подключается упредитель-компенсатор [5], который может быть задан в явно-неявном виде

$$\frac{dy_K(t)}{dt} = -a_0 \cdot y_K(t) + u(t) - u(t-h), \quad (5)$$

где  $y_K(t) \in R, a_0 = const > 0$ .

Передаточная функция (5) может быть записана

$$W_K(s) = \frac{1}{s + a_0} \frac{a(s)}{a(s)} \cdot (1 - e^{-hs}) = \frac{L^T (sE_3 - A_M)^+ b}{\det(sE_3 - A_M)} \cdot (1 - e^{-hs}),$$

где  $\det(sE_3 - A_M)$  – гурвицев полином 3-й степени;  $L^T (sE_3 - A_M)^+ b$  – полином 2-й степени, тогда в пространстве состояний уравнение упредителя (5) можно представить

$$\frac{dx_K(t)}{dt} = A_M x_K(t) + b \cdot (u(t) - u(t-h)), \quad y_K(t) = L^T x_K(t), \quad (6)$$

где  $x_K(t) \in R^3$  – переменные состояния;  $y_K(t) \in R$  – выход упредителя.

Пусть для параметров объекта управления (1) и упредитель-компенсатора (6) выполняется условие структурного согласования

$$A = A_M + \lambda_0 b L^T, \quad (7)$$

где  $\lambda_0$  – неизвестная скалярная величина.

Желаемое поведение выхода объекта (1) в установившемся режиме задается неявной эталонной моделью

$$\frac{dx_*(t)}{dt} = A_* \cdot x_*(t) + b \cdot \mathcal{G}_*(t) + f(t), \quad y_*(t) = L^T x_*(t) = r(t), \quad (8)$$

где  $x_*(t) \in R^3$  – неявные переменные состояния;  $\mathcal{G}_*(t) = \mathcal{G}_*(t-T)$  – требуемое управление;  $r(t) = r(t+T_0) = y_*(t) \in R$  – периодическое задающее воздействие, описывающее желаемую траекторию перемещения исполнительного органа;  $A_*$  – стационарная гурвицаца матрица, структура которой определена в виде

$$A_* = A_M + b \theta_0 L^T, \quad (9)$$

где  $\theta_0$  – неизвестная постоянная величина.

С учетом (7) и (9) получаем

$$A = A_* - b \lambda_0 L^T + b \theta_0 L^T = A_* + b \chi_0 L^T,$$

где  $\chi_0 = \theta_0 - \lambda_0$ .

Сформируем закон управления в следующем виде:

$$u(t) = \chi(t) \cdot y(t) + k(t) \cdot \mathcal{G}(t), \quad (10)$$

где  $\chi(t)$ ,  $k(t)$  – настраиваемые параметры;  $\mathcal{G}(t)$  – выход генератора периодических сигналов

$$\mathcal{G}(t) = \mathcal{G}(t-T) + k_0 z(t), \quad \mathcal{G}(s) = 0, \quad s \in [-T, 0], \quad (11)$$

где  $k_0 = const > 0$ ,  $z(t)$  – сигнал рассогласования

$$z(t) = r(t+T_0) - (y(t) + y_K(t)), \quad (12)$$

Требуется при любых начальных условиях, при постоянном действии на объект (1) внешних периодических возмущений с помощью закона управления (10) обеспечить в системе (1), (2), (5), (8), (10), (11) выполнение предельного соотношения

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |r(t+T_0) - y(t)| \leq \varepsilon, \quad \varepsilon = const > 0. \quad (13)$$

### Синтез адаптивной системы управления

Алгоритмы настройки параметров адаптивного регулятора (10) синтезируем, опираясь на методику критерия гиперустойчивости, следуя определенной последовательности этапов проектирования [6].

Во-первых, рассмотрим отклонение  $e(t) = x_*(t) - (x(t) + x_K(t))$  и относительно данного сигнала запишем эквивалентное математическое описание периодической системы (1), (2), (5), (8), (10), (11)

$$\frac{de(t)}{dt} = A_* \cdot e(t) + b \cdot \mu(t), \quad z(t) = r(t + T_0) - (y(t) + y_K(t)), \quad (14)$$

$$\mu(t) = -[k(t) \cdot \mathcal{G}(t) - \mathcal{G}_*(t)] - [\chi(t) - \chi_0]y(t).$$

Во-вторых, задавая явный вид алгоритмов настройки параметров регулятора (10), обеспечим выполнение интегрального неравенства В.М. Попова

$$\eta(0, t) = -\int_0^t \mu(\tau) \cdot z(\tau) d\tau \geq -\gamma_0^2 = const, \quad (15)$$

$$\forall t \geq 0.$$

Представим (15) в виде суммы двух интегралов

$$\begin{aligned} \eta(0, t) &= \eta_1(0, t) + \eta_2(0, t) = \int_0^t [k(\tau) \cdot \mathcal{G}(\tau) - \mathcal{G}_*(\tau)] \cdot z(\tau) d\tau + \\ &+ \int_0^t (\chi(\tau) - \chi_0) \cdot y(\tau) \cdot z(\tau) d\tau. \end{aligned}$$

Покажем, что для  $\eta_1(0, t)$  справедливо неравенство

$$\eta_1(0, t) = \int_0^t [k(\tau) \cdot \mathcal{G}(\tau) - \mathcal{G}_*(\tau)] \cdot z(\tau) d\tau \geq -\gamma_{10}^2 = const, \quad (16)$$

$$\forall t \geq 0.$$

Для генератора периодических сигналов (11) можно записать

$$\mathcal{G}(t) = k_0 \int_0^t w_*(t - \tau) \cdot z(\tau) d\tau,$$

где  $w_*(t - \tau)$  – импульсная переходная характеристика, тогда передаточная функция генератора периодических сигналов (11) имеет вид

$$W_*(s) = \frac{k_0}{1 - e^{-sT}}. \quad (17)$$

Отсюда интеграл (16) запишется следующим образом:

$$\eta_1(0, t) = \int_0^t \left( k_0 k(\tau) \int_0^\tau w_*(\tau - \xi) \cdot z(\xi) d\xi - \mathcal{G}_*(\tau) \right) z(\tau) d\tau. \quad (18)$$

Так как требуемое управления  $\mathcal{G}_*(t)$  является периодической функцией, то используя функцию

$$z_*(t) = \begin{cases} 0, & t \in (-\infty, 0) \cup (T, +\infty), \\ \mathcal{G}_*(t), & t \in (0, T), \end{cases} \quad (19)$$

это управление можно определить в виде

$$\mathcal{G}_*(t) = \mathcal{G}_*(t - T) + z_*(t), \quad \mathcal{G}_*(s) = 0, \quad s \in [-T, 0]$$

или

$$\mathcal{G}_*(t) = \int_0^t w_*(t - \tau) \cdot z_*(\tau) d\tau. \quad (20)$$

Запишем (18), учитывая (20)

$$\begin{aligned}
\eta_1(0, t) &= \int_0^t \left( k_0 k(\tau) \int_0^\tau w_*(\tau - \xi) \cdot z(\xi) d\xi - \int_0^\tau w_*(\tau - \xi) \cdot z_*(\xi) d\xi \right) z(\tau) d\tau \pm \\
&\pm \int_0^t \left( \int_0^\tau w_*(\tau - \xi) \cdot z(\xi) d\xi \right) z(\tau) d\tau = \int_0^t \left( \int_0^\tau w_*(\tau - \xi) \cdot (z(\xi) - z_*(\xi)) d\xi \right) z(\tau) d\tau + \\
&+ \int_0^t \left( (k_0 k(\tau) - 1) \int_0^\tau w_*(\tau - \xi) \cdot z(\xi) d\xi \right) z(\tau) d\tau \pm \int_0^t z_*(\tau) \int_0^\tau w_*(\tau - \xi) \cdot (z(\xi) - z_*(\xi)) d\xi d\tau = \\
&= \int_0^t \left( \int_0^\tau w_*(\tau - \xi) \cdot (z(\xi) - z_*(\xi)) d\xi \right) (z(\tau) - z_*(\tau)) d\tau + \\
&+ \int_0^t z_*(\tau) \int_0^\tau w_*(\tau - \xi) \cdot (z(\xi) - z_*(\xi)) d\xi d\tau + \int_0^t \left( (k_0 k(\tau) - 1) \int_0^\tau w_*(\tau - \xi) \cdot z(\xi) d\xi \right) z(\tau) d\tau.
\end{aligned}$$

Так как все полюсы передаточной функции (17) – простые, причем вычеты функции в этих полюсах вещественные и положительные, а сама функция удовлетворяет неравенству  $\operatorname{Re} W_*(j\omega) \geq 0$ ,  $\forall \omega \in (-\infty, +\infty)$ , то справедливо следующее:

$$\int_0^t \left( \int_0^\tau w_*(\tau - \xi) \cdot (z(\xi) - z_*(\xi)) d\xi \right) (z(\tau) - z_*(\tau)) d\tau \geq 0, \quad \forall t \geq 0. \quad (21)$$

С учетом свойства (19) и ограниченности интеграла

$$\mathcal{G}_*(t) = \int_0^T w_*(t - \tau) \cdot (z(\tau) - z_*(\tau)) d\tau,$$

имеет место оценка

$$\left| \int_0^t z_*(\tau) \int_0^\tau w_*(\tau - \xi) \cdot (z(\xi) - z_*(\xi)) d\xi d\tau \right| \leq \gamma_{110}^2 = \text{const}. \quad (22)$$

Задавая алгоритм настройки параметра  $k(t)$  закона управления (10)

$$\frac{dk(t)}{dt} = \alpha_0 \mathcal{G}(t) z(t), \quad \alpha_0 = \text{const} > 0, \quad (23)$$

получим следующую оценку:

$$\begin{aligned}
&\int_0^t \left( (k_0 k(\tau) - 1) \int_0^\tau w_*(\tau - \xi) \cdot z(\xi) d\xi \right) z(\tau) d\tau = \int_0^t (k_0 k(\tau) - 1) \mathcal{G}(\tau) z(\tau) d\tau = \\
&= k_0 \alpha_0^{-1} \int_0^t (k(\tau) - k_0^{-1}) \cdot \frac{dk(\tau)}{d\tau} d\tau \geq -\frac{k_0 \alpha_0^{-1}}{2} (k(0) - k_0^{-1})^2 = -\gamma_{120}^2 = \text{const}.
\end{aligned} \quad (24)$$

Из выполнения неравенств (21), (22) и (24) следует

$$\eta_1(0, t) \geq -\gamma_{110}^2 - \gamma_{120}^2 = -\gamma_{10}^2. \quad (25)$$

Рассмотрим второе слагаемое интеграла В.М. Попова  $\eta_2(0, t)$  и обеспечим его справедливость, определив алгоритм настройки параметра адаптивной составляющей закона управления (10) в виде

$$\frac{d\chi(t)}{dt} = \beta_0 y(t) z(t), \quad \beta_0 = \text{const} > 0. \quad (26)$$

Выполнение следующего неравенства очевидно:

$$\eta_2(0, t) = \beta_0^{-1} \int_0^t (\chi(\tau) - \chi_0) \frac{d\chi(\tau)}{d\tau} d\tau \geq -\frac{\beta_0^{-1}}{2} (\chi(0) - \chi_0)^2 = -\gamma_{20}^2 = const. \quad (27)$$

Таким образом, выполнение интегрального неравенства (15) следует из выполнения неравенств (25) и (27).

В-третьих, обеспечим выполнение условия вещественности и строгой положительности передаточной функции линейной стационарной части эквивалентной системы (14)

$$W(s) = L^T (sE_3 - A_*)^{-1} b = \frac{L^T (sE_3 - A_*)^+ b}{\det(sE_3 - A_*)}.$$

Так как в парах многочленов  $a(s)$  и  $L^T (sE_3 - A_*)^+ b$ ,  $(s + a_0)a(s)$  и  $\det(sE_3 - A_*)$  соответствующие корни равны друг другу, то при  $a_* = const > 0$  имеем следующую передаточную функцию

$$W(s) = L^T (sE_3 - A_*)^{-1} b = \frac{1}{s + a_*},$$

для которой очевидно неравенство

$$\operatorname{Re} W(j\omega) > 0, \quad \forall \omega \in (-\infty, +\infty). \quad (28)$$

Наконец, из выполнения интегрального неравенства В.М. Попова (15) и условия строгой положительной определенности (28) следует, что периодическая система (1), (2), (5), (8), (10), (11), (23), (26) является гиперустойчивой и справедливо предельное соотношение

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|r(t + T_0) - (y(t) + y_K(t))\| = 0,$$

из выполнения которого следует цель управления (13).

### Вычислительный эксперимент

Структурная схема синтезированной адаптивной периодической системы управления электроприводом подачи токарных станков (1), (2), (5), (8), (10), (11), (23), (26) представлена на рис. 1.

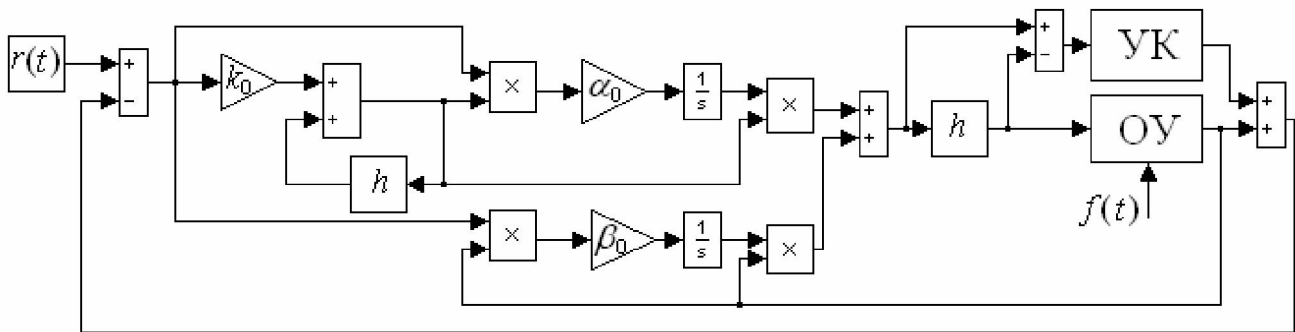


Рис. 1. Структурная схема системы.

Имитационное моделирование выполнялось при следующих значениях параметров объекта управления (1):

$$a_2 = 0.5, a_1 = 4.3, b_3 = 4.56, b_2 = 4.56, b_1 = 5, h = 0.25 \text{ мс}; \quad (29)$$

постоянной упредитель-компенсатора (5):  $a_0 = 1.5$ ; параметров генератора перио-

дических сигналов (11):  $T = 2.5$ ,  $k_0 = 1000$ ; постоянной контура настройки коэффициента усиления (23):  $\alpha_0 = 50$ ; постоянной контура настройки параметра адаптивной части регулятора (26):  $\beta_0 = 200000$ . Желаемое периодическое задающее воздействие  $r(t) = 2.4 - |\cos(0.04\pi \cdot t)|^3$ .

На рис. 2 показаны перемещения исполнительного органа реальное  $y(t)$  и желаемое  $r(t)$  при отсутствии силовых возмущений, т.е. движение резца осуществляется по воздуху или при снятии постоянного припуска.

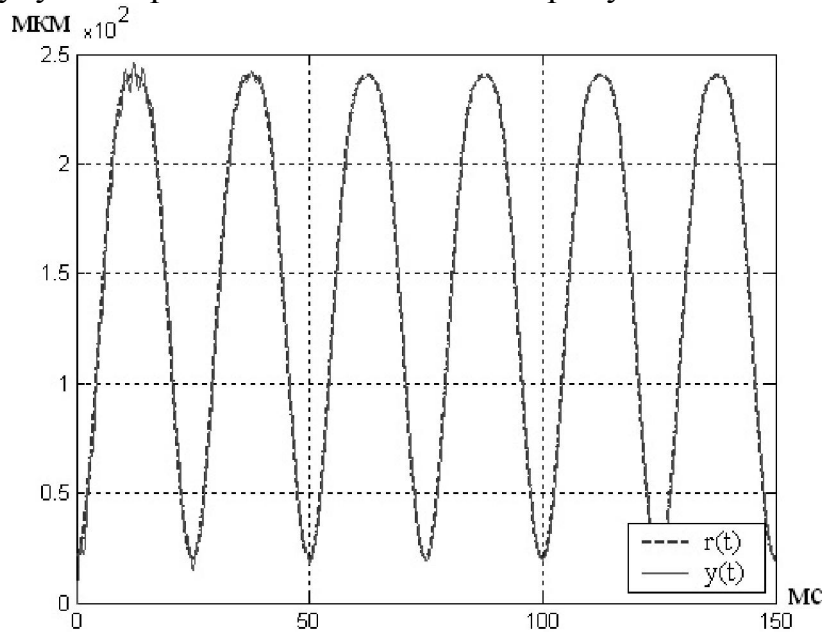


Рис. 2. Задающее воздействие и перемещение исполнительного органа без возмущений.

Перемещение исполнительного органа  $y(t)$  и задающее воздействие  $r(t)$  при действии на резец периодического силового возмущения  $f(t) = 2.5(\sin(0.04\pi t))^2$  иллюстрирует рис. 3.

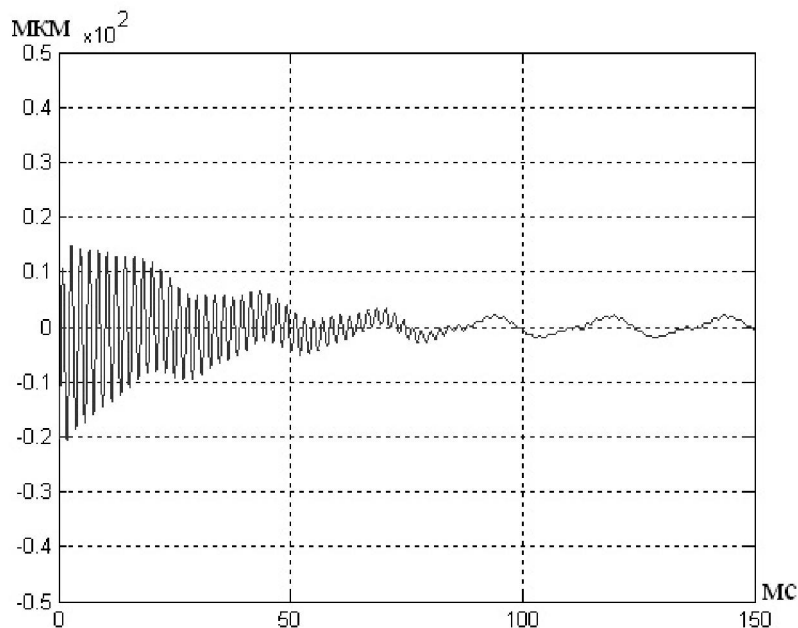


Рис. 3. Задающее воздействие, перемещение исполнительного органа и силовое возмущение в периодической системе.

На рис. 4 приведен сигнал рассогласования  $y(t) - r(t)$  адаптивной периодической системы (1), (2), (5), (8), (10), (11), (23), (26), (29) при действии на объект (1) силового возмущения  $f(t)$ . Отметим, что ошибка между желаемым  $r(t)$  и реальным  $y(t)$  перемещениями режущего инструмента токарного станка составляет около 0.8 %, причем она остается прежней при существенном увеличении амплитуды возмущающего воздействия.

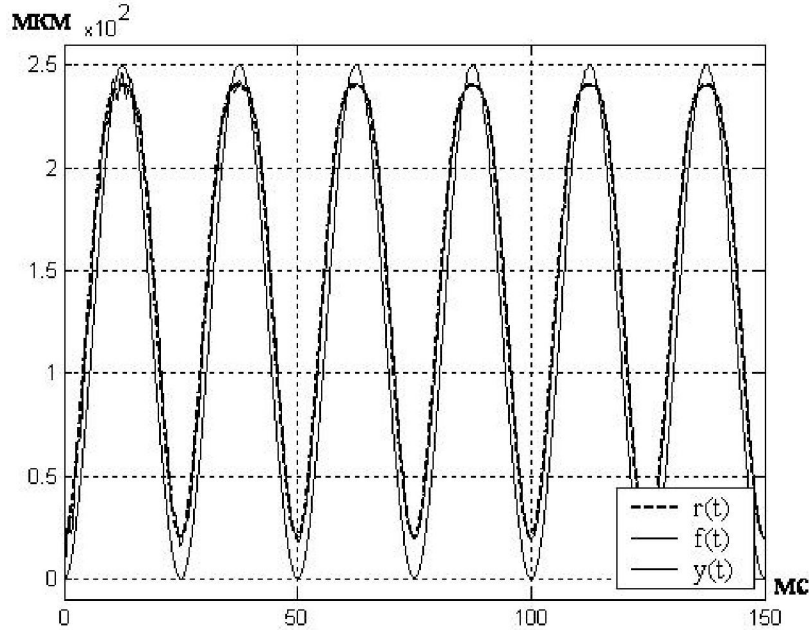


Рис. 4. Разность желаемого  $r(t)$  и реального перемещений  $y(t)$  исполнительного органа в системе (1), (2), (5), (8), (10), (11), (23), (26), (29) при действии возмущения.

График изменения управляющего воздействия  $u(t)$  в синтезированной периодической системе (1), (2), (5), (8), (10), (11), (23), (26), (29) при действии силового возмущения представлен на рис. 5.

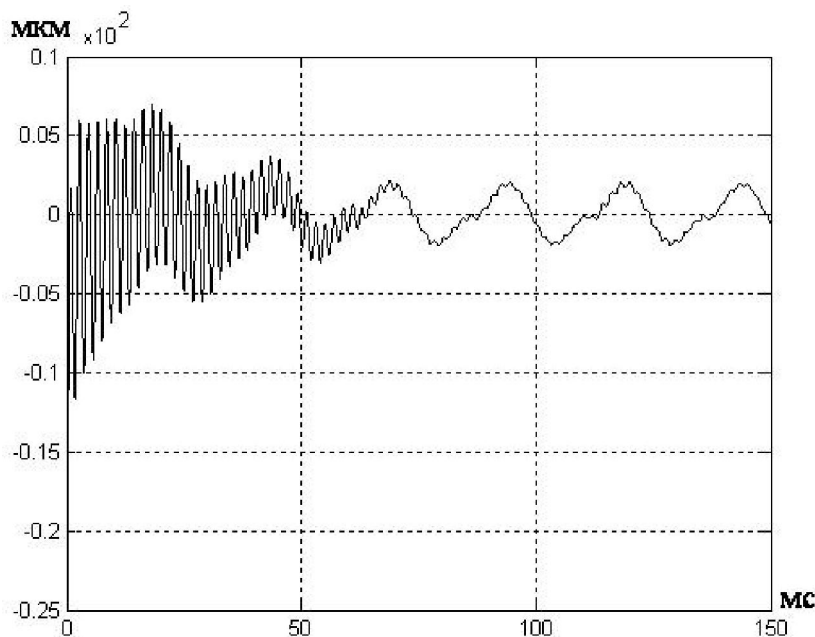


Рис. 5. Управляющее воздействие  $u(t)$  в периодической системе (1), (2), (5), (8), (10), (11), (23), (26), (29) при действии постоянного возмущения.



В работе [7] исследовался вопрос устойчивости и точности системы самообучения электропривода подачи токарных станков, но как показывает вычислительный эксперимент, при рассмотрении объекта управления с параметрами (29) устойчивость рассмотренной системы управления нарушается. На рис. 6 представлен сигнал рассогласования реального и желаемого перемещений исполнительного органа при наличии силовых возмущений в системе, рассмотренной в работе [7].

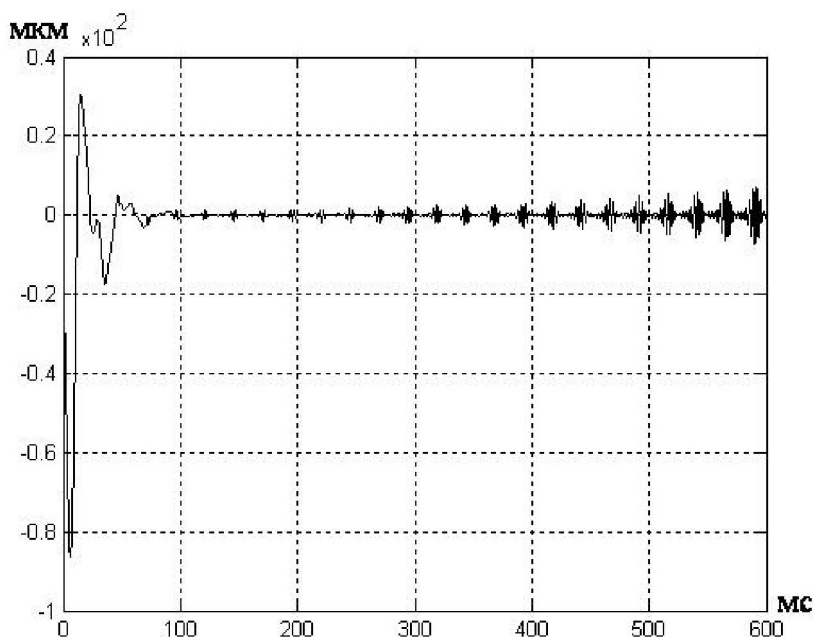


Рис. 6. Разность желаемого  $r(t)$  и реального перемещений  $y(t)$  в системе управления [7].

На рис. 7 изображен аналогичный сигнал в адаптивной периодической системе (1), (2), (5), (8), (10), (11), (23), (26), (29).

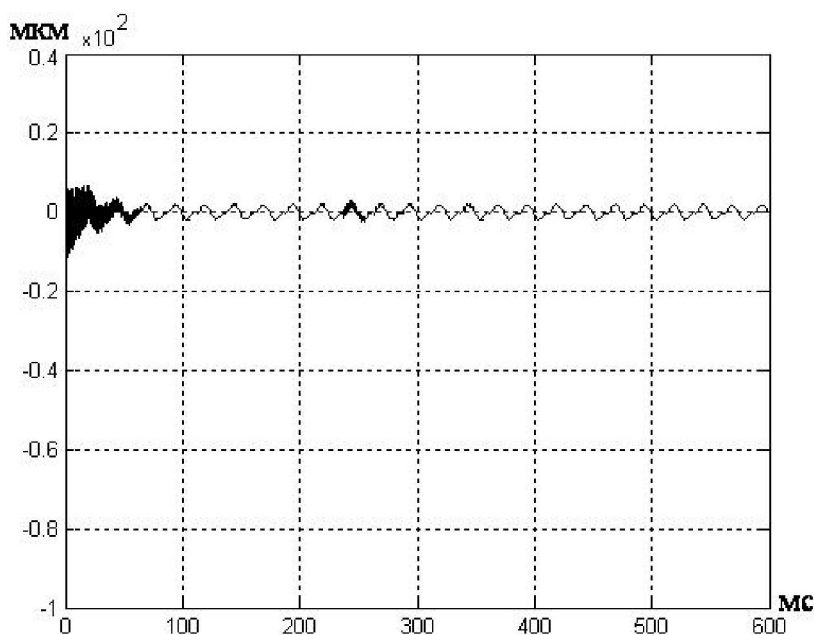


Рис. 7. Разность желаемого  $r(t)$  и реального перемещений  $y(t)$  исполнительного органа в системе 1), (2), (5), (8), (10), (11), (23), (26), (29) при действии возмущения.

Одним из главных преимуществ метода, рассмотренного в данной работе, является синтез адаптивной системы управления априорно-неопределенным объектом с запаздыванием по управлению.

### Заключение

В работе предлагается адаптивный подход для разработки системы управления электроприводом подачи токарных станков для финишной обточки сложных по форме серийных деталей. Использование в системе генератора периодических сигналов позволяет практически полностью компенсировать влияние силовых возмущений на траекторию движения режущего инструмента токарного станка и с хорошим качеством обрабатывать желаемое задающее воздействие. Как показывают результаты имитационного моделирования, применение электропривода с адаптивным управлением способствует не только повышению гибкости и точности металлообрабатывающих станков, но и обеспечивает им гарантированную устойчивость периодических процессов управления.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Александровский Н.М., Егоров С.В., Кузин Р.Е. Адаптивные системы автоматического управления сложными технологическими процессами. – М.: Энергия, 1973.
2. Еремин Е.Л., Чепак Л.В. Класс нелинейных алгоритмов периодических систем управления для строго минимально-фазового объекта // Вестник Амурского государственного университета. – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2006. – Вып. 33. – С. 38 – 41.
3. Закс В.С. Об одной возможности повышения точности регулирования в следящих системах циклического действия // АиТ. – 1981. – №1. – С.170-174.
4. Кацевич В.Л., Королев В.В., Никольский А.А. Применение самообучающихся электроприводов подачи токарных станков для повышения точности формы серийных деталей // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2004. – № 5. – С. 21 – 25.
5. Еремин Е.Л., Теличенко Д.А., Чепак Л.В. Синтез адаптивных систем для скалярных объектов с запаздыванием по управлению. – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2006.
6. Еремин Е.Л., Цыкунов А.М. Синтез адаптивных систем управления на основе критерия гиперустойчивости. – Бишкек: Илим, 1992.
7. Никольский А.А. Устойчивость самообучающихся электроприводов подачи металлорежущих станков и точность процессов самообучения // Электричество. – 2007. – № 5. – С.38 – 45.

*E-mail:*

Еремин Е.Л. – [ereminelv@mail.ru](mailto:ereminelv@mail.ru);

Чепак Л.В. – [chepak@inbox.ru](mailto:chepak@inbox.ru).