

УДК 681.51

© 2010 г. **В.П. Кривошеев**, д-р техн. наук,
М.А. Сачко

(Владивостокский государственный университет экономики и сервиса)

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ТИПОВЫХ КОМПЕНСАТОРОВ И РАЗВЯЗЫВАЮЩИХ УСТРОЙСТВ. III

Рассматривается аналитический метод расчета оптимальных значений настроечных параметров компенсирующих и развязывающих устройств. В третьей части работы изложен метод расчета настроечных параметров неминимальнофазовых инерционных звеньев. Приведены примеры параметрического синтеза комбинированных систем регулирования.

Ключевые слова: параметрический синтез, комбинированная автоматическая система регулирования, оптимальные настроечные параметры, регуляторы, компенсаторы, неминимальнофазовые инерционные звенья.

Введение

Известно [1] применение интегро-дифференцирующих звеньев первого порядка для реализации компенсаторов в тех случаях, когда конец вектора амплитудно-фазовой характеристики (АФХ) идеального компенсатора на рабочей частоте лежит в первом квадранте, а также когда он лежит в четвертом квадранте в пределах области, ограниченной окружностью с радиусом $R=K_k$, где K_k – коэффициент усиления идеального компенсатора. Причем рассматривались только интегро-дифференцирующие звенья [2]. Однако возможны случаи, когда конец вектора АФХ идеального компенсатора на рабочей частоте при $\text{Im}_k(w_p) < 0$ лежит за пределами указанных выше областей.

Рассматривается аналитический метод расчета оптимальных значений настроечных параметров для неминимальнофазовых инерционных звеньев первого порядка. Необходимость использования подобных звеньев при реализации компенсаторов возникает в случаях (рис. 1), когда конец вектора АФХ идеального компенсатора на рабочей частоте лежит либо в четвертом квадранте за пределами области, в которой невозможна компенсация возмущения интегро-дифференцирующим звеном, либо когда конец вектора АФХ идеального компенсатора на рабочей частоте лежит в третьем квадранте.

В статье рассматривается случай, когда сигнал от компенсатора подается на вход объекта. Передаточная функция компенсатора $R_k(S)$ в этом случае имеет вид:

$$R_k(S) = -\frac{W_x(S)}{W_u(S)}, \quad (1)$$

где $W_x(S)$ – передаточная функция объекта по каналу возмущения; $W_u(S)$ – передаточная функция объекта по каналу управления.

С целью уменьшения затрат времени на расчет параметров реальных компенсирующих звеньев и возможности автоматизированного параметрического синтеза реальных компенсирующих звеньев ставится задача аналитического определения значений этих параметров, не прибегая к графическим построениям. При этом должны выполняться следующие условия:

$$W_k(j \cdot 0) - W_k^P(j \cdot 0) = 0, \quad (2)$$

$$W_k(j \cdot w_p) - W_k^P(j \cdot w_p) = 0; \quad (3)$$

$$W_k(j \cdot 0) - W_k^P(j \cdot 0) = 0, \quad (4)$$

$$W_k(j \cdot w_p) - W_k^P(j \cdot w_p) \rightarrow \min_{a,b} \quad (5)$$

или

$$W_k(j \cdot 0) - W_k^P(j \cdot 0) \rightarrow \min_{a,b}, \quad (6)$$

$$W_k(j \cdot w_p) - W_k^P(j \cdot w_p) = 0, \quad (7)$$

где $W_k(jw)$, $W_k^P(jw)$ – амплитудно-фазовая характеристика соответственно идеального и реального компенсаторов или развязывающих устройств; \mathbf{r} , \mathbf{i} – векторы параметров выбранного типа реального компенсатора или развязывающего устройства.

Условия (4) и (5), а также (6) и (7) выражают максимально возможное приближение АФХ идеального и реального компенсатора или развязывающего устройства соответственно на частоте $w = 0$ и на рабочей частоте $w = w_p$.

В качестве реального компенсатора рассматривается неминимальнофазовое инерционное звено с передаточной функцией

$$W_k^P(s) = k \frac{1 - T_B S}{1 + TS}. \quad (8)$$

Методики расчета настроечных параметров таких звеньев неизвестны.

Выделенная на рис. 1 область является областью принципиально возможной реализации рассматриваемого компенсатора.

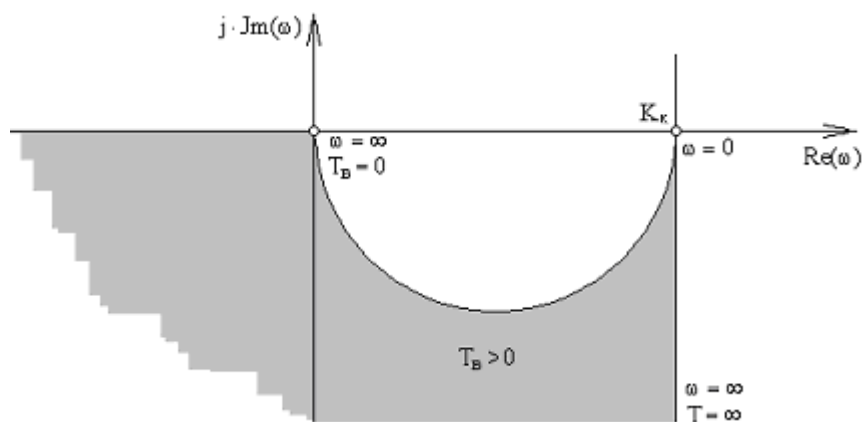


Рис. 1. Область реализуемости неминимальнофазового инерционного звена.

Нахождение настроечных параметров при совпадении АФХ компенсаторов на нулевой и рабочей частотах

АФХ рассматриваемого звена

$$W_k^P(j \cdot \omega_p) = K_k^P \cdot \frac{1 - T_B \cdot T \cdot \omega^2}{1 + T^2 \cdot \omega^2} - j \cdot K_k^P \cdot \frac{(T_B + T) \cdot \omega}{1 + T^2 \cdot \omega^2} \quad (9)$$

имеет вид полуокружности [1]. Уравнение окружности [3], построенной на АФХ (9), представляет собой выражение:

$$\left(\operatorname{Re}_k(\omega) - \frac{K_k^P}{2} \cdot \left(1 - \frac{T_B}{T} \right) \right)^2 + \operatorname{Im}_k^2(\omega) = 0.25 \cdot (K_k^P)^2 \cdot \left(1 + \frac{T_B}{T} \right)^2. \quad (10)$$

Определим параметры T_B и T уравнения (8) при условии (2) и (3), в этом случае полуокружность пройдет через точки А и В (рис. 2а).

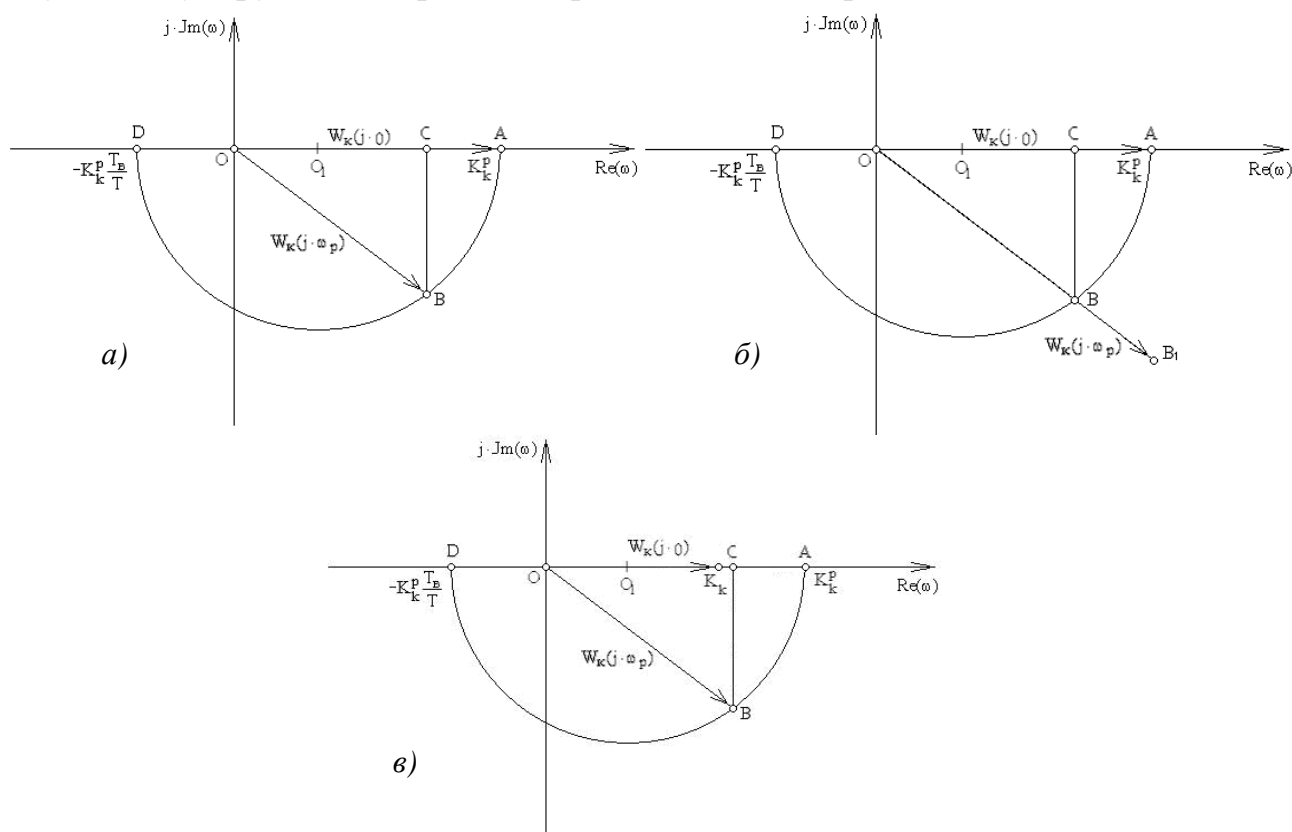


Рис. 2. Нахождение настроечных параметров компенсатора
в виде неминимальнофазового инерционного звена.

Подставляя $K_k^P = W_k(0)$, $\operatorname{Re}_k(\omega) = \operatorname{Re}_k(\omega_p)$ и $\operatorname{Im}_k(\omega) = \operatorname{Im}_k(\omega_p)$ в уравнение (10), после преобразований получим:

$$-W_k(0) \frac{T_B}{T} (W_k(0) - \operatorname{Re}_k(\omega_p)) + \operatorname{Re}_k(\omega_p) (\operatorname{Re}_k(\omega_p) - W_k(0)) + \operatorname{Im}_k^2(\omega_p) = 0. \quad (11)$$

Из (15)

$$W^P(\infty) = \operatorname{Re}^P(\infty) = -W_k(0) \cdot \frac{T_B}{T}. \quad (12)$$

Из (11) с учетом (12)

$$\operatorname{Re}^P(\infty) = \operatorname{Re}_k(w_p) - \frac{\operatorname{Im}_k^2(w_p)}{W_k(0) - \operatorname{Re}_k(w_p)}. \quad (13)$$

Теперь определим параметры T и T_B , пользуясь известными [1] выражениями:

$$T = \frac{1}{w_p} \cdot \sqrt{\frac{AC}{CD}}, \quad (14)$$

$$T_B = OD \cdot \frac{T}{K_k^p}, \quad (15)$$

где отрезки AC , CD и OD (рис. 2) имеют очевидные выражения.

С учетом (12) и (13) из (14) получим

$$T = \frac{1}{w_p} \cdot \sqrt{\frac{W_k(0) - \operatorname{Re}_k(w_p)}{\operatorname{Re}_k(w_p) - \operatorname{Re}_k^P(\infty)}}, \quad (16)$$

а из (15)

$$T_B = T \cdot \frac{W_k^P(\infty)}{W_k(0)}. \quad (17)$$

Выражения (16) и (17) справедливы для определения настроечных параметров T и T_B при попадании конца вектора $W_k(j\omega)$ в любую точку выделенной области на рис. 1.

Пример

Рассмотрим пример комбинированной АСР для случая, когда выполняются условия (2) и (3). Передаточная функция объекта по каналу управления

$$W_{oy} = \frac{200 \cdot e^{-0,5S}}{10S + 1}. \quad (18)$$

Передаточная функция объекта по каналу возмущения

$$W_{ov} = \frac{100 \cdot e^{-S}}{50S^2 + 20S + 1}. \quad (19)$$

Подставив функции (18) и (19) в (1), получаем передаточную функцию идеального компенсатора (20).

$$W_k = 0,5 \frac{(10S + 1)e^{-0,5S}}{50S^2 + 20S + 1}. \quad (20)$$

На рис. 3 приведены АФХ реального и идеального компенсаторов. Рабочая частота АСР $w_p = 2$ /сек., настроечные параметры регулятора: $K_0 = 0,067$ /сек., $K_1 = 0,082$.

Из графика АФХ по формулам (16) и (17) определяем настроечные параметры реального компенсатора: $K = 0,5$; $T_B = 0,6459$ сек.; $T = 8,2642$ сек. Смоделируем (рис. 4) переходные процессы одноконтурной и комбинированной АСР (рис. 5) при полученных значениях настроечных параметров компенсатора и регулятора.

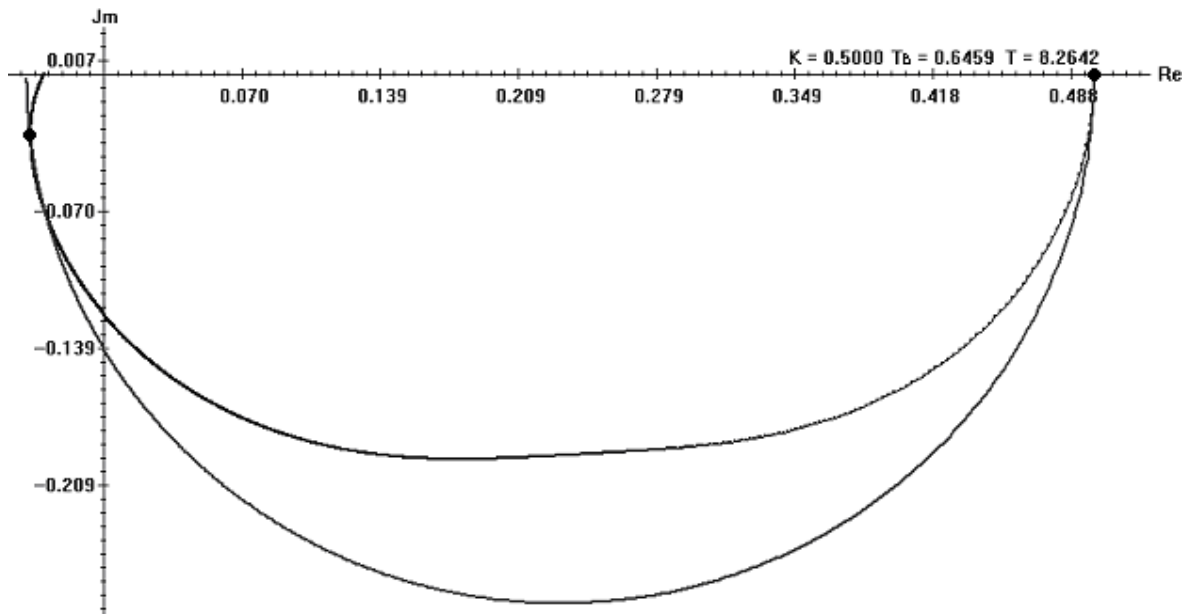


Рис. 3. АФХ идеального и реального компенсаторов интегро-дифференцирующего звена.

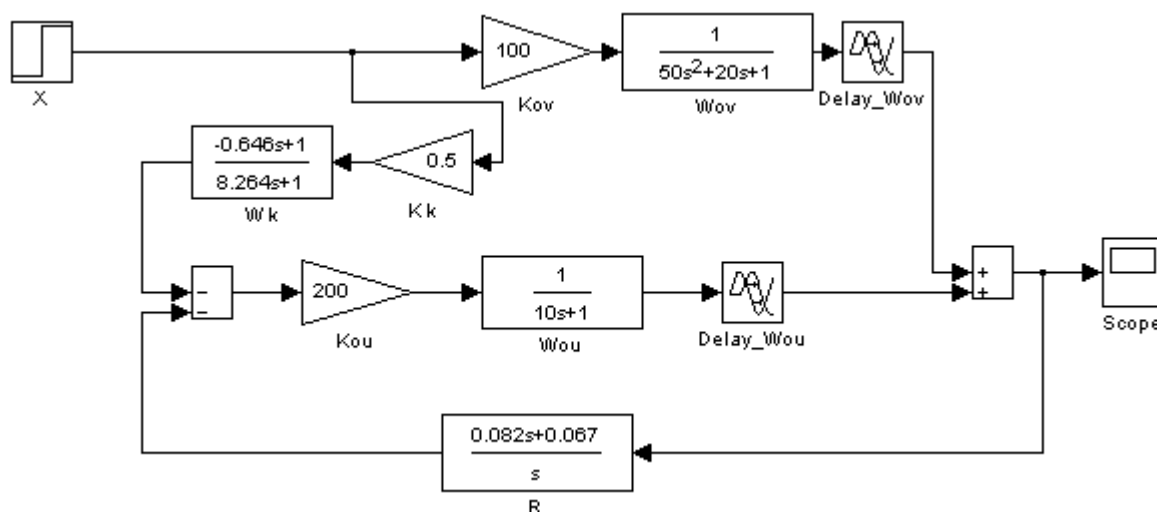


Рис. 4. Схема моделируемой комбинированной системы.

Из графиков следует, что качество переходного процесса в комбинированной системе выше, чем качество переходного процесса в одноконтурной системе, за счет значительного уменьшения амплитуды колебаний.

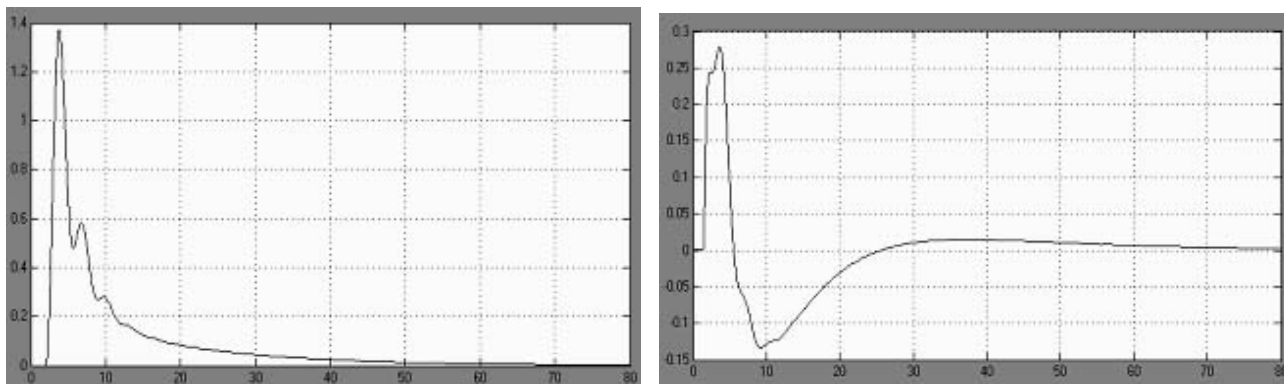


Рис. 5. Переходные процессы одноконтурной (слева) и комбинированной (справа) АСР.

Нахождение настроечных параметров при совпадении АФХ компенсаторов на нулевой частоте и приближении на рабочей частоте

Если конец вектора $W_k(j\omega_p)$ не лежит в выделенной области, то ставится задача выполнения условий (4) и (5) или (6) и (7).

Рассмотрим случай выполнения условий (4) и (5) (рис. 2б). Выбрав максимально возможное значение отношения $(T_B/T)^{\max}$, найдем координаты точки В совместным решением уравнений окружности (10) и линии OB_1 . Уравнение линии OB_1 имеет вид:

$$\operatorname{Re}_B(w) = \frac{\operatorname{Im}_B(w_p) \cdot \operatorname{Re}_k(w)}{\operatorname{Im}_k(w_p)}. \quad (21)$$

Подставив (21) в (10), получим:

$$\frac{\operatorname{Im}_B^2(w_p) \cdot (\operatorname{Re}_k^2(w) + \operatorname{Im}_k^2(w_p))}{\operatorname{Im}_k^2(w_p)} - \frac{2 \cdot \operatorname{Im}_B(w_p) \cdot X_O \cdot \operatorname{Re}_k(w) \cdot \operatorname{Im}_k(w)}{\operatorname{Im}_k^2(w_p)} + \frac{\operatorname{Im}_k^2(w_p) \cdot (X_O^2 - R^2)}{\operatorname{Im}_k^2(w_p)} = 0, \quad (22)$$

где $X_O = 0.5 \cdot W_k(0) \cdot (1 - (T_B/T)^{\max})$; $R = 0.5 \cdot W_k(0) \cdot (1 + (T_B/T)^{\max})$.

Решая уравнение (22), определим, что:

$$\operatorname{Im}_B(w_p) = \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad (23)$$

где $a = \operatorname{Re}_k^2(w) + \operatorname{Im}_k^2(w_p)$; $b = 2 \cdot X_O \cdot \operatorname{Re}_k(w) \cdot \operatorname{Im}_k(w)$; $c = \operatorname{Im}_k^2(w_p) \cdot (X_O^2 - R^2)$,

При $\frac{T_B}{T} = \left(\frac{T_B}{T}\right)^{\max}$ получим, что

$$T_B = T \cdot (T_B/T)^{\max}. \quad (24)$$

Подставив (24) в вещественную часть уравнения (9), с учетом (21) и (23) найдем

$$T = \frac{1}{w_p} \cdot \sqrt{\frac{W_k(0) - \operatorname{Re}_B(w_p)}{\operatorname{Re}_B(w_p) + W_k(0) \cdot (T_B/T)^{\max}}}. \quad (25)$$

Пример 2

Рассмотрим пример комбинированной АСР для этого случая. Передаточная функция объекта по каналу управления

$$W_{ov} = 5 \frac{e^{-3S}}{S^2 + 2S + 1}. \quad (26)$$

Передаточная функция объекта по каналу возмущения

$$W_{oy} = 10 \frac{e^{-2,5S}}{2S + 1}. \quad (27)$$

Подставив функции (26) и (27) в (1), получаем передаточную функцию идеального компенсатора (28).

$$W_k = 0.5 \frac{(2S + 1)e^{-0.5S}}{S^2 + 2S + 1}. \quad (28)$$

На рис. 6 приведены АФХ реального и идеального компенсаторов.

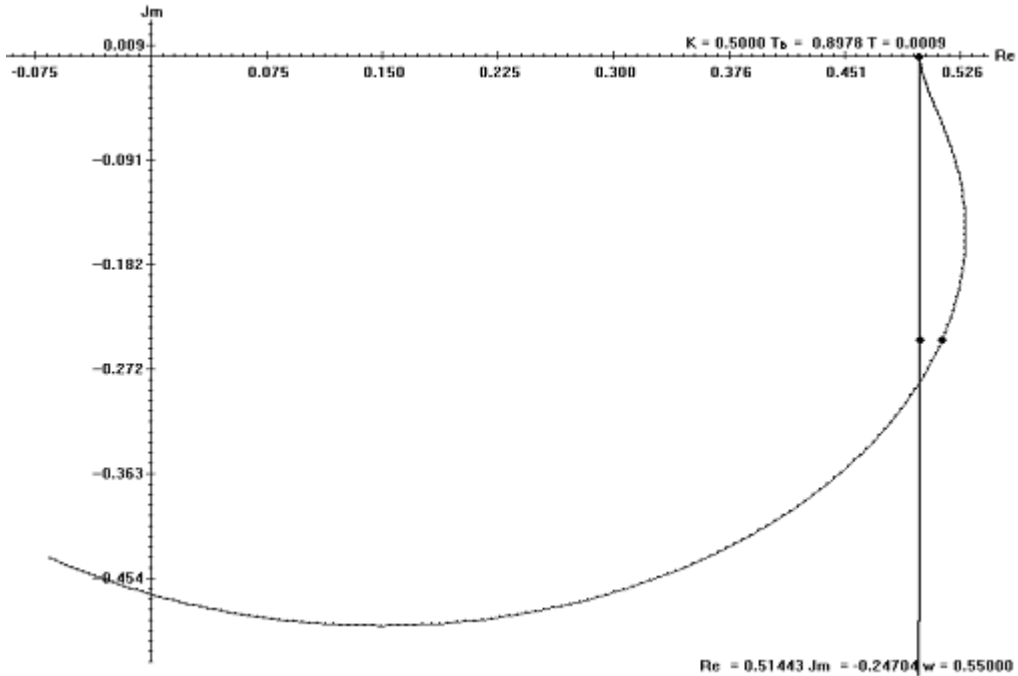


Рис. 6. АФХ реального и идеального компенсаторов комбинированной АСР.

Рабочая частота АСР $w_p = 0,055$ 1/сек., настроечные параметры регулятора: $K_0=0,041$ 1/сек., $K_1=0,084$.

По полученным из графика АФХ данным определяем настроечные параметры реального компенсатора по формулам (24) и (25) при условии $(T_B/T)^{\max} = 1000$ найдем: $K=0,5$; $T_B=0,8978$ сек.; $T=0,0009$ сек. Смоделируем (рис. 7) переходные процессы одноконтурной и комбинированной АСР (рис. 8) при полученных значениях настроечных параметров компенсатора и регулятора.

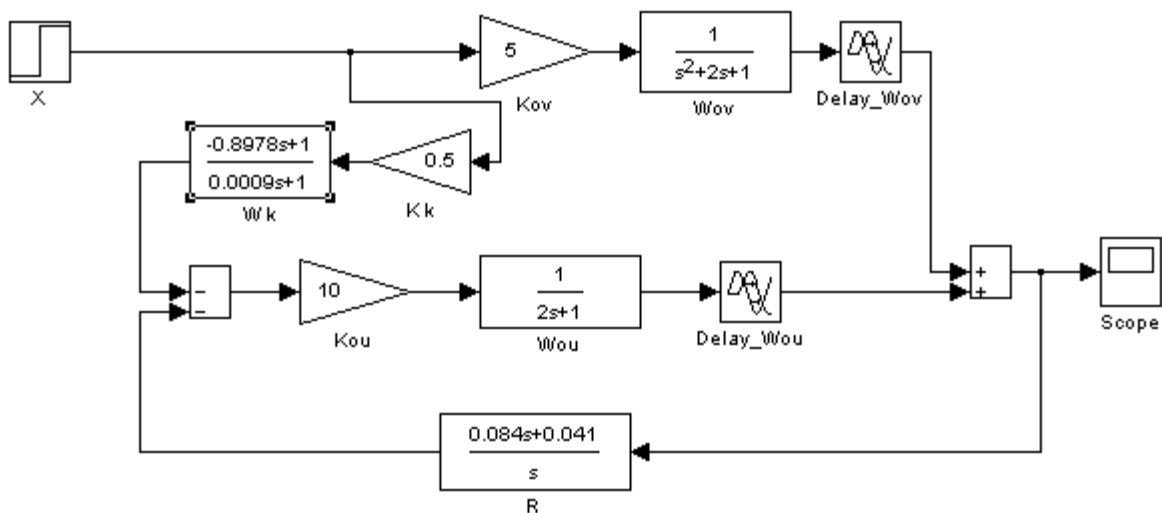


Рис. 7. Схема комбинированной АСР.

Из графиков следует, что качество переходного процесса в комбинированной системе выше, чем качество переходного процесса в одноконтурной системе, за счет уменьшения амплитуды колебаний и времени переходного процесса.

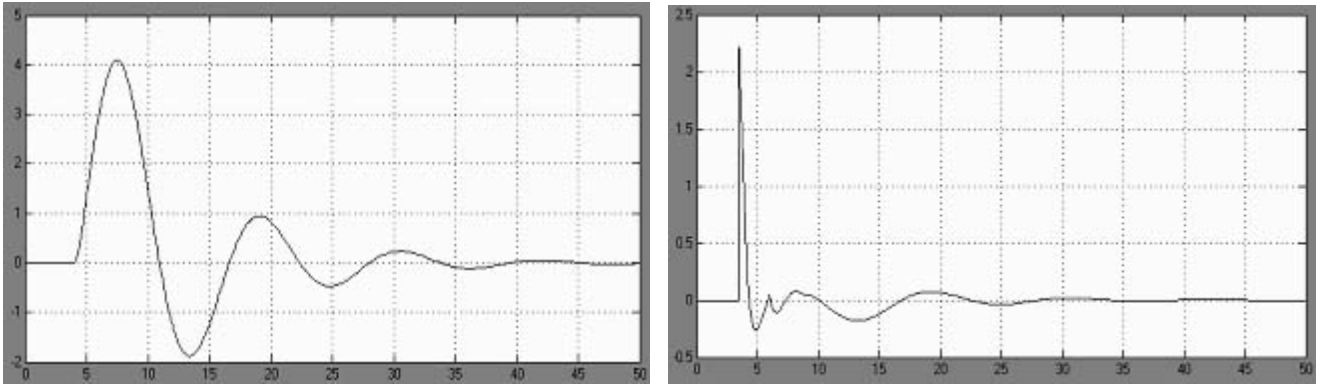


Рис. 8. Переходные процессы одноконтурной (слева) и комбинированной (справа) АСР.

Нахождение настроечных параметров при совпадении АФХ компенсаторов на рабочей частоте и приближении на нулевой частоте

Рассмотрим случай выполнения условий (6) и (7), рис. 2в, из которого видно, что K_k^p равен длине отрезка OA , $O_1A = R$, $O_1C = \sqrt{R^2 - \text{Im}_k^2(w_p)}$ и $OC = \text{Re}_k(w_p)$, отсюда следует что:

$$K_k^p = R + \text{Re}_k(w_p) - \sqrt{R^2 - \text{Im}_k^2(w_p)}. \quad (29)$$

Настроечные параметры компенсатора T и T_B находятся аналогично (25) и (24) с учетом (29).

$$T = \frac{1}{w_p} \cdot \sqrt{\frac{K_k^p - \text{Re}_k(w_p)}{\text{Re}_k(w_p) + K_k^p \cdot (T_B/T)^{\max}}}, \quad (30)$$

а T_B определяется по формуле (24).

Пример 3

Рассмотрим комбинированную АСР с теми же передаточными функциями объекта, что и в примере 2. В этом случае при нахождении настроечных параметров компенсатора выполняются условия (6) и (7).

На рис. 9 приведены АФХ реального и идеального компенсаторов. По полученным из графика АФХ данным определяем настроечные параметры реального компенсатора по формулам (16) и (17), при условии $(T_B/T)^{\max} = 1000$ найдем настроечные параметры реального компенсатора: $K=0,515$; $T_B=0,873$ сек.; $T=0,0004$ сек. Смоделируем (рис. 10) переходные процессы одноконтурной и комбинированной АСР (рис. 11) при полученных значениях настроечных параметров компенсатора и регулятора.

Из этих графиков следует, что качество переходного процесса в комбинированной системе выше, чем качество переходного процесса в одноконтурной системе, за счет уменьшения амплитуды колебаний и времени переходного процесса.

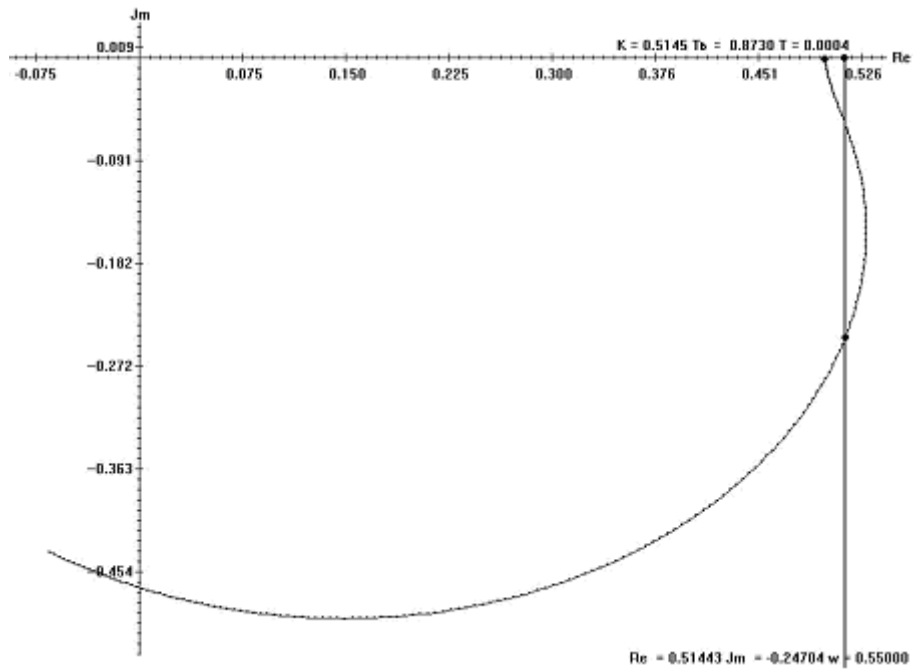


Рис. 9. АФХ реального и идеального компенсаторов комбинированной АСР.

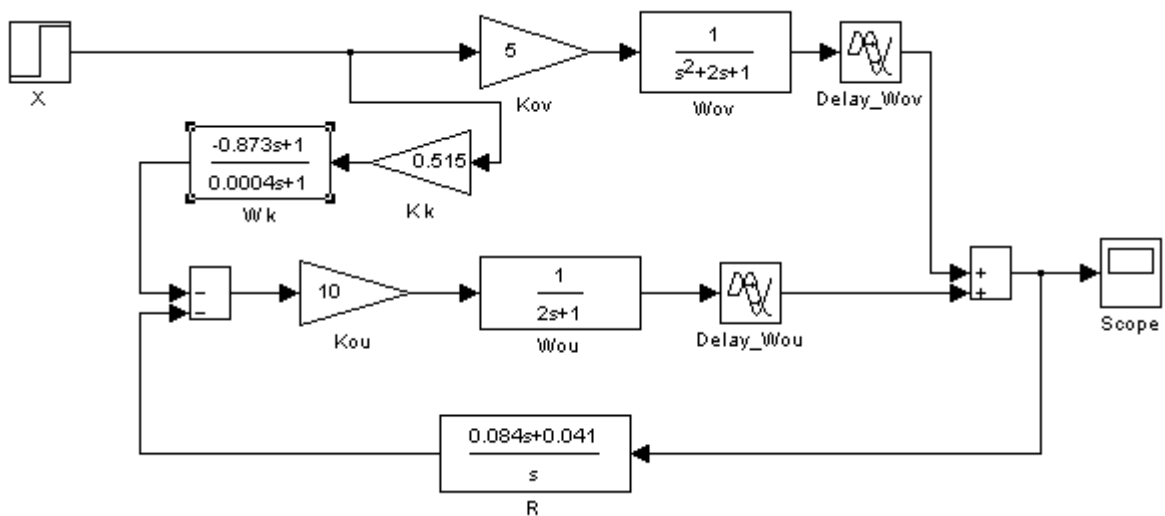


Рис. 10. Схема комбинированной АСР.

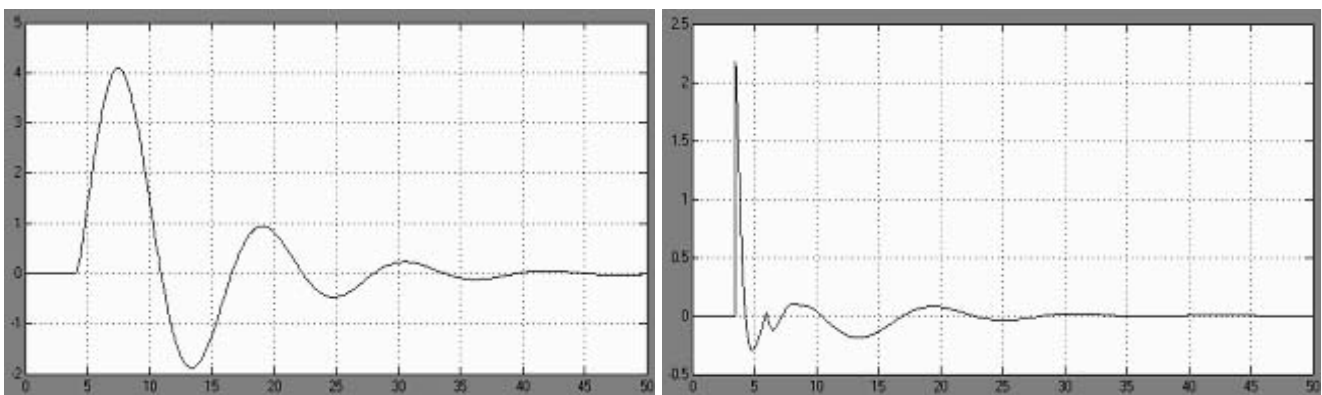


Рис. 11. Переходные процессы одноконтурной (слева) и комбинированной (справа) АСР.

Заключение

Предложенный метод расчета оптимальных настроечных параметров компенсирующих и развязывающих устройств, реализуемых неминимальнофазовыми инерционными звеньями первого порядка, дает возможность избежать графических построений. Рассмотрены варианты расчета компенсаторов при попадании АФХ идеального компенсатора на рабочей частоте в первый и четвертый квадранты.

Расчет этих параметров реализован в программном продукте для параметрического синтеза комбинированных систем регулирования. На основе данного программного продукта были рассчитаны приведенные выше примеры.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ротач В.Я.* Расчет динамики промышленных автоматических систем регулирования. – М.: Энергия, 1973.
2. *Заде Л.* Теория линейных систем [Текст] / Л. Заде, Ч. Дезоер. – М., 1970.
3. *Беклемишев Д. В.* Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для студ. вузов. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2006.

Статья представлена к публикации членом редколлегии О.В. Абрамовым.

E-mail:

Кривошеев В.П. – krivosheev@vvsu.ru.

О конкурсах на соискание золотых медалей и премий имени выдающихся ученых, проводимых РАН в 2011 году

Золотые медали (присуждаются отечественным ученым). Присуждаются за выдающиеся научные работы, открытия и изобретения или по совокупности работ большого научного и практического значения.

Премии (присуждаются отечественным ученым). Присуждаются за отдельные выдающиеся научные работы, открытия, изобретения, а также за серии научных работ по единой тематике.

Российская академия наук объявляет конкурсы на соискание следующих золотых медалей и премий имени выдающихся ученых, каждая из которых присуждается в знаменательную дату, связанную с жизнью и деятельностью ученого, именем которого названа медаль или премия.

Решения Президиума РАН о присуждении золотых медалей и премий, а также краткие аннотации о работах, удостоенных золотых медалей или премий, публикуются в «Вестнике Российской академии наук», в «Известиях Российской академии наук» соответствующей серии и в газете «Поиск». В «Вестнике Российской академии наук» помещаются портреты ученых, удостоенных золотых медалей и премий.

Справки по телефонам:

(495) 237-99-33;

(495) 237-49-21.