УДК 681.5.015.23

© 2011 г. **Д.А. Назаров**
(Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОБЛАСТЕЙ РАБОТОСПОСОБНОСТИ ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО ВЫБОРА НОМИНАЛОВ ПАРАМЕТРОВ[1]

Предлагается модель представления областей работоспособности дискретным множеством параллелепипедов для решения задачи выбора номинальных значений параметров. Описываются способы снижения избыточности данных такого представления. На основе предложенной модели описан алгоритм выбора оптимальных значений параметров с использованием детерминированного критерия.

Ключевые слова: проектирование, параметрический синтез, номинал, область работоспособности, оптимизация.

Введение

Выбор номинальных значений параметров элементов сложных технических устройств и систем (параметрический синтез) является одним из этапов их проектирования [1, 2]. Учет отклонений от начальных значений при выборе номинальных значений параметров требует знаний закономерностей этих отклонений. На ранних стадиях проектирования закономерности дрейфа параметров, как правило, неизвестны, и для их исследования необходимо задать некоторый набор параметров. Среди различных методов выбора параметров при дефиците информации о закономерностях их дрейфа существуют методы, в основе которых лежит детерминированный критерий запаса работоспособности. Суть этих методов состоит в отыскании точки внутри области допустимой вариации параметров, максимально удаленной от ее границы. Для использования указанного критерия необходимо обладать сведениями о конфигурации области допустимой вариации параметров – области работоспособности (ОР).

Постановка задачи выбора номинальных значений параметров

Параметры элементов, составляющих исследуемую систему, далее называются *внутренними параметрами* и задаются вектором

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)^T \ . \qquad (1)$$

Выходные количественные характеристики исследуемой системы именуются *вы-*

---

[1] Работа выполнена при частичной финансовой поддержке грантов ДВО РАН (11-III-В-03-010, 09-I-ОЭММПУ-01, 09-I-П2-03).

ходными параметрами и обозначаются m-вектором:

$$\mathbf{y} = (y_1, y_2, ..., y_m)^T, \; y_i \in \Re \;\; \forall i = 1,2,...,m. \tag{2}$$

Значения выходных параметров зависят от параметров элементов (1):

$$\mathbf{y} = \mathbf{Y}(\mathbf{x}), \tag{3}$$

где $\mathbf{Y}(\mathbf{x})$ – модель процесса функционирования исследуемой системы. Модели достаточно сложных систем обычно задаются алгоритмически в виде численного решения систем дифференциальных уравнений или с помощью имитационной модели.

Выходные параметры выражают характеристики устройства или системы, интересующие потребителя. Для выполнения определенных функций и удовлетворения потребностей конечного пользователя эти параметры должны находиться в определенном диапазоне значений, который называется *условиями работоспособности* (УР):

$$\mathbf{y}_{\min} \le \mathbf{y}(\mathbf{x}) \le \mathbf{y}_{\max}. \tag{4}$$

Считается, что устройство работоспособно, если его выходные параметры удовлетворяют выражению (4) при заданном наборе внутренних параметров, и неработоспособно в противном случае, что выражается функцией:

$$F^y(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, \; \mathbf{y}_{\min} \le \mathbf{y}(\mathbf{x}) \le \mathbf{y}_{\max}, \\ 0, \; [\mathbf{y}(\mathbf{x}) < \mathbf{y}_{\min}] \vee [\mathbf{y}(\mathbf{x}) > \mathbf{y}_{\max}]. \end{cases} \tag{5}$$

Нарушение УР вызываются изменениями значений внутренних параметров, которые возникают под влиянием факторов различной природы: воздействие внешних факторов – таких как температура, влажность, различные излучения, внутренние процессы износа и старения, а также взаимное влияние элементов.

Условия работоспособности (4) определяют в пространстве внутренних параметров некоторую область, в каждой точке которой выходные параметры удовлетворяют этим условиям:

$$\mathbf{D}_x = \{\mathbf{x} \in \Re^n \,|\, \mathbf{y}_{\min} \le \mathbf{y}(\mathbf{x}) \le \mathbf{y}_{\max}\}. \tag{6}$$

Область $\mathbf{D}_x$, определенная выражением (6), называется *областью работоспособности* (ОР) исследуемого технического объекта, заданного моделью (3), для условий работоспособности (4).

Получение характеристик этой области позволяет, во-первых, сокращать время поиска номинальных значений параметров с использованием стохастических критериев путем проверки принадлежности случайной реализации вектора параметров ОР $\mathbf{x} \in \mathbf{D}_x$, не прибегая к моделированию системы, во-вторых, использовать детерминированные критерии выбора номиналов параметров, а также устанавливать или корректировать значения их допусков.

Формально задача *параметрического синтеза* (выбора номинальных значений внутренних параметров) исследуемой системы ставится следующим образом:

$$\mathbf{x}_{nom} = \arg\max P\{\mathbf{X}(\mathbf{x}_{nom}, t) \in \mathbf{D}_x, \; \forall t \in [0, T]\}, \tag{7}$$

где $\mathbf{X}(\mathbf{x}_{nom}, t)$ – случайный процесс изменения параметров; T – заданное время эксплуатации системы (устройства) [1].

Стохастический критерий (7) выбора номинальных значений внутренних параметров требует знания характеристик случайных процессов изменения параметров во времени, которые зачастую являются неизвестными. Кроме того, для исследования закономерностей дрейфа внутренних параметров необходим начальный набор $\mathbf{x}_{nom} = (x_{1_{nom}}, x_{2_{nom}}, ..., x_{n_{nom}})$ параметров.

Детерминированный критерий выбора оптимальных значений параметров

Одним из критериев выбора оптимальных значений параметров в условии неопределенности тенденций их дрейфа во времени является *запас работоспособности* (ЗР) [1 – 3]. Этот критерий является детерминированным, и для его использования необходимы характеристики ОР.

Суть метода выбора, основанного на этом критерии, состоит в нахождении точки $\mathbf{x}_0 \in \mathbf{D}_x$, максимально удаленной от границы ОР. Процесс нахождения такой точки является двухэтапной процедурой.

Первый этап состоит в определении минимального расстояния от каждой внутренней точки $\mathbf{x} \in \mathbf{D}_x$ до границы ОР, которое обеспечивает вписанный шар (рис. 1) с центром в точке $\mathbf{x}$ и объемом $v_r(\mathbf{x})$:

$$v_r(\mathbf{x}) = \min_r V(\mathbf{x}, r),$$

где $V(\mathbf{x}, r)$ – объем шара с центром $\mathbf{x} \in \mathbf{D}_x$ и радиусом r, соединяющим этот центр с некоторой точкой на границе $\mathbf{D}_x$.

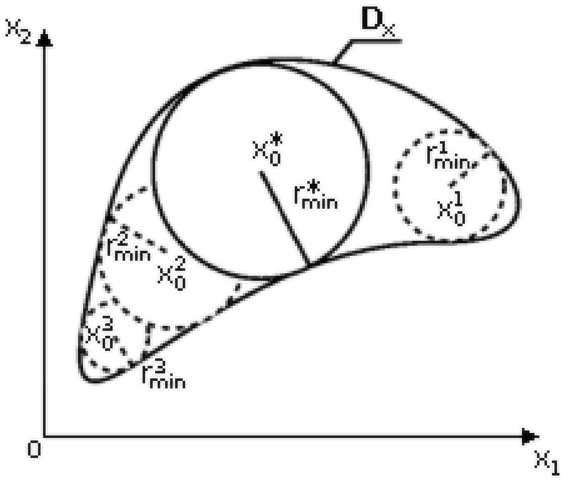


Рис. 1. Максимальный минимум запаса работоспособности.

На втором этапе выполняется поиск шара, имеющего максимальный объем среди $v_r(\mathbf{x}), \forall \mathbf{x} \in \mathbf{D}_x$. Искомой точкой в пространстве параметров является центр шара, имеющего максимальный объем. В общем случае возможна ситуация, когда в область $\mathbf{D}_x$ можно вписать более одного шара с максимальным объемом. Таким образом, решение задачи выбора номинальных значений параметров, оптимальных по критерию ЗР, состоит в отыскании множества $\mathbf{D}_{opt} \subset \mathbf{D}_x$ точек, для которых выполняется:

$$\max_{\mathbf{x} \in \mathbf{D}_x} \min_r V(\mathbf{x}, r). \tag{8}$$

Для выбора номинальных значений параметров по критерию ЗР необходима информация о конфигурации области $\mathbf{D}_x$.

Сеточное представление области работоспособности

Процедура построения ОР часто рассматривается как отдельная задача в процессе проектирования технических объектов и систем. Среди множества подходов и способов представления ОР фигурами известной конфигурации такими как многомерные параллелепипеды (гиперпараллелепипеды), многомерные эллипсоиды, многогранники, а также различные комбинации и объединения этих фигур – наиболее распространенным является представление с использованием гиперпараллелепипедов. В данной работе предлагается способ представления многомерной области дискретным множеством элементарных параллелепипедов, заданных регулярной сеткой, по результатам многомерного зондирования на основе *метода матричных испытаний* (ММИ) [4].

Согласно ММИ, заданный диапазон изменения значений каждого параметра

$$a_i^x \le x_i \le b_i^x,\ \forall i = 1,2,...,n \tag{9}$$

разбивается на q_i равных отрезков – *квантов*, пронумерованных индексами k_i, $i = 1,2,...,n$. В центре каждого кванта выбирается точка:

$$c_i^{k_i} = (a_i^{k_i} + b_i^{k_i})/2, \tag{10}$$

где $a_i^{k_i}, b_i^{k_i}$ – соответственно левая и правая граница k_i-го кванта i-го параметра (рис. 2). Эта точка называется «точкой-представителем» кванта k_i.

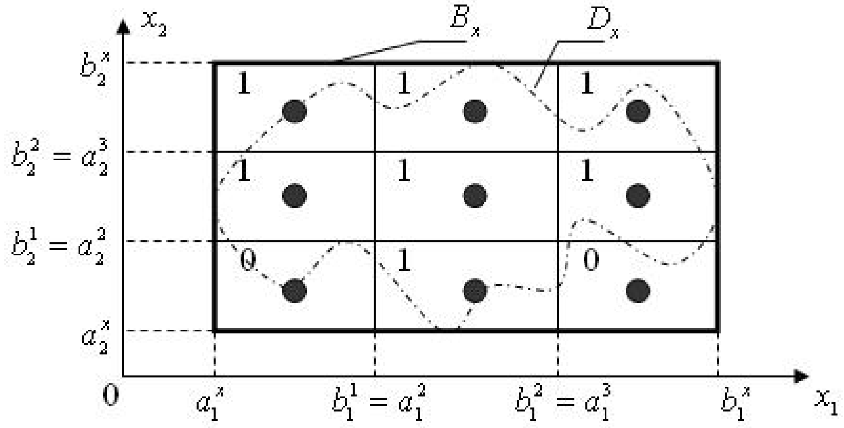


Рис. 2. Сеточное представление ОР на основе квантования области поиска.

Пересечение границ квантов всех координатных осей параметров образуют сетку, узлы которой задают вершины элементарных параллелепипедов, на основе которых строится представление ОР. Каждый элементарный параллелепипед $e_{k_1,k_2,...,k_n}$ задается набором индексов $(k_1, k_2, ..., k_n)$ образующих его квантов. По этим индексам вычисляются характеристики элементарного параллелепипеда: его границы $a_i^{k_i}, b_i^{k_i}$, $\forall i = 1,2,...,n$ и координаты (10) его точки-представителя [5].

Для представления ОР множеством элементарных параллелепипедов требуется выделить некоторое их подмножество $\mathbf{B}_x^+$. Таким образом, для каждого $e_{k_1,k_2,...,k_n}$ требуется признак принадлежности подмножеству $\mathbf{B}_x^+$ множества $\mathbf{B}_x^g$ всех элементарных параллелепипедов. Этим признаком является значение функции $F^y(\mathbf{x})$ (5) в точке $\mathbf{x}^c = (c_1^{k_1}, c_2^{k_2}, ..., c_n^{k_n})^T$ элементарного параллелепипеда. При этом считается, что значение функции $F^y(\mathbf{x})$ во всех его внутренних точках равны значению этой функции в точке-представителе $\mathbf{x}^c$.

Таким образом, структура данных для представления ОР множеством элементарных параллелепипедов несет следующую информацию:

геометрические параметры сетки, задающей множество элементарных параллелепипедов;

данные о принадлежности каждого элементарного параллелепипеда подмножеству $\mathbf{B}_x^+$.

Информация о принадлежности каждого элементарного параллелепипеда подмножеству $\mathbf{B}_x^+$ хранится в одномерном *массиве состояний* (МС) $S = (s_1, s_2, ..., s_R)$, где $R = \prod_{i=1}^{n} q_i$ – количество всех элементарных параллелепипедов. Каждый из элементов МС представляет собой индикатор принадлежности соответствующего элемента $e_{k_1,k_2,...,k_n}$ подмножеству $\mathbf{B}_x^+$ и хранит значение функции $F^y(\mathbf{x}^c)$ в точке-представителе каждого из них:

$$s_p = F^y(\mathbf{x}^c(k_1, k_2, ..., k_n)), \tag{11}$$

где индекс p – номер элемента МС, соответствующий определенному параллелепипеду $e_{k_1,k_2,...,k_n}$ и взаимнооднозначно связан с его индексами [5]:

$$p = k_1 + q_1(k_2 - 1) + q_1 q_2 (k_3 - 1) + ... + q_1 q_2 ... q_{n-1}(k_n - 1),$$

а выражение $\mathbf{x}^c(k_1, k_2, ..., k_n)$ означает процедуру вычисления координат (10) точки-представителя для параллелепипеда с индексами $(k_1, k_2, ..., k_n)$.

Таким образом, описанная структура данных задается моделью G_R:

$$G_R = (n, B, Q, S), \tag{12}$$

где n – размерность пространства внутренних параметров; B – область поиска (9); $Q = (q_1, q_2, ..., q_n)$ – набор показателей количества квантов для каждого параметра; $S = (s_1, s_2, ..., s_R)$ – массив состояний.

Процедура построения ОР для заданной модели (3) и УР (4) сводится к инициализации элементов МС при заданных параметрах регулярной сетки согласно выражению (11). В связи с тем, что каждый элементарный параллелепипед $e_{k_1,k_2,...,k_n}$ задается элементом n-мерной сетки с индексами $(k_1, k_2, ..., k_n)$, в дальнейшем изложении вместо термина «элементарный параллелепипед» будет использоваться термин «элемент сетки» или «ячейка сетки», а область, состоящая из объединения элементов множества $\mathbf{B}_x^+$, называется *сеточным представлением* *области работоспособности* (СПОР). Структура данных, описывающая СПОР, задается моделью G_R.

Проблема хранения данных СПОР

Описание СПОР с помощью модели G_R (12) требует больших объемов данных, из которых наибольший объем имеет МС. Если для его хранения использовать байт-массив, то потребуется $R = q_1 \cdot q_2 \cdot \ldots \cdot q_n$ байт данных. Причем именно в этих данных присутствует большое количество избыточной информации. Эта избыточность порождается, во-первых, представлением области поиска с помощью регулярной сетки, из-за чего в МС будет присутствовать большое количество длинных повторов нулей и единиц, и, во-вторых, внутренним представлением чисел «0» и «1», для которых одного байта, состоящего в большинстве современных архитектур ЭВМ из восьми разрядов, излишне много. В первом случае для сокращения серий повторов предлагается использовать известный алгоритм кодирования длин серий (RLE — Run Length Encoding) [6], согласно которому элементы МС записываются в виде пар значений $s_i^c = (s_j, l_i)$, $i = 1,2,\ldots,R_c$, где s_j – элемент МС, с которого начинается i-я серия повторов его значения длиной l_i; R_c – количество всех серий повторов и длина *упакованного массива состояний* (УМС):

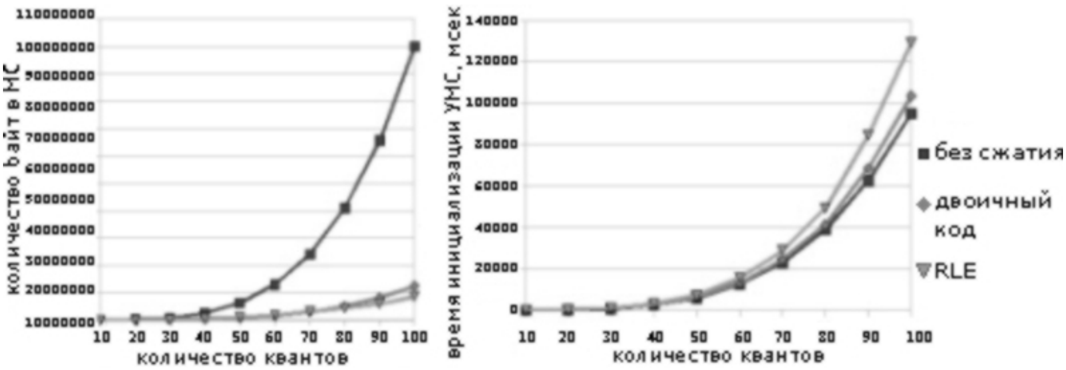
$$S_c^{rle} = (s_1^c, s_2^c, \ldots, s_{R_c}^c).$$

Во втором случае предлагается задействовать все двоичные разряды байт-массива. Поскольку в большинстве современных архитектур компьютеров минимально адресуемым элементом памяти является байт, то для считывания и записи отдельных разрядов потребуется применение двоичной арифметики. Например, для считывания третьего (при 2^2) двоичного разряда байта b_i нужно обнулить все остальные разряды путем выполнения операции логического «И» с байтом-маской $00000100_2 = 2^2$. Если в третьем разряде стояла единица, то результат этой операции будет больше нуля $2^2 > 0$, иначе – «0». Для записи состояния третьего разряда требуется сначала его обнулить, сохранив состояния других разрядов, что достигается в результате операции логического «И» с байтом-маской 11111011_2, предварительно полученной в результате поразрядного отрицания $00000100_2 = 2^2$. Затем, если необходимо установить третий разряд в состояние «1», к байту b_i применяется операция логического «ИЛИ» с маской $00000100_2 = 2^2$. При хранении значений элементов МС в двоичных разрядах байт-массива (УМС) для доступа к элементу с индексом p требуется вычислить номер i байта b_i, которому принадлежит кодирующий разряд, а также номер r этого разряда. Для данных чисел вместо номеров из натурального ряда удобнее использовать смещения, которые принимают значения, начинающиеся с нуля:

$$i = \lfloor (p-1)/L \rfloor, \; r = p - 1 - i \cdot L,$$

где L – количество двоичных разрядов в байте, значение r используется для вычисления маски 2^r.

Рассмотренный метод представления элементов МС с помощью двоичных разрядов байт-массива позволяет сократить объем данных МС в L раз вне зависимости от конфигурации ОР и параметров сетки. Что касается эффективности алгоритма RLE, то она во многом зависит от конфигурации ОР и параметров сетки. Результаты практического применения этого алгоритма демонстрировали уменьшение объемов данных от 10 до 1000 раз. Время доступа к произвольному элементу МС в случае сжатия по алгоритму RLE без применения дополнительных способов определения позиции нужной серии повторяющихся элементов увеличивается пропорционально его удаленности от начала УМС в связи с тем, что для вычисления начальной и конечной позиции искомой серии необходимо выполнить суммирование длин l_i предыдущих серий. На рис. 3 приведены графики степени сжатия МС обоими приведенными способами, а также время доступа к элементам МС.



а) б)

Рис. 3. Графики степени сжатия МС:
а) – уменьшение объемов данных МС с применением алгоритмов двоичного кодирования и RLE, б) – увеличение времени инициализации МС в сжатом виде.

Стоит отметить ограничение применимости рассмотренных способов уменьшения объемов для методов исследования СПОР, использующих расстановку весов для определенных элементов сетки. Для таких процедур при сжатом МС необходимы дополнительные структуры для хранения весов элементов сетки.

Алгоритм выбора номинальных значений параметров с использованием СПОР

Решение задачи параметрического синтеза с использованием детерминированного критерия (8) для СПОР предлагается в виде двухэтапной процедуры. На первом этапе выполняется поиск элементов сетки, удовлетворяющих этому критерию, на втором этапе по связным группам найденных элементов интерполируются координаты векторов оптимальных параметров.

Алгоритм поиска элементов сетки, оптимальных по критерию ЗР, также основан на максимизации минимального расстояния от некоторого внутреннего элемента $e_{k_1,k_2,...,k_n} \in \mathbf{B}_x^+$ до граничного элемента СПОР. В этом случае расстояние r до границы измеряется количеством элементов сетки $r \in \mathbf{N}$.

Фигура $\mathbf{B}_c^r$, вписанная в СПОР и обеспечивающая минимальный ЗР, также состоит из элементов сетки, причем $\mathbf{B}_c^r \subseteq \mathbf{B}_x^+$. Целевой функцией оптимизации является объем $V(e_{k_1,k_2,...,k_n}, r)$ фигуры, центр симметрии которой – элемент $e_{k_1,k_2,...,k_n} \in \mathbf{B}_x^+$. Тогда объем вписанной в СПОР фигуры является результатом минимизации:

$$v_r(e_{k_1,k_2,...,k_n}) = \min_r V(e_{k_1,k_2,...,k_n}, r).$$

Таким образом, первый этап оптимизации по критерию ЗР состоит в построении вписанной в СПОР фигуры $\mathbf{B}_c^r$, являющейся выпуклой и симметричной относительно заданного центрального элемента, для которого рассчитывается минимальный ЗР. Фактически построение этой фигуры сводится к проверке принадлежности элементов сетки, находящихся в определенной некоторым образом окрестности центрального элемента, к подмножеству $\mathbf{B}_x^+$. Результатом выполнения первого этапа является установка веса центрального элемента, равного параметру этой окрестности, который определяет меру запаса работоспособности, – расстояние $r \in \mathbf{N}$ до границы СПОР. Второй этап оптимизационной задачи состоит в выборе элементов с максимальным весом:

$$\mathbf{B}_{opt}^r = \{e_{k_1,k_2,...,k_n}^* \in \mathbf{B}_x^+ \,|\, e_{k_1,k_2,...,k_n}^* = \arg\max_{\mathbf{B}_x^+} v_r(e_{k_1,k_2,...,k_n})\}.$$

Для вычисления значений параметров по результатам выбора оптимальных элементов сетки необходимо разбить множество $\mathbf{B}_{opt}^r$ на связные подмножества $\mathbf{B}_{opt}^r = \mathbf{B}_{opt_1}^r \cup \mathbf{B}_{opt_2}^r \cup ... \cup \mathbf{B}_{opt_K}^r$ элементов. Связность множества элементов сетки определяется из возможности обхода всех его элементов при условии возможности перехода только в «соседний» или «сопряженный» (имеющий общую границу) элемент с равным значением состояния. Подробно этот алгоритм описан в работе [7] как алгоритм обхода однотипных элементов сетки. Интерполяция искомых оптимальных значений параметров для каждого связного подмножества $\mathbf{B}_{opt\,i}^r$ выполняется вычислением арифметического среднего (для выпуклых подмножеств):

$$x_j^{B_i} = \sum_{k=1}^{N_i} c_j^k / N_i \quad \forall j = 1,2,...,n,$$

где N_i – количество элементов сетки в подмножестве $\mathbf{B}_{opt\,i}^r$; c_j^k – j-я координата (10) точки-представителя k-го элемента сетки в этом подмножестве. Таким образом, в случае наличия K связных подмножеств элементов сетки, обеспечивающих одинаковый ЗР, вычисляются K вариантов набора параметров, оптимальных по критерию ЗР.

Наибольшую сложность в описанном решении задачи выбора оптимальных параметров составляет первый этап, заключающийся в построении вписанной фигуры для каждого внутреннего элемента СПОР. В качестве такой фигуры предлагается куб, состоящий из элементов сетки, симметричный относительно заданного центрального элемента. Тогда рассмотренный алгоритм заключается в построении вписанного в СПОР куба максимального объема.

Построение вписанного куба максимального объема

Как было сказано, фигура $\mathbf{B}_c^r$ представляет собой определенную некоторым образом окрестность величины r заданного элемента сетки. Параметр r в данном случае аналогичен радиусу шара. В качестве окрестности элемента сетки $e_{k_1^c,k_2^c,\dots,k_n^c} \in \mathbf{B}_x^+$ с индексами (k_1^c, k_2^c,..., k_n^c) предлагается строить куб $\mathbf{B}_c^r$, состоящий также из элементов сетки. Длина ребра этого куба измеряется количеством элементов сетки и равна $2r+1$. Элементы сетки, образующие этот куб, имеют индексы:

$$k_i^c - r \le k_i \le k_i^c + r, \ \forall i = 1,2,\dots,n. \qquad (13)$$

Тогда куб $\mathbf{B}_c^r$, который будем называть *r-кубом*, состоит из элементов:

$$\mathbf{B}_c^r = \{e_{k_1,k_2,\dots,k_n} \in \mathbf{B}_x^g \,|\, k_i^c - r \le k_i \le k_i^c + r, \ \forall i = 1,2,\dots,n\}. \qquad (14)$$

В выражениях (13) и (14) необходимо также учитывать действие ограничений на значения индексов $1 \le k_i \le q_i \ \ \forall i = 1,2,\dots,n$.

Суть алгоритма построения вписанного в СПОР r-куба состоит в проверке состояний элементов сетки, индексы которых удовлетворяют (13) для заданного центрального элемента $e_{k_1^c,k_2^c,\dots,k_n^c}$ и текущего значения «радиуса» r. При этом значение r итерационно изменяется, начиная с r = 1. Процесс увеличения «радиуса» и проверки состояний элементов куба $\mathbf{B}_c^r$ прекращается как только один из индексов вышел за границу допустимых значений либо найден элемент, не принадлежащий СПОР, т.е. $\mathbf{B}_c^r \cap \mathbf{B}_x^- \ne \varnothing$. Элементу $e_{k_1^c,k_2^c,\dots,k_n^c}$ присваивается вес, равный значению r последнего успешно вписанного куба, но не менее 1. Для хранения значений весов используется МС вида $S[p(k_1^c,k_2^c,\dots,k_n^c)] = r$.

Проверка принадлежности всех элементов куба $\mathbf{B}_c^r$ подмножеству $\mathbf{B}_x^+$ выполняется путем перебора элементов сетки, индексы которых удовлетворяют выражению (13). При увеличении r на следующей итерации придется выполнять перебор элементов, которые были проверены на предыдущей итерации при r–1. Для устранения повторного перебора необходимо брать во внимание только граничные элементы куба, т.е. у которых один из индексов фиксирован: $k_f = k_f^c - r$ или $k_f = k_f^c + r$, а свободные индексы принимают все возможные значения из их диапазонов (13). Однако и в этом случае при смене фиксированного параметра k_f, $f = 1,2,\dots,n$ будет выполняться повторная проверка элементов, находящихся в пересечении граничных плоскостей. В двумерном случае такие элементы имеют индексы: $(k_1^c - r, k_2^c - r), (k_1^c - r, k_2^c + r), (k_1^c + r, k_2^c - r), (k_1^c + r, k_2^c + r)$.

Для перебора граничных элементов *r*-куба с учетом исключения повторной проверки элементов в пересечениях граней предлагается сужать диапазон варьирования свободных индексов следующим образом. Пусть номер *f* фиксированного индекса k_f последовательно принимает значения от 1 до *n*. При этом для каждого *f* индекс k_f принимает сначала значение $k_f = k_f^c - r$, а затем $k_f = k_f^c + r$. Когда *f* = 1, свободные индексы $k_i, \forall i = 2,3,...,n$ принимают все возможные значения из диапазонов (13). На следующей итерации при *f* = 2 к множеству свободных индексов добавляется k_1, тогда во избежание повторного перебора элементов с индексами $k_1 - r$ и $k_1 + r$ для него необходимо сузить интервал: $k_1^c - r + 1 \le k_1 \le k_1^c + r - 1$. Аналогично для последующих итераций увеличения номера *f* фиксированного индекса k_f. Тогда, с учетом сказанного, выражение (13) для значений индексов будет иметь вид:

$$k_i^c - r + 1 \le k_i \le k_i^c + r - 1, \ \forall i < f,$$
$$k_i^c - r \le k_i \le k_i^c + r, \ \forall i > f. \qquad (15)$$

Для выполнения перебора всех комбинаций свободных индексов $k_i = 1,2,...,q_i$, $\forall i \in \{\{1,2,...,n\} \setminus \{j\}\}$ используется алгоритм, принцип которого основан на операции переноса слагаемых в старшие разряды при пошаговом инкременте младших в позиционных системах счисления. Пусть определена *процедура инкремента i*-го индекса, которая в случае $k_i = k_i^{\max}$ и $i < n$ рекурсивно вызывает себя с параметром *i*+1 для инкремента индекса k_{i+1}, предварительно «сбросив» значение текущего индекса на начальное $k_i = k_i^{\min}$. Максимальные и минимальные значения $k_i^{\max}$ и $k_i^{\min}$ для каждого *i*-го индекса устанавливаются согласно (15). Таким образом, для генерирования новой комбинации свободных индексов достаточно вызвать процедуру инкремента младшего индекса.

Описанная процедура генерирования свободных индексов *j*-й грани *r*-куба выполняется в цикле перебора номеров фиксированных индексов этих граней $j = 1,2,...,n$, что в совокупности представляет собой процедуру перебора граничных элементов *r*-куба. В качестве примера использования описанных в работе методов и алгоритмов рассмотрим их применение для модели ждущего мультивибратора [8]. Его схема приведена на рис. 4.

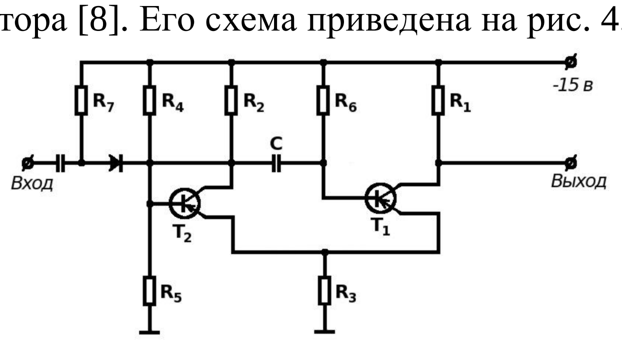
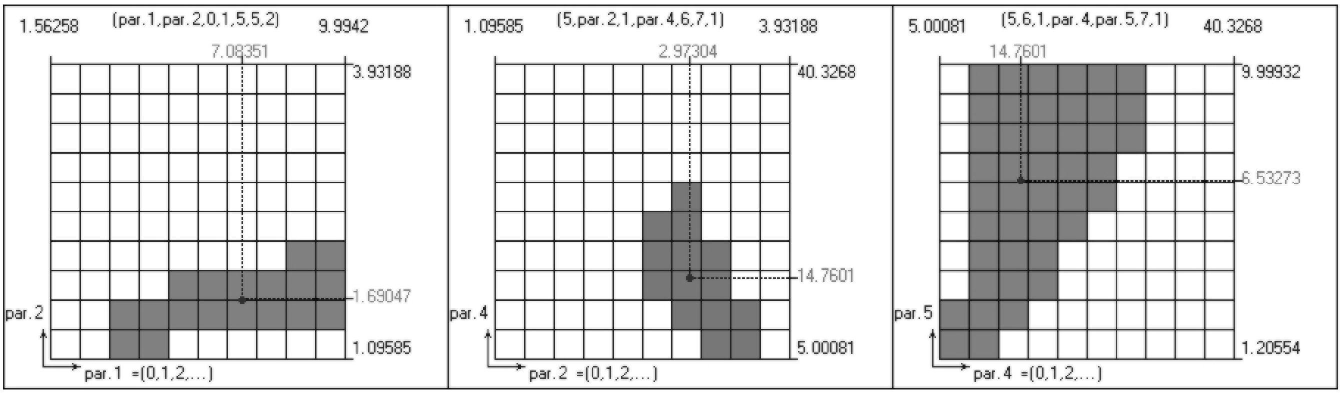


Рис. 4. Схема ждущего мультивибратора.

Варьируемыми параметрами являются значения сопротивлений шести резисторов $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6$ и емкости *C* конденсатора. На рис. 5 проиллюстрирован результат работы алгоритмов построения СПОР, визуализации его сечений и выбора оптимальных значений параметров по критерию ЗР.



Сечение плоскостью R_1,R_2 Сечение плоскостью R_2,R_4 Сечение плоскостью R_4,R_5

Рис. 5. Двумерные сечения СПОР и результат выбора номиналов параметров.

Заключение

В работе рассмотрена модель представления ОР дискретным множеством параллелепипедов. Такая модель удобна для реализации алгоритмов построения ОР с применением параллельных и распределенных вычислений. Предложены способы снижения избыточности данных описанного представления ОР, а также на основе модели СПОР описан алгоритм выбора оптимальных значений параметров с использованием детерминированного критерия запаса работоспособности. В качестве примера работы описанных методов и алгоритмов приведены некоторые сечения СПОР модели ждущего мультивибратора с указанием найденных значений параметров, оптимальных по критерию запаса работоспособности.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Абрамов О.В.* Параметрический синтез стохастических систем с учетом требований надежности. – М.: Наука, 1992.
2. *Норенков И.П., Маничев В.Б.* Основы теории и проектирования САПР: Учебник для втузов по спец. «Вычислительные машины, комплексы, системы и сети». – М.: Высшая школа, 1990.
3. *Абрамов О.В., Катуева Я.В. Назаров Д.А.* Оптимальный параметрический синтез по критерию запаса работоспособности // Проблемы управления. – 2007. – №6. – С.64-69.
4. *Васильев Б.В., Козлов Б.А., Ткаченко Л.Г.* Надежность и эффективность радиоэлектронных устройств. – М.: Сов. радио, 1964.
5. *Катуева Я.В., Назаров Д.А.* Аппроксимация и построение областей работоспособности в задаче параметрического синтеза // Международный симпозиум «Надежность и качество»: Сб. науч. трудов – Пенза, 2005. – С. 130-134.
6. *Salomon D.* Data Compression: the complete reference. Vol. 10. – Springer, 2007.
7. *Катуева Я.В., Назаров Д.А.* Алгоритмы анализа области работоспособности, заданной в матричной форме // Информатика и системы управления. – 2005. – № 2(10). – С.118-128.
8. *Анисимов Б.В., Белов Б.И., Норенков И.П.* Машинный расчет элементов ЭВМ: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1976.

Статья представлена к публикации членом редколлегии О.В. Абрамовым.

E-mail:
Назаров Дмитрий Анатольевич – nazarov@iacp.dvo.ru.