

УДК 621.01

© 2011 г. **Ю.А. Петров**, канд. техн. наук,
В.А. Тихомиров, канд. техн. наук,
А.В. Литвин

(Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет)

ОЦЕНКА АДЕКВАТНОСТИ МОДЕЛЕЙ МЕХАНИЗМОВ НА ОСНОВЕ ИХ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ РАЗРАБОТКИ В РАЗЛИЧНЫХ СРЕДАХ

Рассматриваются методика создания моделей в разных проектно-конструкторских средах и оценка их адекватности на примере кинематики планетарно-ползунного механизма.

Ключевые слова: моделирование, САЕ-среда, математическая модель, имитационная модель, адекватность, кинематика.

Введение

В настоящее время специализированные САЕ-системы предоставляют конструктору удобный инструментарий для разработки и всестороннего исследования кинематики механизмов. Симуляционные решатели на базе Nastran, Adams и других математических ядер успешно моделируют кинематику и кинетостатику механизма.

Однако присутствующий при моделировании «человеческий фактор» склонен к неосознанному внесению ошибок в процесс проектирования (чаще всего на этапе постановки задачи и при компоновке исходного механизма). Ни решатели, ни сам проектировщик не замечают этих ошибок вплоть до натурального изготовления механизма.

Рассмотрим пример. Проектировался рычажно-ползунный механизм в некоторой САЕ-системе. По итогам проектирования компьютерный решатель построил расчетную траекторию 1 движения шарнира сателлита (рис. 1). При отсутствии дополнительных критериев правильности ее построения полученная кривая вполне может сойти за реальный результат. И только впоследствии, где-то уже на этапе натуральных испытаний, обнаруживается, что на самом деле шарнир сателлита должен перемещаться по траектории 2 (рис. 1). Конструктор при компоновке механизма «чуть-чуть» ошибся при задании свойств сопряжения колес в симуляционной модели.

Если бы у конструктора был заранее просчитанный эталон траектории, скорее всего такой ошибки бы не произошло.

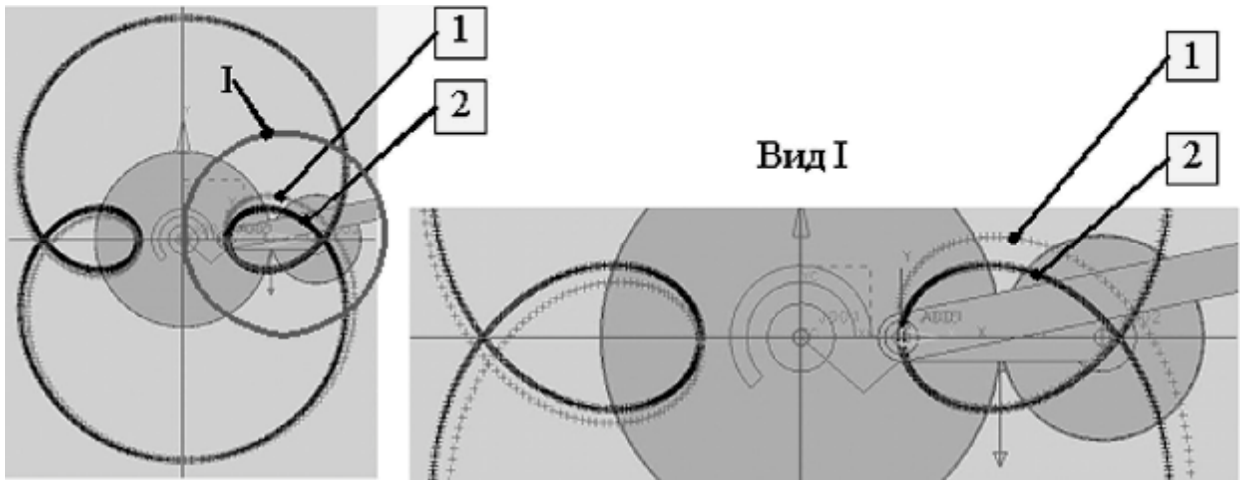


Рис. 1. Фрагмент имитационной модели.

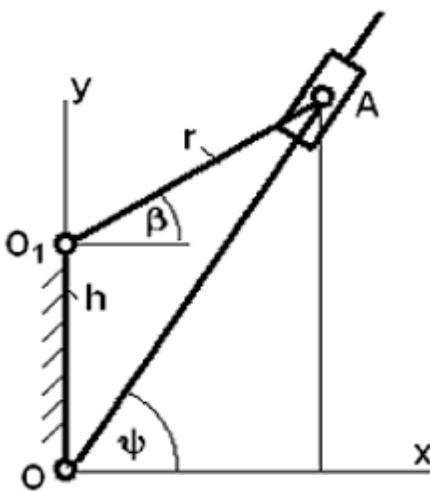


Рис. 2. Схема кулисного механизма.

OA имеет вид: $y = x \tan(\psi)$. Точка A принадлежит этой прямой, поэтому $y_A = x_A \tan(\psi)$. Но $y_A = h + r \sin(\beta)$ и $x_A = r \cos(\beta)$. Тогда $h + r \sin(\beta) = r \cos(\beta) \tan(\psi)$. а угол $\psi = \psi_1$ определяется по формуле:

$$y_1(b) = \arctan\left(\frac{h + r \sin(b)}{r \cos(b)}\right).$$

При $h = 2$, $r = 1$, $0 \leq \beta \leq 2\pi$ передаточная функция $\psi_1(\beta)$ представлена графиком 1 (рис. 3). Однако если записать вектор $OA = r_A(\beta)$ в виде

$$r_A(b) = \begin{Bmatrix} r \cos(b) \\ h + r \sin(b) \\ 0 \end{Bmatrix}$$

и найти угол $y = y_2(b)$ между осью x и вектором OA с помощью функции системы MathCad: $y_2(\beta) = \text{angle}(r_A(\beta)_0, r_A(\beta)_1)$, то передаточная функция $y(\beta)$ механизма примет вид 2 (рис. 3). Оказалось, что в первой модели разработчик не учел тот факт, что функция $\text{atan}(\cdot)$ определена только в первом и третьем квадранте (рис. 3б), а это делает первую модель механизма неадекватной объекту-оригиналу.

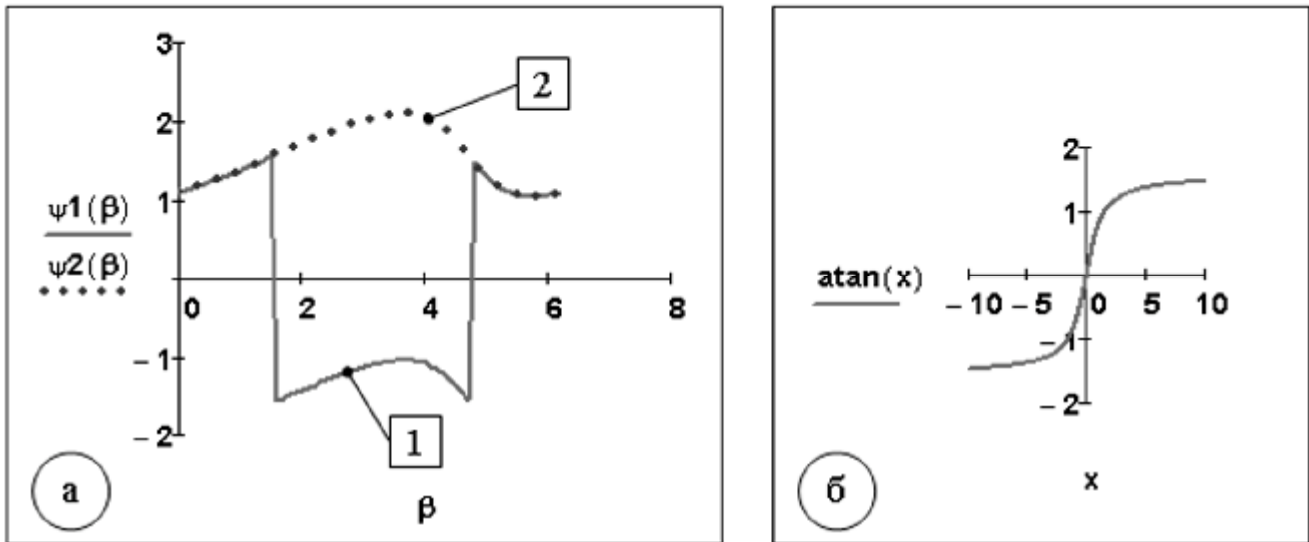


Рис.3. Передаточная функция кулисного механизма (а) и график $\arctg(x)$ (б).

Другой пример. На рис. 4 приведена схема шарнирного параллелограмма ($OA=BC$, $OC=AB$), по которой составлена математическая модель функции положения $\beta(\alpha)$ и траектории шатунной точки D .

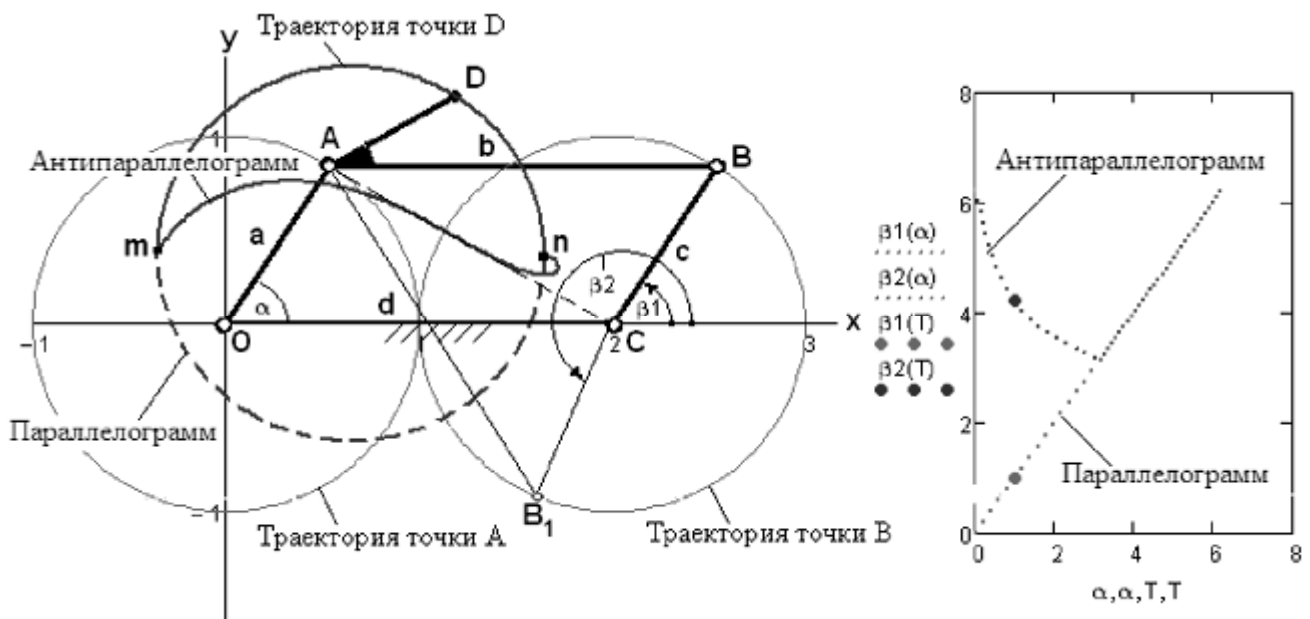


Рис. 4. Траектории точек параллелограмма и график $\beta(\alpha)$.

При изучении траектории точки D обнаруживаем, что в точках m и n (при $\alpha = \pi$) сборка шарнирного параллелограмма ($OABC$) переходит в сборку антипараллелограмма (OAB_1C), что также делает модель механизма неадекватной объекту-оригиналу [1].

В связи с возникновением таких ситуаций при моделировании кинематики механизмов в компьютерных системах возникает необходимость разработки методик, обеспечивающих стабильно высокую адекватность модели проектируемого механизма независимо от субъективных факторов использования компьютерных систем, что определяет актуальность описанных разработок.

Математическая модель кинематики механизма

Требуется разработать методику построения кинематических механизмов в CAD-средах, обеспечивающую высокую адекватность создаваемых моделей.

Авторами предлагается для оценки адекватности одновременно использовать модели, составленные в разных средах: математической и конструкторской. Поэтапное сравнение результатов моделирования в разных средах даст возможность на ранних стадиях разработки проекта выявить ошибки как конструкторского, так и математического характера. Совпадение результатов будет доказывать их адекватность с высокой вероятностью.

В качестве примера в данной статье оценивается адекватность моделей кинематики планетарно-ползунного механизма, выполненных в двух средах – математической (среда MathCAD) и имитационной (среда Unigraphics NX).

На рис. 5 представлена схема планетарно-ползунного механизма, полученного присоединением к планетарной передаче группы Ассура 2-го класса. Центр системы координат совмещен с шарниром O , через R и r обозначены радиусы центрального колеса и сателлита соответственно. Угол α – угол, под которым приварен стержень $AB = l$ (буква) к сателлиту (определяется в исходном положении).

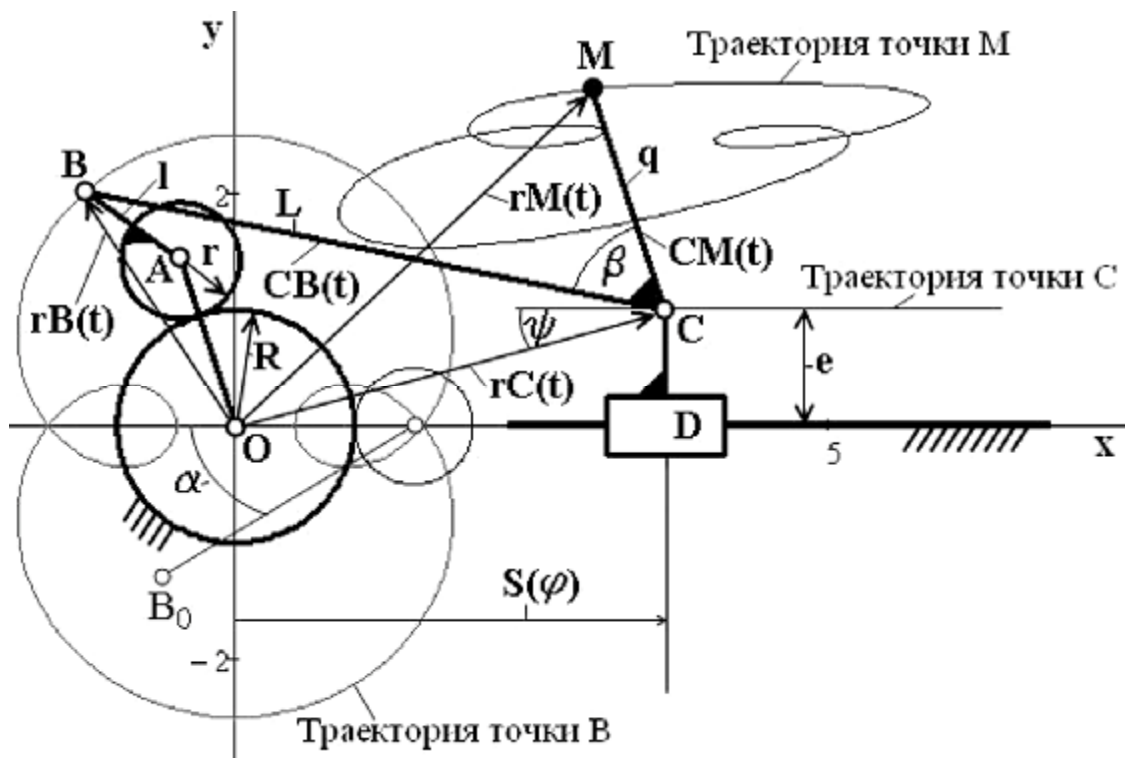


Рис. 5. Схема планетарно-ползунного механизма.

Угол φ – угол поворота звена OA , отсчитываемый от оси x против стрелки часов. Все линейные размеры механизма выразим в долях радиуса R центрального колеса:

$$i = \frac{r}{R}, \quad l = \frac{l}{R}, \quad m = \frac{L}{R}, \quad p = \frac{q}{R}, \quad e = \frac{e}{R}, \quad \varphi = \omega t.$$

Примем $k = 1$ для внешнего и $k = -1$ для внутреннего зацепления колес.

Тогда вектор $OB = rB(t)$ шарнира В имеет вид:

$$rB(t) = \begin{bmatrix} (1 + k \cdot i) \cdot \cos(w \cdot t) - l \cdot \cos\left(\frac{1 + k \cdot i}{i} \cdot w \cdot t + k \cdot a\right) \\ (1 + k \cdot i) \cdot \sin(w \cdot t) - k \cdot l \cdot \cos\left(\frac{1 + k \cdot i}{i} \cdot w \cdot t + k \cdot a\right) \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Запишем векторы, определяющие положения точек звеньев механизма [2];

$$\text{вектор } rC(t) = \begin{bmatrix} rB(t)_0 + \sqrt{m^2 - (rB(t)_1 - e)^2} \\ e \\ 0 \end{bmatrix} \text{ определяет положение точки С; вектор}$$

$CB(t) = rB(t) - rC(t)$ определяет положение шатуна ВС; вектор $rM(t)$, определяющий положение шатунной точки М, найдем через орт вектора $CM(t)$, полученный путем использования матрицы поворота $\Omega(\varphi)$ вида

$$\Omega(f) = \begin{pmatrix} \cos(f) & \sin(f) & 0 \\ -\sin(f) & \cos(f) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \text{ т.е. } CM(t) = CB(t)^T \Omega(-b) \frac{p}{m}; \text{ вектор шатунной точки}$$

М описывается выражением $rM(t) = rC(t) + CM(t)^T$.

Функцию положения выходного звена найдем как $S(t) = rC(t)_0$.

Скорость и ускорение точек звеньев механизма установим дифференцированием векторов по параметру t (дифференцирование можно выполнить по каждому элементу вектора):

$$vB(t) = \frac{d}{dt} rB(t), \quad vC(t) = \frac{d}{dt} rC(t), \quad vM(t) = \frac{d}{dt} rM(t), \quad aB(t) = \frac{d}{dt} vB(t), \\ aC(t) = \frac{d}{dt} vC(t), \quad aM(t) = \frac{d}{dt} vM(t).$$

Имитационная модель кинематики механизма

Во многих САД-системах реализована возможность создания и анализа сложных механических систем с большими относительными перемещениями. Имеющиеся средства позволяют осуществлять статический, кинематический и динамический анализ механических систем без составления их математических моделей.

Имитация движения механизма позволяет непосредственно увидеть траекторию его частей. Это важно, но зачастую недостаточно. Так, в частности, система Unigraphics предоставляет в распоряжение инженера инструменты решения задач анализа пересечений поверхностей, трассировки двигающихся деталей и минимальных зазоров между ними. При имитации движения можно поставить разные условия: остановить движение при соприкосновении или уменьшении за-

зора между деталями, создать тело в пересечении указанных звеньев, дать сообщение о нарушении условий движения.

Анализ работы механизма включает в себя также возможность определения и представления в табличном или графическом виде значений перемещений, скоростей и ускорений интересующих точек. Анализируются силы реакций, которые могут быть использованы для расчета элементов конструкций на прочность.

Определить механизм можно как на основе простого набора отдельных деталей в одной части (модели), так и на уровне «сборки». Последний вариант удобнее: он упрощает создание кинематических связей. Здесь реализуется еще один базовый принцип Unigraphics: единожды введенная информация может использоваться в работе остальных модулей при решении самых разных задач.

Построим модель механизма в системе Unigraphics (рис. 6) и передадим ее в модуль «Симуляция кинематики».

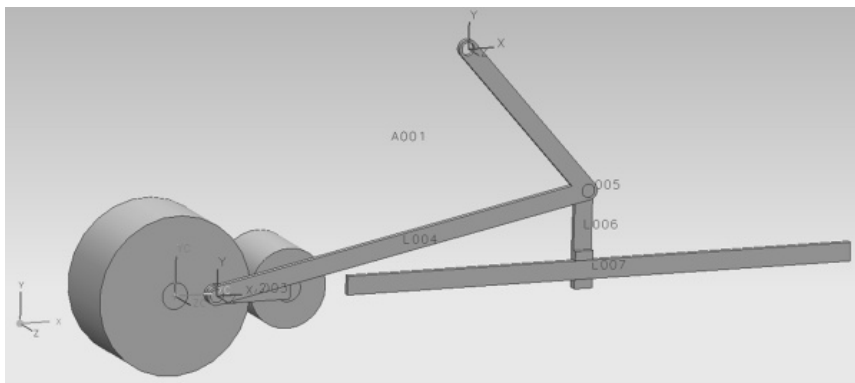


Рис. 6. Планетарно-ползунный механизм, построенный в системе Unigraphics 7.0.

двигатель, после чего выполним имитацию, применив решатель RecurDyn для вычисления полного цикла работы механизма. Для отображения траектории точки и получения ее кинематических характеристик применим методы получения характеристик маркера, в точках В, С, М.

Сравнительная характеристика моделей

Кинематический расчет механизма выполним для следующих параметров: $k = 1$; $R = 1$; $i = 0.5$; $\lambda = 1$, $\alpha = 0$ и планетарной передачи при: $\varepsilon = 1$, $m = 5$, $p = 2.5$, $\beta = \pi/3$ для группы Ассура. Обобщенную координату будем менять в интервале $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

На рис. 7 показаны траектории точки сателлита В (рис.7а) и шатунной точки М (рис.7б), полученные в математической (MathCAD [3]) и имитационной (Unigraphics [4]) моделях. Имитационная модель получена при значении единичного звена $R = 30$ мм.

На рис. 8 и рис. 9 представлены функция положения выходного звена $S(\varphi)$, фрагмент таблиц численных значений начального значения и экстремумов функции $S(\varphi)$, выполненных в разных средах.

Для сравнения аналогов скоростей и ускорений по результатам моделирования в моделях MathCAD и Unigraphics построим соответствующие диаграммы (рис. 10).

На рис.11 представлены начальные значения (при $\varphi=0$), а также численные значения экстремумов аналогов скоростей и ускорений, полученные в разных средах (данные с модели Unigraphics импортированы в среду Excel).

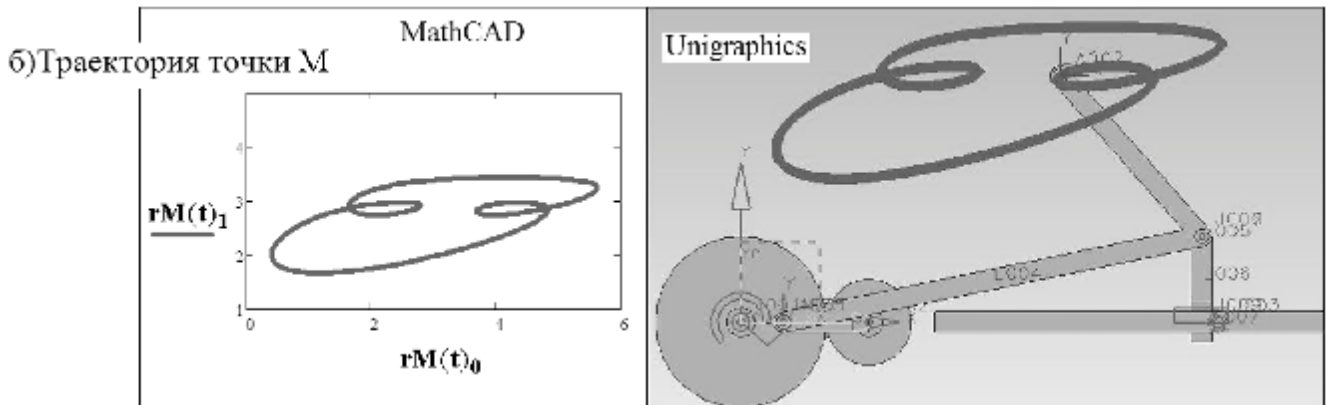
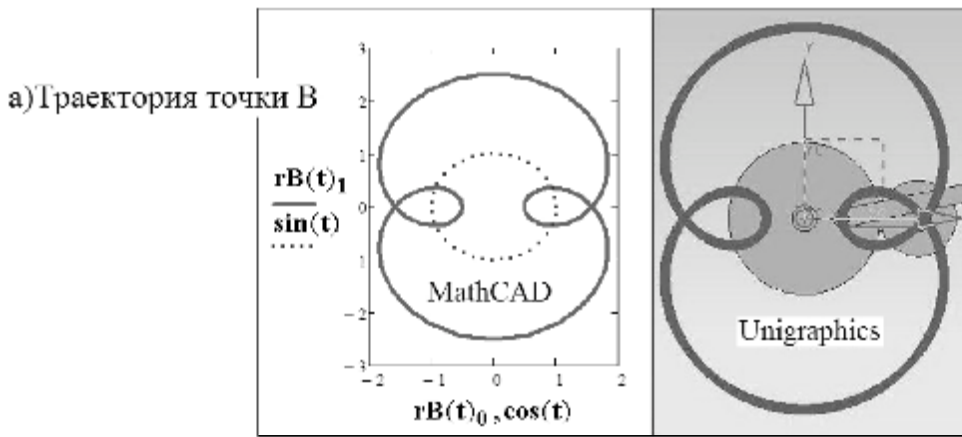


Рис. 7. Траектории точек В и М, полученные в средах MathCAD и Unigraphics.

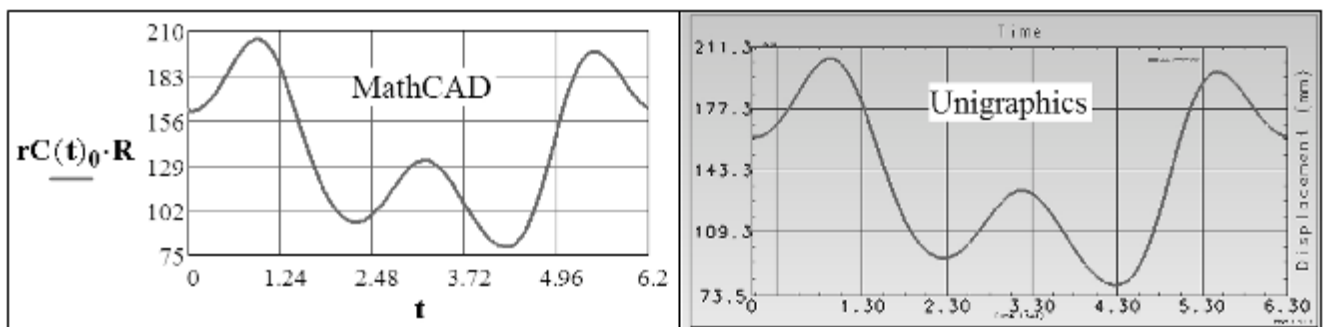


Рис. 8. Функция положения выходного звена $S(\varphi)$.

		Начальное значение		
Координата X_C	$rC(t)_0 \cdot R =$	0	161.969	161,969
		147	205.012	205,012
		359	94.701	94,701
		507	132.14	132,145
		681	79.792	79,792
		873	197.468	197,469
		MathCAD	Unigraphics	экстремумы

Рис. 9. Начальное значение и экстремумы функции $S(\varphi)$.

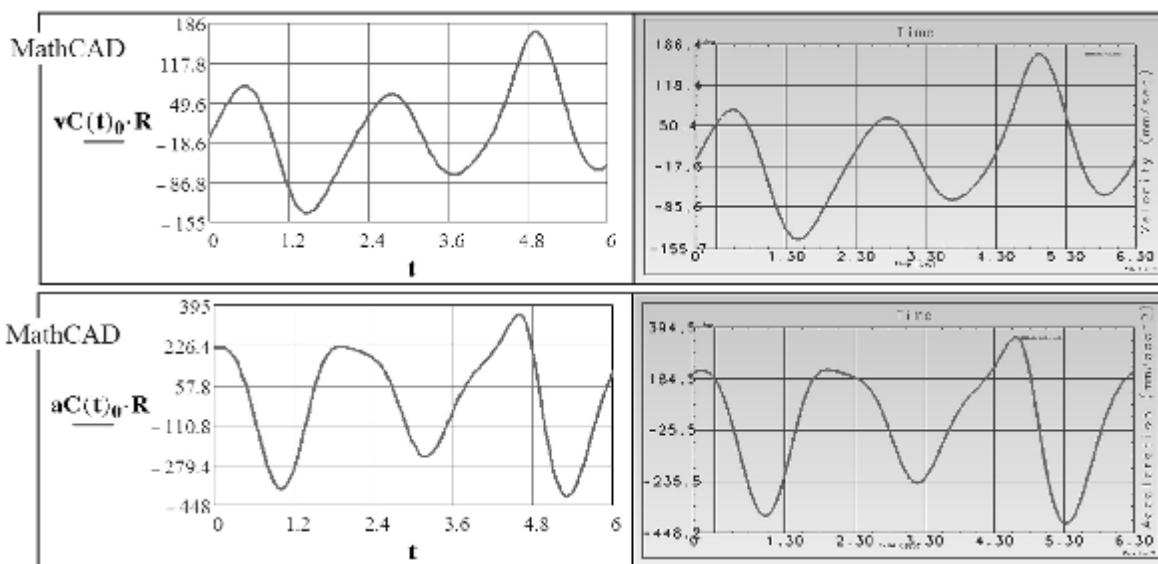


Рис. 10. Аналоги скоростей и ускорений механизма.

Начальное значение

$vC(t)_{0-R}$ Скорость x_C	
-9.186	-9,186
77.656	77,657
-140.161	-140,162
63.934	63,935
-73.482	-73,483
170.828	170,831
-65.576	-65,576

$aC(t)_{0-R}$ Ускорение x_C	
210.648	210,648
218.62	218,618
-377.835	-377,835
221.004	221,004
-242.855	-242,856
356.42	356,417
-410.038	-410,034

экстремумы

MathCAD | Unigraphics MathCAD | Unigraphics

Рис. 11.

Совпадение расчетных и моделируемых параметров математической и симуляционной модели на всех этапах проектирования механизма с высокой достоверностью адекватно соответствует выполненной конструкторской разработке.

Заключение

При моделировании в среде MathCAD математическая модель формируется из аналитических зависимостей, связывающих входные и выходные параметры. При имитационном моделировании в среде Unigraphics имеется возможность создать модель без аналитических зависимостей. Однако в каждой из этих моделей могут быть допущены ошибки. Совпадение результатов моделирования, выполненного в разных средах, подтверждает адекватность не только разных моделей, но и модели и объекта моделирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Неуймин Я.Г. Модели в науке и технике. – Л.: Наука, 1984.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. Учеб. для вузов. – М.: Наука, 1988.
3. Кирьянов Д.В. Mathcad 14. – СПб.: БХВ-Петербург, 2007.
4. Справочная система Unigraphics 7.0 (NX 7 Help Library) // EDS. – 2010. – Электронная версия системы Unigraphics NX 7.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.И. Олейниковым.

E-mail:

Петров Юрий Андреевич – kmopevm@knastu.ru;

Тихомиров Владимир Александрович – kmopevm@knastu.ru;

Литвин Александр Владимирович – litvin05@on-line.jar.ru.