

УДК 681.511.4

**Н.В. Кван**, канд. техн. наук,  
**Н.П. Семичевская**, канд. техн. наук  
(Амурский государственный университет, Благовещенск)

## **НЕЛИНЕЙНОЕ РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДВУХЭТАПНЫМ ХИМИЧЕСКИМ РЕАКТОРОМ<sup>1</sup>**

В статье решается задача слежения выхода двухэтапного химического реактора с неполным измерением вектора состояния за эталонным сигналом. Для построения робастной системы управления использован критерий гиперустойчивости и квазианалитическая двухэтапная процедура синтеза следящей системы управления с неявной эталонной моделью.

*Ключевые слова:* двухэтапный химический реактор, робастная система управления, критерий гиперустойчивости, квазианалитическая процедура синтеза, явно-неявная эталонная модель, неявная эталонная модель.

### **Введение**

В последнее время исследован целый ряд эффективных методов синтеза систем управления нелинейными объектами, среди которых наиболее распространенными являются адаптивные и робастные методы. Синтез робастного закона управления на основе критерия гиперустойчивости предполагает выбор эталонной модели – явной, явно-неявной (ЯНЭМ) или неявной (НЭМ). У разработчиков существует потребность упростить систему управления за счет применения неявного эталона, при этом сохраняя процедуру аналитического синтеза. Однако включение в математическое описание системы управления неявного эталона приводит к невозможности проведения строгого аналитического синтеза робастного закона управления для систем, функционирующих в режиме слежения. Поэтому в работе предлагается использовать квазианалитическую двухитерационную процедуру синтеза робастной нелинейной системы управления с неявной эталонной моделью [1, 2], которая заключается в том, что в рамках аналитического этапа синтезируются робастные алгоритмы системы управления с быстрой явно-неявной эталонной моделью (БЭМ) на основе критерия гиперустойчивости, а на этапе имитационного моделирования системы управления с БЭМ выполняется переход к системе управления с неявной эталонной моделью.

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2011 – 2012 гг.)» в рамках проекта «Адаптивные и робастные системы управления сложными динамическими объектами с запаздыванием» (регистрационный номер 2.1.2/9255(373)).

Эта процедура применима к построению систем управления нелинейными объектами управления с запаздывающим аргументом, встречающимися в химической и нефтехимической промышленности, у которых запаздывают как управляющая, так и промежуточные координаты. Примером таких объектов является цепочка последовательно работающих химических реакторов, где запаздывание определено временем движения исходного сырья по трубопроводам или временем перемещения промежуточных продуктов.

Проблема моделирования системы управления двухэтапным химическим реактором является достаточно популярной в современных работах по теории управления нелинейными системами [3 – 5]. В работе [3] решается задача стабилизации химического реактора с использованием адаптивного закона. В статьях [4, 5] предложены робастные законы стабилизации. В работе [5] робастный регулятор синтезирован на основе построения соответствующей функции Ляпунова – Красовского. Для конструирования стабилизирующего робастного алгоритма управления химическим реактором в статье [4] производится линеаризация исходной модели объекта и построение наблюдателя по линейной модели, аппроксимирующей модель объекта.

### Постановка задачи

В данной работе осуществим построение робастного регулятора следящей системы управления двухэтапным химическим реактором на основе критерия гиперустойчивости с использованием наблюдателя Люенбергера для оценки недостающей координаты.

Рассматривается математическая модель двухэтапного химического реактора [3]:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1(t) &= \left(-\frac{1}{z_1} - v_1\right)z_1(t) + \frac{1-R_2}{V_1}z_2(t), \\ \dot{z}_2(t) &= \left(-\frac{1}{z_2} - v_2\right)z_2(t) + \frac{R_1}{V_2}z_1(t-t) + \frac{R_2}{V_2}z_2(t-t) + \frac{F_2}{V_2}u, \\ y(t) &= z_1(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $z_1(t)$  и  $z_2(t)$  – состав резервуаров, при этом переменная  $z_2(t)$  имеет представление  $z_2(t) = z_2^*(t) + j(z_1(t))$ ;  $j(z_1(t))$  – некоторая гладкая функция, такая что  $j(z_1(0)) = 0$ ;  $R_i, z_i, v_i, F_i$  – некоторые в общем случае нестационарные параметры, связанные с химическими процессами в резервуарах и  $V_i$  – объем резервуара;  $t$  – временное запаздывание;  $u$  – управляющее воздействие.

Передаточная функция двухэтапного химического реактора, описанная уравнением (1), имеет вид:

$$W(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{b_0}{s^2 + a_1s + a_2 - (c_1s + c_0)e^{-sd}},$$

где  $b_0 = \frac{(1-R_2)F_2}{V_1V_2}$ ;  $a_1 = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + v_1 + v_2$ ;  $a_0 = \left(\frac{1}{z_1} + v_1\right)\left(\frac{1}{z_2} + v_2\right)$ ;

$$c_1 = \frac{R_2}{V_2}; \quad c_0 = \frac{(1 - R_2)R_1 + V_1 R_2 / z_1 + V_1 R_2 v_1}{V_1 V_2}.$$

Схема двухэтапного химического реактора приведена на рис. 1.

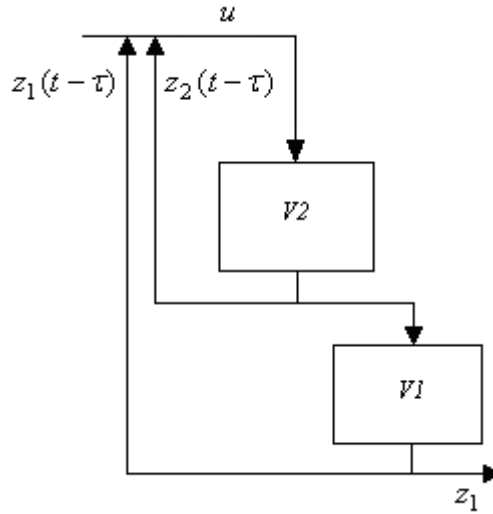


Рис. 1. Схема двухэтапного химического реактора.

Используя метод прямого программирования, осуществим переход от системы, записанной в форме (1), к системе, представленной в пространстве состояний:

$$\dot{x}(t) = A(x; x; t)x(t) + Dx(t - t) + bu, \quad y(t) = L^T x(t) = x_1(t), \quad (2)$$

где  $x(t) \in R^2$  – вектор состояния;  $u$  – скалярное управление;  $y(t)$  – вектор выхода;  $A_{2 \times 2}(x; x; t) = A_{2 \times 2}(x) + A_L(x(t))$ ,  $A_{2 \times 2}(x)$  – матрица состояния в форме Фробениуса, для которой верно представление  $A_{2 \times 2} = A_M + bc_0^T$ ;  $A_M$  – желаемая матрица;  $c_0$  – некоторый стационарный вектор;  $A_L(x) = bd^T(x)$  – матрица нелинейностей,  $\|d^T(x)\| \leq \infty$ ;  $b^T = (0 \ 1)$  – вектор управления;  $D = b(d_1 d_2)$  – матрица запаздывания;  $L^T = (1 \ 0)$  – вектор выхода.

Динамику желаемого поведения объекта зададим с помощью БЭМ:

$$\frac{dz_M(t)}{dt} = -a_0 z_M(t) + a_0 r(t), \quad y_M(t) = z_M(t),$$

где  $x_M(t)$ ,  $z_M(t)$ ,  $r(t) \in R$  – соответственно эталонная переменная состояния, обобщенный выход эталона и задающее воздействие;  $a_0 = const > 0$  – некоторое достаточно большое число, или в эквивалентной форме записи в виде

$$\frac{dx_M(t)}{dt} = A_M x_M(t) + br(t), \quad z_M(t) = g^T x_M(t), \quad (3)$$

где  $A_M$  – желаемая матрица состояния, являющаяся гурвицевой;  $g^T$  – вектор, формирующий обобщенный выход эталонной модели.

Координата  $x_2(t)$  вектора состояния  $x(t)$  измерению недоступна, следовательно, обеспечить работоспособность системы управления можно только осуществив восстановление недостающей переменной состояния. Оценку вектора  $x(t)$  будем проводить по наблюдениям за текущим изменением выхода объекта  $y(t)$ ,

используя наблюдатель полного порядка:

$$\frac{d\bar{x}(t)}{dt} = A_* \bar{x}(t) + bu(t) + Ny(t), \quad \bar{y}(t) = \bar{x}(t), \quad \bar{n}(t) = g^T \bar{x}(t), \quad (4)$$

где  $\bar{x}(t)$  – вектор состояния наблюдателя;  $\bar{n}(t) \in R$  – обобщенный выход наблюдателя;  $A_* = (A_M - NL^T)$  – матрица состояния наблюдателя.

Требуется для системы (2) – (4), функционирующей в условиях априорной неопределенности параметров  $x \in \Xi$  и начальных условий  $x(0)$ , определить явный вид закона управления

$$u(t) = u(r(t), \bar{x}(t)) \quad (5)$$

таким образом, чтобы имело место выполнение предельных соотношений

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_M(t) - \bar{x}(t)\| \cong \lim_{t \rightarrow \infty} \|x_M(t) - x(t)\| \leq d_x^2, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} |y_M(t) - \bar{y}(t)| \cong \lim_{t \rightarrow \infty} |y_M(t) - y(t)| \leq d_y^2, \quad (6)$$

где  $d_x^2, d_y^2 = const$  – некоторые относительно малые числа.

### Синтез алгоритма управления

Построение алгоритма системы управления будем проводить поэтапно на основе критерия гиперустойчивости.

*Первый этап.* Введем в рассмотрение ошибку  $\bar{e}(t) = x_M(t) - \bar{x}(t)$ .

Математическое описание системы эквивалентной системе (2), (3) с учетом (4) примет вид:

$$\frac{d\bar{e}(t)}{dt} = A_M \bar{e}(t) + b\mathbf{m}(t), \\ \mathbf{m}(t) = r(t) - u(t) - c_0^T \bar{x}(t) - d^T(\bar{x}) \bar{x}(t) - d \bar{x}(t - t), \quad (7)$$

$$\mathbf{n}(t) = g^T \bar{e}(t) = g^T (x_M(t) - \bar{x}(t)),$$

где  $\mathbf{n}(t)$  – обобщенный выход системы управления;  $\mathbf{m}(t)$  – видоизмененное управление.

*Второй этап.* Условие строгой положительной определенности для вещественной части частотной передаточной функции стационарной части системы (7) выполнено, поскольку для апериодического звена первого порядка всегда имеет место частотное неравенство

$$\operatorname{Re} W(j\omega) = \operatorname{Re} \left\{ g^T (j\omega E - A_M)^{-1} b \right\} = \frac{a_0}{\sqrt{\omega^2 + a_0^2}} > 0, \quad (8)$$

$$\forall \omega \in (-\infty, +\infty).$$

*Третий этап.* Для нестационарной части исследуемой системы обеспечим выполнение модифицированного интегрального неравенства В.М. Попова (МИНП)

$$h(0, t) = -\int_0^t \bar{m}(s) \bar{n}(s) Q(s) ds \geq -g^2 = const, \quad \forall t > 0. \quad (9)$$

Представим интеграл Попова в виде четырех слагаемых и оценим каждое

слагаемое в отдельности:

$$\begin{aligned} h_1(0,t) &= -\int_0^t r(s)\bar{n}(s)Q_1 ds = -\int_0^t r(s)\bar{n}(s)|\bar{n}(s)| ds \pm g_1 \int_0^t |r(s)|\|\bar{n}(s)\|^2 ds \geq \\ &\geq -g_1 \int_0^t |r(s)|\|\bar{n}(s)\|^2 ds, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} h_2(0,t) &= \int_0^t (c_0^T + d^T(\bar{x}))\bar{x}(s)\bar{n}(s)Q_2 ds = \\ &= \int_0^t (c_0^T + d^T(\bar{x}))\bar{x}(s)\bar{n}(s)|\bar{n}(s)| ds \pm \int_0^t \sum_{i=1}^2 g_{2i} (1 + |d_i(\bar{x})|)|\bar{x}_i|\|\bar{n}(s)\|^2 ds \geq \\ &\geq -\int_0^t \sum_{i=1}^2 g_{2i} (1 + |d_i(\bar{x})|)|\bar{x}_i|\|\bar{n}(s)\|^2 ds, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} h_3(0,t) &= \int_0^t d^T \bar{x}(s-t)\bar{n}(s)Q_3(s) ds = \int_0^t d^T \bar{x}(s-t)\bar{n}(s)Q_3(s) ds \pm \\ &\pm \int_0^t \sum_{i=1}^2 g_{3i} |\bar{x}_i(s-t)|\|\bar{n}(s)\|^2 ds \geq -\int_0^t \sum_{i=1}^2 g_{3i} |\bar{x}_i(s-t)|\|\bar{n}(s)\|^2 ds, \end{aligned} \quad (12)$$

$$h_4(0,t) = \int_0^t u(s)\bar{n}(s)Q_4 ds = \int_0^t u(s)\bar{n}(s) ds. \quad (13)$$

Суммируя оценки (10) – (13), имеем:

$$\begin{aligned} h(0,t) &\geq \int_0^t (u(s)\text{sign}(\bar{n}(s)) - g_1|r(s)|\|\bar{n}(s)\| - \sum_{i=1}^2 g_{2i} (1 + |d_i(\bar{x})|)|\bar{x}_i|\|\bar{n}(s)\| - \\ &- \sum_{i=1}^2 g_{3i} (|\bar{x}_i(s-t)|\|\bar{n}(s)\|)|\bar{n}(s)|) ds. \end{aligned}$$

Для получения оценки (9) и явного вида алгоритма (5) приравняем к нулю выражение, стоящее в скобках. Окончательно получаем:

$$\begin{aligned} u(t) &= (g_1 r(t) + g_{21} (1 + |d_1(\bar{x})|)|\bar{x}_1(t)| + g_{22} (1 + |d_2(\bar{x})|)|\bar{x}_2(t)| + \\ &+ g_{31} |\bar{x}_1(t-t)| + g_{32} |\bar{x}_2(t-t)|)\bar{n}(t), \end{aligned} \quad (14)$$

где  $g_1, g_{21}, g_{22}, g_{31}, g_{32}$  – положительные константы, подлежащие выбору.

$$h(0,t) = 0 \geq -g^2 = \text{const}, \quad \forall t > 0.$$

*Четвертый этап.* Так как выполнены частотное и интегральное неравенства (8) и (9), то система управления (7), (14) гиперустойчива и, следовательно, в ней достижимы предельные условия (4.6). При этом цель управления достигнута при любых начальных значениях  $x(0)$  и в условиях априорной неопределенности  $x \in \Xi$ .

Таким образом, система управления (7), (14) является робастной в рассматриваемом классе  $\Xi$ . Так как системы (7), (14) и (2) – (4), (14) эквивалентны, то последняя система также будет робастной в заданном классе  $\Xi$  и в ней будет достижима цель управления.

## Имитационное моделирование

Имитационное моделирование исследуемой системы управления выполнено в среде Simulink пакет MATLAB 6.0. Схемы робастной системы управления (2) – (4) и робастного регулятора (14) двухэтапным химическим реактором представлены на рис. 2, 3 и 4.

Параметры системы (1) были выбраны следующие:

$$x_1 = x_2 = 2, n_1 = n_2 = 0.3, R_1 = R_2 = 0.5, V_1 = V_2 = F_2 = 0.5, t = 2,$$

что соответствующим образом сказалось на задании параметров системы (2):

$$A(x, t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0,64 & -1,6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & |x_1| \sqrt{x_1} \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1,8 & 1 \end{pmatrix}.$$

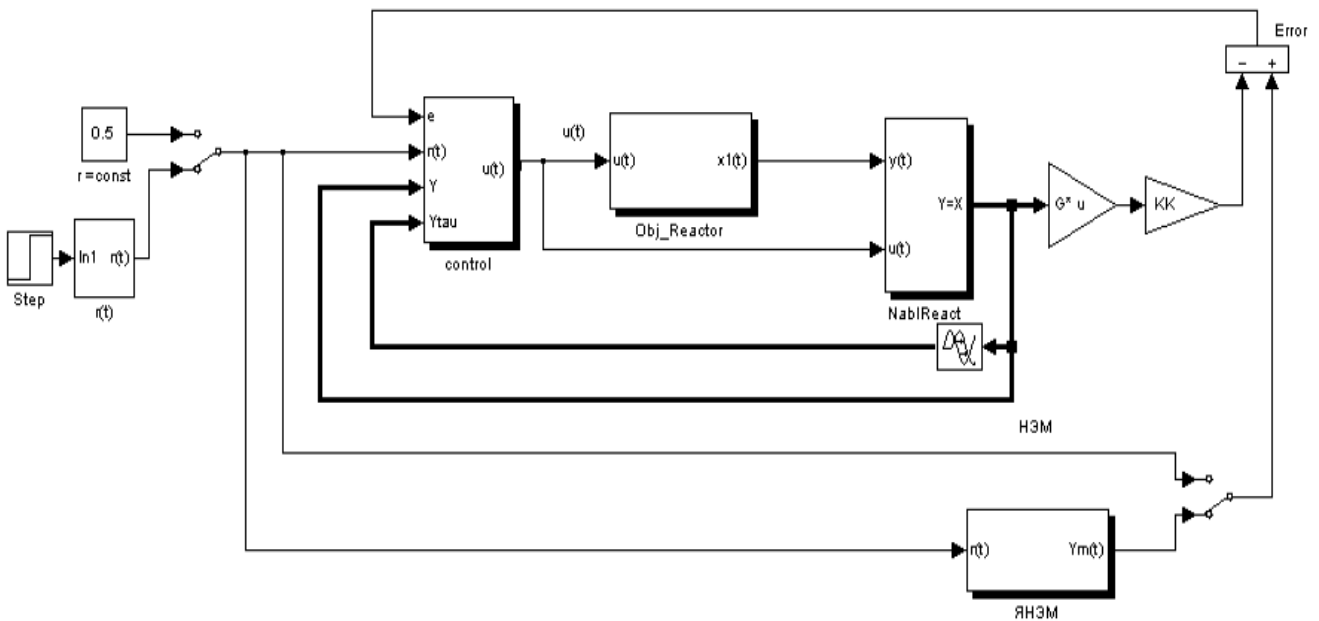


Рис. 2. S-модель робастной системы управления двухэтапным химическим реактором.

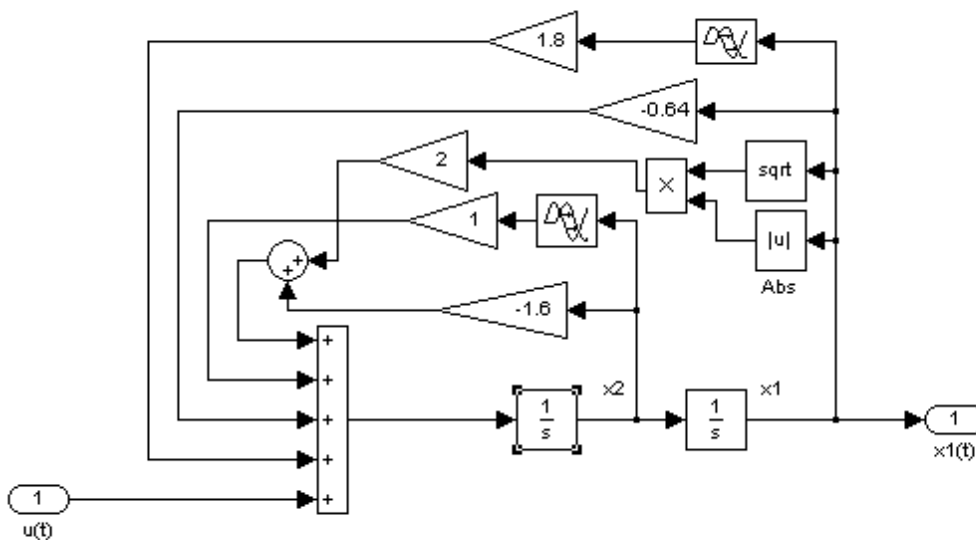


Рис. 3. Схема объекта управления.

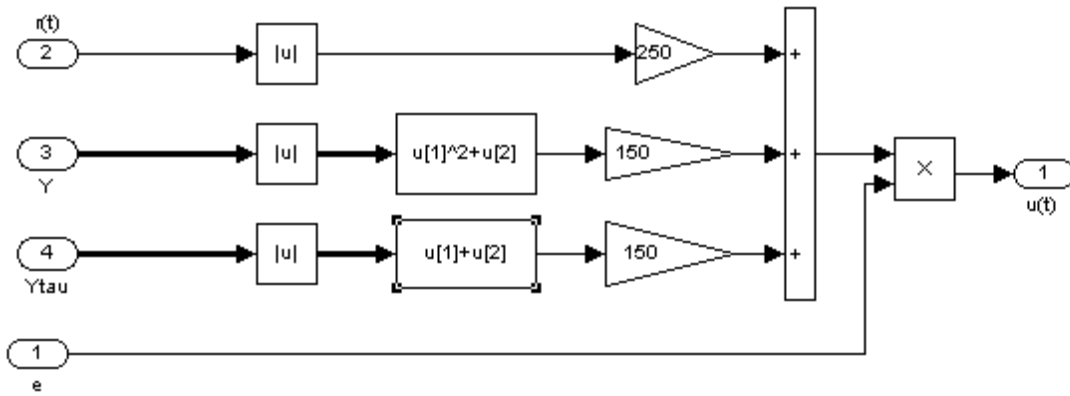


Рис. 4. Схема робастного регулятора.

Система управления функционирует в режиме слежения со ступенчатым задающим воздействием  $r(t)$ .

В быстродействующей эталонной модели (3), представленной аperiodическим звеном первого порядка, значение  $a_0$  выбрано равным 10. Для формирования обобщенного выхода вектор  $g$  был получен в виде:

$$g^T = [g_1, g_2] = [100, 10].$$

Значения элементов матрицы наблюдателя, коэффициента согласования  $K$  и обобщенного выхода наблюдателя были рассчитаны следующие:

$$N^T = [N_1, N_2] = [80, 800], K = 0,0156, \bar{g}^T = [1,44; 0,48].$$

В ходе вычислительного эксперимента коэффициенты робастного регулятора были подобраны равными:  $g_{11} = 250, g_{21} = g_{22} = g_{31} = g_{32} = 150$ .

В результате имитационного моделирования выявлено, что синтезированный закон регулирования (14) следящей системой управления двухэтапным химическим реактором работоспособен: выход объекта достаточно близко повторяет траекторию эталона, о чем свидетельствуют рис. 5, 6 и 7, на которых представлены ошибка, динамика эталона и выхода объекта, управляющее воздействие соответственно.

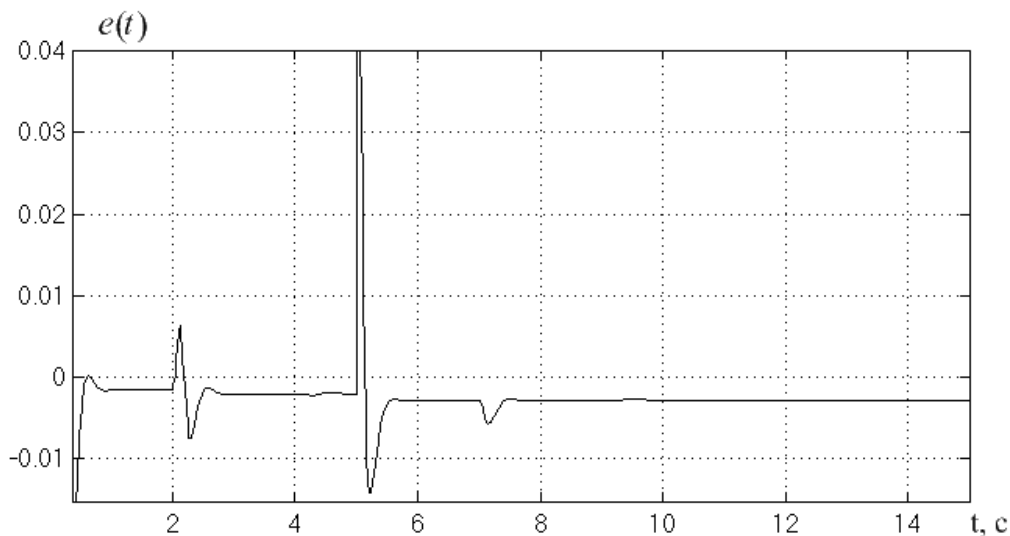


Рис. 5. Динамика ошибки.

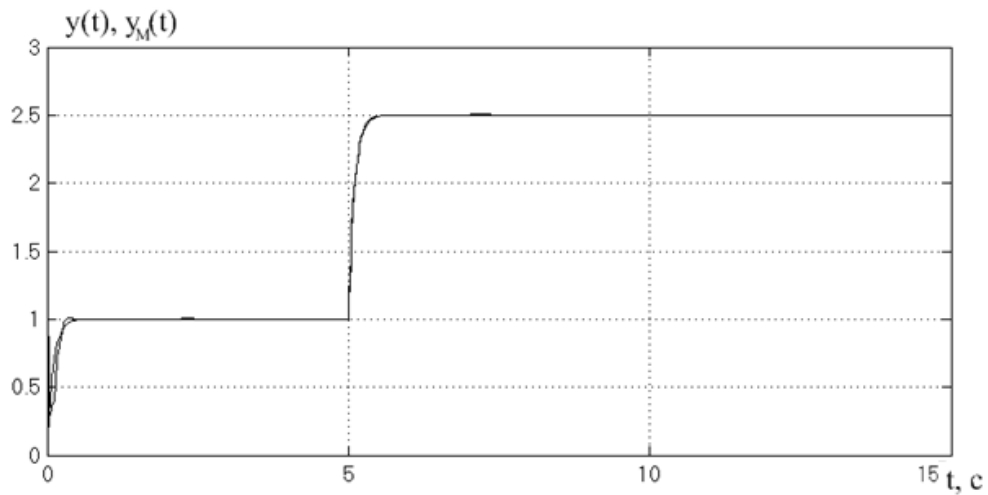


Рис. 6. Динамика задающего воздействия и выходной координаты.

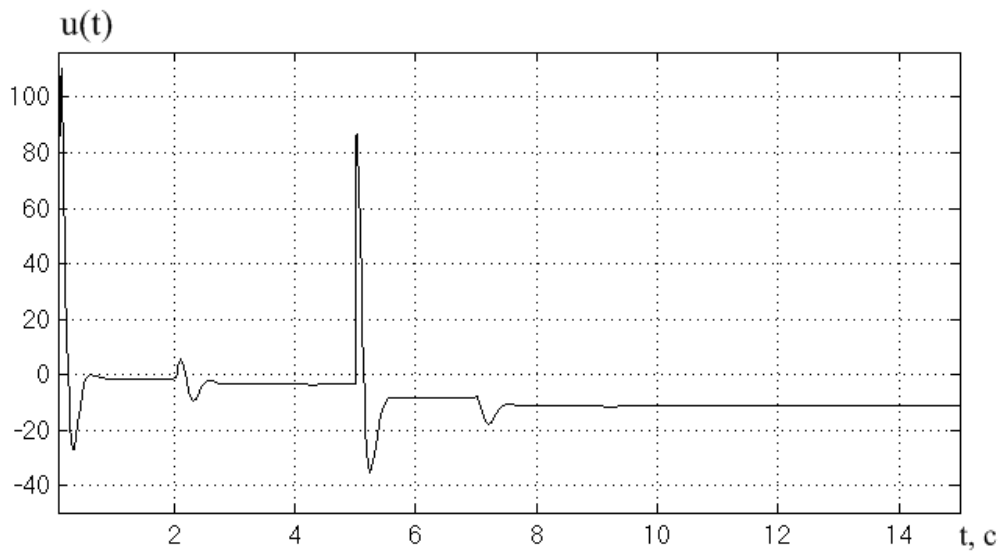


Рис. 7. Динамика управляющего воздействия.

Включение в систему управления наблюдателя полного порядка позволило достаточно точно получить оценки координат вектора состояния, о чем свидетельствует динамика наблюдаемых координат на рис. 8.

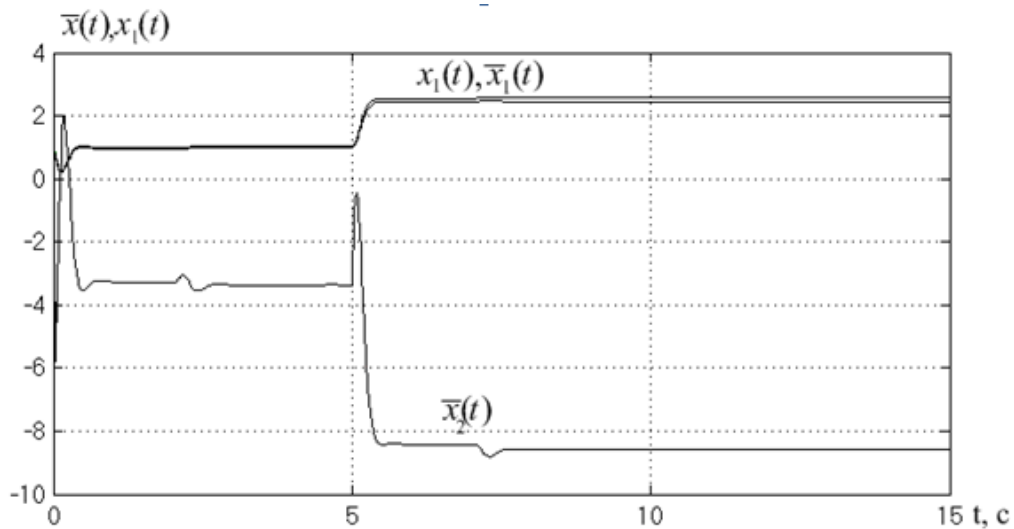


Рис. 8. Динамика наблюдаемых координат.



Применение квазианалитической процедуры построения робастной системы управления двухэтапным химическим реактором на основе применения БЭМ позволило синтезировать следящую систему с неявной эталонной моделью, так как величина рассогласования ( $n_{БЭМ}(t) - n_{НЭМ}(t)$ ) существенно мала (рис. 9).

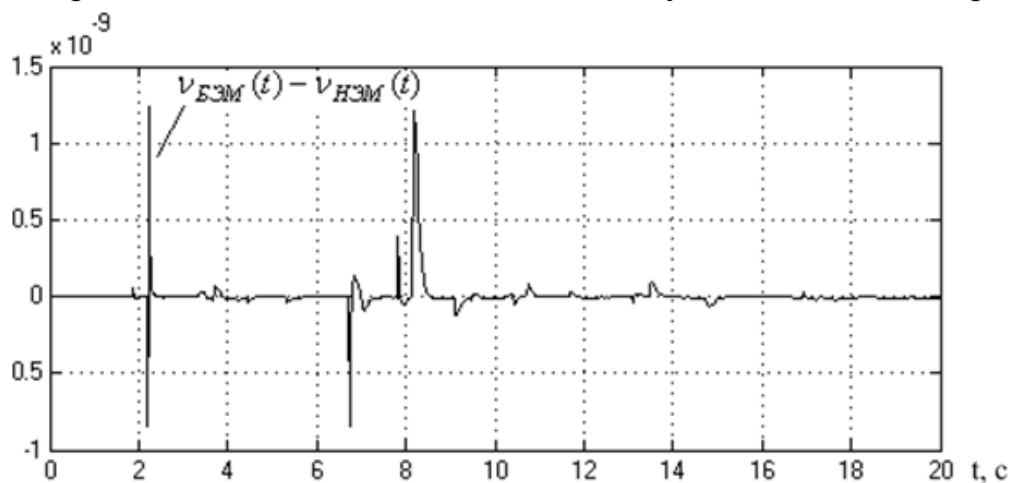


Рис. 9. Динамика рассогласования  $n_{БЭМ}(t) - n_{НЭМ}(t)$ .

### Заключение

В работе предложен способ построения робастной системы управления двухэтапным химическим реактором, функционирующим в режиме слежения и в условиях недоступности измерения всех координат состояния, на основе критерия гиперустойчивости.

Математическая модель реактора содержит существенные нелинейные функции, влияние которых было учтено в ходе процедуры аналитического синтеза. Анализ показателей качества имитационной модели системы позволяет судить о достижении удовлетворительного результата.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Еремин Е.Л., Кван Н.В., Семичевская Н.П. Робастное управление нелинейными объектами с наблюдателем полного порядка и быстродействующей эталонной моделью // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2010. – №5. – С.2–6.
2. Еремин Е.Л., Кван Н.В., Семичевская Н.П., Теличенко Д.А. Нелинейное робастное управление сложными динамическими объектами. – Благовещенск: Изд-во Амурского гос. ун-та, 2011.
3. Бобцов А.А. Адаптивное и робастное управление параметрически и функционально неопределенными объектами в условиях возмущений и запаздывания: Дис. ... д-ра техн. наук. – СПб., 2006.
4. Шершнев С.Ф. Наблюдатель с линеаризованной структурой для неопределенных объектов с запаздыванием // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2010. – № 1. – С. 3 – 9.
5. Nguang S.K. Robust stabilization of a class of time-delay nonlinear systems // IEEE Trans. on Automatic Control. – 2000. – Vol. 45, No. 4. – P.756-762.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Е.Л.Ереминым.

**E-mail:**

Кван Наталья Владимировна – [kvannv@mail.ru](mailto:kvannv@mail.ru);

Семичевская Наталья Петровна – [npsem@mail.ru](mailto:npsem@mail.ru).