

УДК 681.518.5

© 2012 г. **В.Д. Епанешников**, д-р физ.-мат. наук,
И.В. Епанешникова, канд. техн. наук
(Тихоокеанский государственный университет, Хабаровск)

МОДЕЛИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Рассматривается задача параметрической идентификации нелинейных систем автоматического регулирования в частотной области. Для линеаризации нелинейных звеньев использована полиномиальная модель передаточной функции. Проведена параметрическая идентификация системы подчиненного регулирования скорости автоматизированного электропривода с двумя типами нелинейностей.

Ключевые слова: нелинейные элементы, полиномиальное представление, идентификация.

Введение

Современные методы идентификации динамических систем представлены в большом количестве оригинальных и обзорных работ, – например [1 – 6]. В качестве математических моделей технических систем применяются дифференциальные уравнения в обыкновенных и частных производных. При решении задач управления предпочтение отдается моделям в пространстве состояний и структурированным моделям. Для аппроксимации нелинейных систем без памяти могут применяться обычные полиномы: Чебышева, Эрмита, Лаггера и др. Задачу параметрической идентификации можно рассматривать как нахождение параметров моделей объектов при условии, что уравнения моделей заранее известны и задаются с помощью структурной схемы объекта. В отличие от задач управления здесь нет необходимости рассматривать аппроксимацию оператора, характеризующего всю систему, в классе функциональных полиномов заданной степени. Достаточно выбрать адекватную модель линеаризации нелинейных звеньев структурной схемы. Кроме того, переход из временной области в частотную упрощает параметрическую идентификацию систем автоматического регулирования, так как позволяет оперировать алгебраическими, а не дифференциальными уравнениями. При этом нет необходимости производить специальные измерения с помощью набора диагностирующих частот, а достаточно произвести измерения переходных кривых в контрольных точках системы во временной области (например, в рабочем режиме функционирования при изменении задающего воздей-

ствия). В работах [7, 8] предложен способ преобразования переходных кривых к их изображениям по Лапласу при чисто мнимых коэффициентах преобразования и показана его работоспособность для моделей линейных систем автоматического регулирования. Для анализа устойчивости, точности нелинейных схем в частотной области применяется метод гармонической линеаризации нелинейностей [9]. Однако для целей параметрической идентификации нелинейных систем модель гармонической линеаризации оказалась чересчур грубой. Амплитудно-частотные характеристики гармонически линеаризованных нелинейностей значительно отличались от реальных даже при учете высших гармоник. Это делало невозможной правильную идентификацию параметров линейной части нелинейных систем. В работе [10] предложен способ полиномиальной идентификации объектов в частотной области. Целью настоящей работы является привлечение этого способа для построения и исследования моделей параметрической идентификации нелинейных систем автоматического регулирования (САР).

Постановка задачи и методика расчетов

Пусть известна структурная схема объекта и выходные функции $y_z(t)$, $z = 1, 2, \dots, Z$, в контрольных точках (выходы звеньев) при произвольном установившемся во времени входном воздействии $x(t)$, где t – время; Z – количество контрольных точек (пусть $y_{z=Z}(t) = y(t)$ – выход объекта). Если $x(t)$ – единичное ступенчатое воздействие, то выходные функции – переходные кривые. Функции $x(t), y_z(t)$ представлены массивами действительных чисел (результаты реальных измерений на объекте или файлы, полученные при моделировании в среде Matlab). Требуется найти значения параметров (коэффициенты передачи, постоянные времени и др.) звеньев структурной схемы или их отклонения от номинальных значений. В качестве номинальных значений приняты проектные значения параметров в начале эксплуатации объекта, а искомым – значения параметров после эксплуатации объекта при проведении измерений.

Чтобы перейти в частотную область, необходимо произвести преобразование Лапласа с чисто мнимыми коэффициентами от входной и выходных функций:

$$X(j\omega) = \int_0^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt; \quad (1)$$

$$Y_z(j\omega) = \int_0^{\infty} y_z(t) e^{-j\omega t} dt, \quad z = 1, 2, \dots, Z; \quad (2)$$

где $X(j\omega), Y_z(j\omega)$ – изображения по Лапласу; j – мнимая единица; ω – круговая частота. В работе [8] показано, что для функций, имеющих установившееся значение, интеграл в выражениях (1), (2) может быть представлен суммой двух интегралов с пределом интегрирования (верхним у первого интеграла и нижним у второго), зависящим от частоты:

$$X(j\omega) = \int_0^{T(\omega)} x(t) e^{-j\omega t} dt + x(T_0) \int_{T(\omega)}^{\infty} e^{-j\omega t} dt, \quad (3)$$

где T_0 – время окончания переходного процесса; $T(w) = 2p d / w$, $w > 0$, в первом приближении $d = \text{int}(w/(2p)) + \text{int}(wT_0/(2p)) + 1$, int – целая часть. Следовательно, произведение $T(w)w$ всегда кратно $2p$. Значение T_0 выбирается таким образом, чтобы значения $T(w)$ лежали в окрестности T_0 . Первый интеграл в выражении (3) берется численно, второй – аналитически. Тогда

$$W(jw) = Y(jw) / X(jw), W_z(jw) = Y_z(jw) / X_z(jw) \quad (4)$$

являются передаточными функциями объекта и z -го звена соответственно, а $|W(jw)|, |W_z(jw)|$ – их амплитудно-частотными характеристиками (АЧХ). Здесь $X_z(jw)$ – изображение по Лапласу от переходной функции на входе z -го звена. На практике интегрирование по формуле (3) проводится для конечного количества частот w_l , $l = 1, 2, \dots, N$. Вычисленные по формуле (3) изображения на входе объекта и в контрольных точках принимались за “измеренные” значения и далее использовались для поиска отклонений параметров структурной схемы от их номинальных значений. В работе [7] на основании метода наименьших квадратов и теории чувствительности разработана математическая модель параметрической идентификации линейных систем автоматического регулирования, которая сводится к решению матричного уравнения:

$$C \Delta a = P, \quad (5)$$

где Δa – вектор отклонений параметров от их номинальных значений, а выражения для элементов матрицы C и вектора P имеют вид:

$$C_{i,k} = \sum_{l=1}^N \sum_{z=1}^Z U_{i,z}(w_l) U_{k,z}(w_l), \quad i, k = 1, 2, \dots, M, \quad (6)$$

$$P_i = \sum_{l=1}^N \sum_{z=1}^Z U_{i,z}(w_l) \Delta A_z(w_l), \quad i = 1, 2, \dots, M, \quad (7)$$

где $U_{i,z}(w_l)$ – чувствительность АЧХ в z -й контрольной точке к изменению i -го параметра, на частоте w_l ; $U_{k,z}(w_l)$ – чувствительность АЧХ в z -й контрольной точке к изменению k -го параметра на частоте w_l ; M – число искомым параметров; $\Delta A_z(w_l)$ – отклонение “измеренной” АЧХ от расчетной при номинальных значениях параметров (для первой итерации и при текущих значениях параметров для последующих итераций) в z -й контрольной точке на частоте w_l . Теоретическая АЧХ в контрольных точках рассчитывается с учетом топологии САР по формуле Мэсона [11]. Чувствительность АЧХ в контрольных точках к изменению параметров рассчитывается с помощью методов и алгоритмов из работы [12]. “Измеренная” АЧХ рассчитывается по формулам (3,4) из переходных характеристик в контрольных точках. Решается система линейных уравнений (5) методом Гаусса с выбором максимального элемента по столбцу [13]. В качестве начальных значений параметров принимаются номинальные значения. Поиск параметров a осуществляется итерационно

$$a^{t+1} = a^t + \Delta a^t, \quad (8)$$

где a^t, a^{t+1} – значения параметров на предыдущей и последующей итерациях;

Δa^t – решение системы (5) на предыдущей итерации. Перед каждой новой итерацией вычисляются новые значения (6), (7) для a^t значений параметров. При сходящемся итерационном процессе $\Delta a^t \rightarrow 0$. Задано конечное число итераций.

Приведенную методику можно использовать и для параметрической идентификации нелинейных систем автоматического регулирования. Для этого необходимо линеаризовать нелинейные звенья. В работе [10] предложен способ полиномиальной идентификации объектов в частотной области. Передаточную функцию объекта в частотной области можно представить в виде отношения полиномов

$$D(jw) = \frac{b_m (jw)^m + b_{m-1} (jw)^{m-1} + \dots + b_0}{a_n (jw)^n + a_{n-1} (jw)^{n-1} + \dots + a_0} = \frac{B(jw)}{A(jw)}, \quad m \leq n, \quad (9)$$

где j – мнимая единица; w – круговая частота; m – старшая степень полинома числителя; n – старшая степень полинома знаменателя; (b_m, \dots, b_0) – комплексные коэффициенты полинома числителя; (a_n, \dots, a_0) – комплексные коэффициенты полинома знаменателя. Выражение (9) было использовано для представления передаточной функции любого нелинейного звена. Пусть $x_z(t), y_z(t)$ – переходные функции на входе и выходе нелинейного звена. Тогда с помощью (3), (4) вычисляется передаточная функция нелинейного звена, как и любого другого

$$W_z(jw) = Y_z(jw) / X_z(jw). \quad (10)$$

Требуется найти значения коэффициентов b, a числителя и знаменателя (9), а также минимально возможные значения m, n так, чтобы квадрат разницы модулей от (9) и (10) стремился к нулю в выбранном частотном диапазоне

$$d = \sum_{l=1}^N (|W_z(jw_l)| - |D_z(jw_l)|)^2 \rightarrow 0, \quad (11)$$

что также сводится к решению матричного уравнения (5) – (7). В случае аппроксимации объекта выражением (9) элементы вектора Δa и чувствительности записываются следующим образом:

$$\Delta a_i = \begin{cases} \Delta b_i, & i = 0, 1, \dots, m \\ \Delta a_i, & i = m + 1, \dots, m + n + 1 \end{cases}, \quad (12)$$

где Δa_i – отклонения параметров полиномов от истинных значений; $\Delta a(w_l) = |W_z(jw_l)| - |D_z(jw_l)|$ – отклонение подгоняемой функции от расчетного значения на частоте w_l

$$U_{i,z}(w_l) = \begin{cases} \left| \frac{\partial D_z(jw_l)}{\partial b_i} \right| = \left| \frac{(jw_l)^i}{A(jw_l)} \right|, & i = 0, 1, \dots, m; \\ \left| \frac{\partial D_z(jw_l)}{\partial a_i} \right| = \left| \frac{(jw_l)^{i-m-1} B(jw_l)}{A^2(jw_l)} \right|, & i = m + 1, \dots, m + n + 1 \end{cases}, \quad (13)$$

является чувствительностью АЧХ z -го звена к изменению коэффициента передаточной функции вида (9) на частоте w_l . Уравнения (5) – (7), (12), (13) решаются

итерационно: $a_i^{r+1} = a_i^r + q \cdot \Delta a_i^r$, где r – номер итерации; $q < 1$ – константа, регуляризирующая сходимость итерационного процесса. Для решения необходимо задаться начальными значениями параметров a_i^0 . Если в работе [7] это были номинальные значения параметров известной структурной схемы, то здесь их необходимо находить отдельно. Это делается прямым методом подгонки Леви [4]. Решается матричное уравнение вида

$$\begin{bmatrix} V_0 & 0 & -V_2 & 0 & V_4 & 0 & -V_6 & 0 & \cdots & T_1 & S_2 - T_3 - S_4 & T_5 & S_6 - T_7 - S_8 & \cdots \\ 0 & V_2 & 0 & -V_4 & 0 & V_6 & 0 & -V_8 & \cdots & -S_2 & T_3 & S_4 - T_5 - S_6 & T_7 & S_8 - T_9 & \cdots \\ & & \cdot & & & & & & \cdots & & & \cdot & & \cdots \\ & & \cdot & & & & & & \cdots & & & \cdot & & \cdots \\ T_1 - S_2 - T_3 & S_4 & T_5 - S_6 - T_7 & S_8 & \cdots & U_2 & 0 & -U_4 & 0 & U_6 & 0 & -U_8 & 0 & \cdots \\ S_2 & T_3 - S_4 - T_5 & S_6 & T_7 - S_8 - T_9 & \cdots & 0 & U_4 & 0 & -U_6 & 0 & U_8 & 0 & -U_{10} & \cdots \\ & & \cdot & & & & & & \cdots & & & \cdot & & \cdots \\ & & \cdot & & & & & & \cdots & & & \cdot & & \cdots \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ a_1 \\ a_2 \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_0 \\ T_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ U_2 \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}, \quad (14)$$

где $V_i = \sum_{l=0}^N w_l^i$, $S_i = \sum_{l=0}^N w_l^i R_l$, $T_i = \sum_{l=0}^N w_l^i I_l$, $U_i = \sum_{l=0}^N w_l^i (R_l^2 + I_l^2)$, $R_l = \text{Re}(W_z(jw_l))$, $I_l = \text{Im}(W_z(jw_l))$, $I_l = \text{Im}(W_z(jw_l))$, $i = (0, \dots, m+n+1)$.

Таким образом, можно найти коэффициенты b_0, \dots, b_m и a_1, \dots, a_n ($a_0 = 1$) выражения (9) для конкретных значений показателей степени m и n . Однако они на самом деле неизвестны. Для их поиска одним из градиентных методов минимизируется выражение:

$$d = \sum_{l=1}^N \left(|W_z(jw_l)| - |D_z(jw_l)| \right)^2 \rightarrow \min, \quad (15)$$

где m, n являются варьируемыми искомыми параметрами.

Упрощенный алгоритм градиентной минимизации состоит в следующем:

1) задаются начальные значения m, n (допустим, 0 и 1) и решается задача (14), затем (5) – (7), (12), (13);

2) параметр m принимает значение $m + \Delta m$, где Δm – начальный шаг (до-

пустим, равный 1). Решается задача (14), затем (5) – (7), (12), (13) и вычисляются

$$\frac{\partial D_z(j\omega_l, m, n)}{\partial m} = \frac{D_z(j\omega_l, m + \Delta m, n) - D_z(j\omega_l, m, n)}{\Delta m},$$

$$l = (1, \dots, N);$$

3) этот пункт алгоритма повторяется для параметра n ;

4) производные по параметрам и анализ нового значения выражения (15) используются для вычисления новых шагов Δm , Δn , которые могут быть дробными;

5) пункты 2 – 4 алгоритма повторяются для новых значений параметров m , n , которые приводятся к целому виду;

6) процесс продолжается до тех пор, пока не будет достигнут минимум выражения (15) или программа не убедится в невозможности это выполнить;

7) если минимум достигнут, то процесс заканчивается. В противном случае начинается заново с пункта (1) для других начальных значений параметров m , n .

Таким образом, найдены как минимально возможные значения m , n , так и коэффициенты полиномов числителя и знаменателя в (9), т.е. передаточная функция нелинейного звена линеаризована.

Примеры моделирования

В качестве модели нелинейной системы была использована структурная схема системы подчиненного регулирования скорости автоматизированного электропривода [14]. В эту схему было добавлено нелинейное звено (4) (рис. 1).

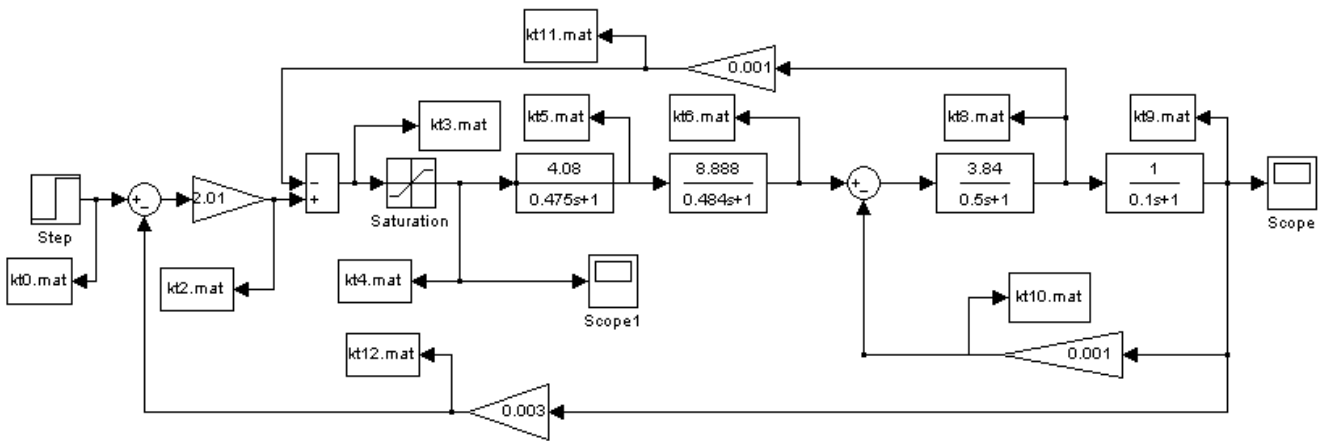


Рис. 1. Структурная схема в среде Matlab с нелинейным звеном “Saturation”.

Параметры моделирования имели значения: время моделирования – 6 сек., шаг – переменный, максимальный размер шага – 0.01 сек., относительная точность – $1.0 \cdot 10^{-09}$. На рис. 2 приведены переходные кривые на выходе нелинейного звена и на выходе структурной схемы. По методике (5) – (7), (12) – (15) была найдена передаточная функция нелинейного звена “Saturation”, значения m , n и коэффициентов числителя и знаменателя были записаны в файл *kt4_3.bin*.

При моделировании задающее воздействие и переходные кривые записывались в файлы *kt0.mat*, *kt2.mat*, ..., *kt12.mat* и затем считывались в качестве “изме-

ренных” значений в одноименные контрольные точки структурной схемы на рис. 3, которая была подготовлена с помощью программного комплекса [15], модернизированного для ввода внешних переходных кривых.

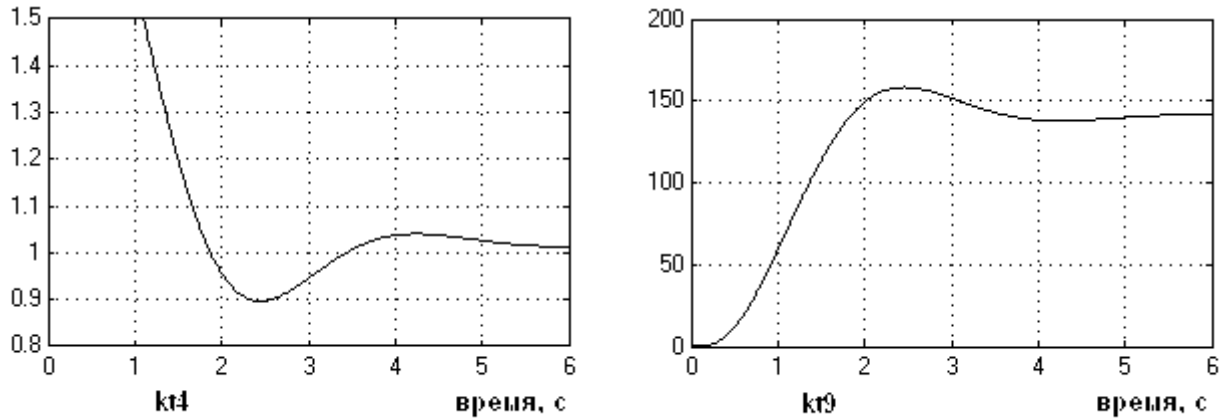


Рис. 2. Переходные характеристики в контрольных точках (4 и 9) для случая нелинейности типа “Saturation”.

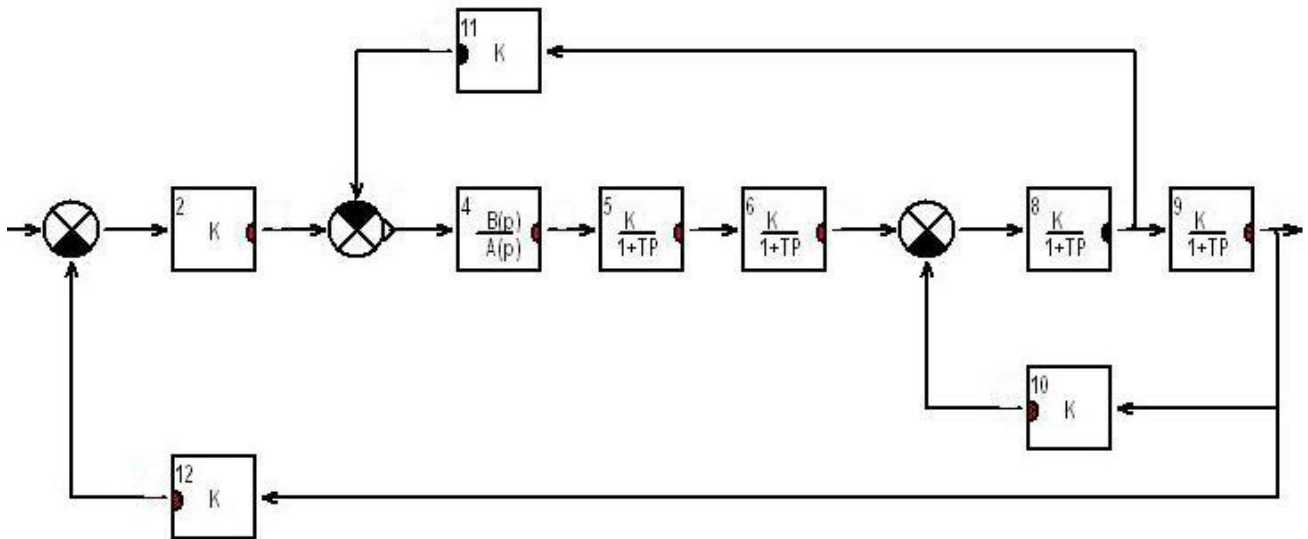


Рис. 3. Структурная схема для моделирования параметрической идентификации.

Кроме того, добавлен универсальный нелинейный элемент с передаточной функцией вида (9). Параметры линейных звеньев на рис. 3 имели значения одноименных звеньев, как и на рис. 1. В звено 4 этой схемы, считывались значения коэффициентов передаточной функции из файла *kt4_3.bin*. На рис. 4 приведен вид АЧХ, рассчитанной по данным этого файла.

Некоторые параметры схемы (рис. 3) отклонялись от номинальных значений, а остальные имели номинальные значения. По переходным кривым схемы в Matlab-Simulink отыскивались все параметры линейных звеньев схемы на рис. 3.

Результаты моделирования для нелинейности типа “Saturation” представлены в табл. 1, а для нелинейности типа “Backlash” – в табл. 2. В таблицах приведены найденные значения только первоначально отклоненных параметров. Остальные определялись с незначительными ошибками.

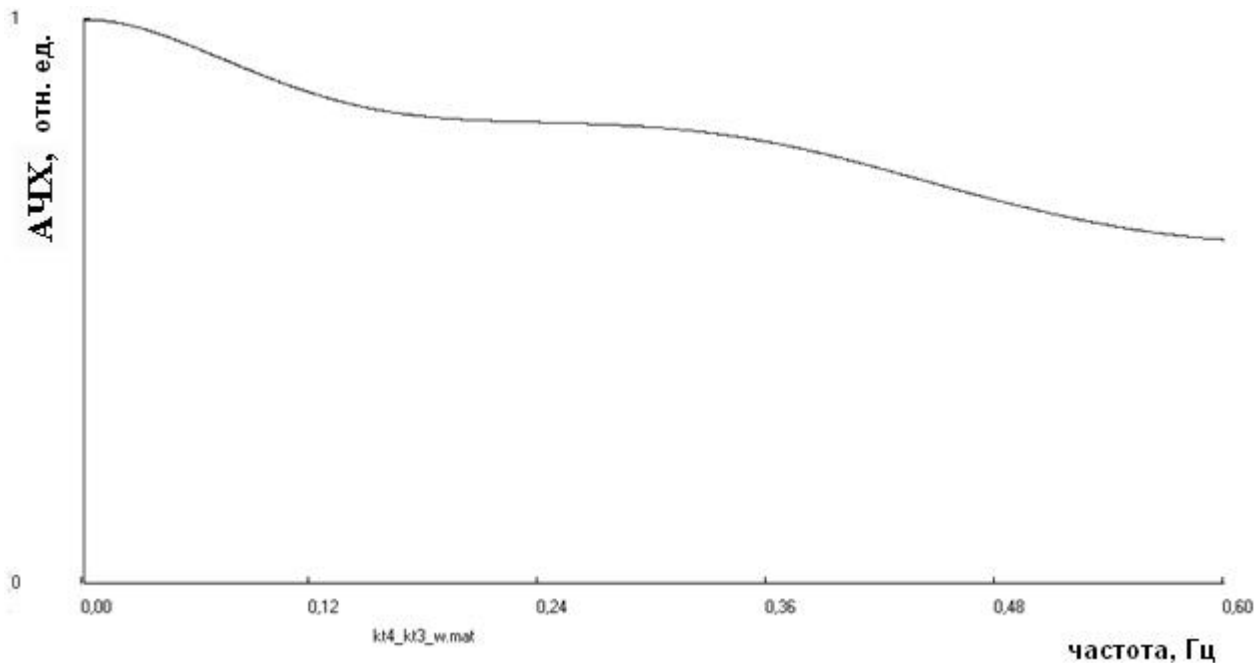


Рис. 4. АЧХ нелинейного звена “Saturation”.

Таблица 1

Результаты моделирования для звена типа “Saturation”

Звено	2	5	8	9
Параметр	К	К	Т	К
Номинальное значение	2.01	4.08	0.5	1.0
Начальное отклонение, %	2	20	5	-50
Найденное значение	2.01066	4.07	0.5002	0.9999
Относительная ошибка, %	0.0328	0.245	0.04	-0.01

Таблица 2

Результаты моделирования для звена типа “Backlash”

Найденное значение	2.012	4.088	0.4999	0.9997
Относительная ошибка, %	0.099	0.196	-0.02	-0.03

Как видно из результатов, при полиномиальном способе задания нелинейностей моделирование ничем не отличается от моделирования линейных схем. Добавление помех и способы борьбы с ними при моделировании линейных схем рассмотрены в работах [7, 10].

Заключение

Изменение характеристик нелинейного звена во временной области при моделировании в среде Matlab осуществляется достаточно просто. Например, для звена “Saturation” достаточно изменить параметры “Upper limit” и “Lower limit”. При моделировании в частотной области с использованием передаточной функции нелинейного звена вида (9) такое простое изменение характеристик нелинейного звена невозможно. Необходимо заново рассчитывать коэффициенты полиномов и вводить их в нелинейное звено. Это ощутимый недостаток. Вместе с тем такой способ линеаризации нелинейностей позволяет на порядки уменьшить по-

грешность параметрической идентификации линейной части структурных схем и предоставляет возможность тестировать реальные объекты в рабочем режиме функционирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Грон Д. Методы идентификации систем. – М.: Мир, 1979.
2. Дейч А.М. Методы идентификации динамических объектов. - М.: Энергия, 1979.
3. Шаронов А. В. Методы идентификации. Параметрическая идентификация математических моделей объектов управления. – М.: МГГУ, 1996.
4. Современные методы идентификации систем / Эйхофф П., Ванечек А., Савараги Е., и др.: пер. с англ. – М.: Мир, 1983.
5. Штейнберг Ш.Е. Идентификация в системах управления. – М.: Энергоатомиздат, 1987.
6. Семенов А. Д., Артамонов Д. В., Брюхачев А. В. Идентификация объектов управления: Учеб. пособие. – Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2003.
7. Епанешникова И.В. Модель идентификации параметров линейных систем автоматического регулирования // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2008. – № 10. – С.50-53.
8. Епанешникова И.В. Переход из временной области в частотную при идентификации параметров систем автоматического регулирования // Вестник компьютерных и информационных технологий. – 2009. – № 2. – С.51-53.
9. Топчиев Ю.И. Атлас для проектирования систем автоматического регулирования. – М.: Машиностроение, 1989.
10. Епанешникова И. В. Модель полиномиальной идентификации объектов в частотной области // Контроль. Диагностика. – 2010. – 12. – С.43-46.
11. Мэзон С., Циммерман Г. Электронные цепи, сигналы и системы. – М.: Изд-во ИЛ, 1963.
12. Вавилов А.А., Имаев Д.Х. Машинные методы расчета систем управления. – Л.: Изд-во. ЛГУ, 1981.
13. Ракитин В.И., Первушин В.Е. Практическое руководство по методам вычислений с применением программ для персональных компьютеров. – М.: Высшая школа, 1998.
14. Кочетков В.П., Багаутдинов Г.А. Теория автоматизированного электропривода: Учеб. пособие. – Екатеринбург; Изд-во Урал. ун-та, 1992.
15. Епанешникова И.В. Моделирование алгоритмов диагностирования непрерывных систем автоматического управления в частотной области. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ №50990000161. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 15 октября 1999 г.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Чье Ен Уном.

E-mail:

Епанешников Владимир Дмитриевич – evd@ais.khstu.ru;

Епанешникова Ирина Владимировна – asptogutat@mail.ru.