



УДК 51-7

© 2012 г. **Е.В. Курилова,**

М.П. Кулаков,

М.Ю. Хавинсон,

Е.Я. Фрисман, чл.-корр. РАН

(Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН, Биробиджан)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ДОБЫЧИ МИНЕРАЛЬНЫХ РЕСУРСОВ В РЕГИОНЕ: ЭКОНОФИЗИЧЕСКИЙ ПОДХОД*

В ключе эконофизического подхода обсуждаются вопросы нелинейных закономерностей потребления невозобновляемых ресурсов. По аналогии с моделированием популяционных взаимодействий построена и исследована модель динамики численности занятых и потребления минеральных ресурсов в регионе. Модель верифицирована на данных о добычи угля в Еврейской автономной области.

Ключевые слова: математическая модель, минеральные ресурсы, дифференциальные уравнения, бифуркационная диаграмма, фазовый портрет, добывающая отрасль.

Введение

Экономическая система как мирового, так и регионального уровня неразрывно связана с добычей и переработкой природных ресурсов. В моделировании потребления невозобновляемых природных ресурсов на уровне региона и страны традиционно сложились несколько подходов. Во-первых, это описание добычи с помощью теории Г. Хотеллинга, в которой оптимальную траекторию изъятия ресурсов определяет максимальная суммарная полезность, в частности прибыль [1]. Данный подход требует гибкого учета достаточно большого числа факторов, в числе которых – процессы с трудно предсказуемой динамикой (например, технологический прогресс), что, вероятно, является основной причиной расхождения теории с реальными данными.

Вторым подходом в изучении истощения ресурсов является методика М.К. Хабберта [2], в которой динамика добычи описывается суммами логистических кривых (колоколообразных кривых или кривых Хабберта). Успех исследований М.К. Хабберта в 1970-х гг., тем не менее, не распространился на периоды нефтяных кризисов [3], поскольку в модели не были учтены экономические и политические факторы, способные деформировать кривые Хабберта.

* Исследование проведено при частичной поддержке гранта РГНФ, проект № 11-12-79003а/Т.

Третий метод описания динамики добычи – имитационное моделирование [4, 5], в котором невозобновляемые ресурсы являются частью (блоком) обширных моделей социально-экономического развития. Сами модели, как правило, громоздки, а описание процесса представляет собой генерацию исходящего сигнала «черного ящика» [6, 7]. Следует отметить, что подходы описания динамики истощения невозобновляемых ресурсов носят в основном статистический характер: предполагается, что наблюдаемые закономерности есть результат совокупного действия множества факторов [8].

В современных научных исследованиях сформировался новый подход к изучению социально-экономических процессов – эконофизика [9]. Работы ряда специалистов свидетельствуют о плодотворности проведения аналогий из естественных наук (в первую очередь физики) в экономику [10]. Одним из существенных результатов эконофизики и нелинейной динамики в целом является новая концепция в объяснении закономерностей различных процессов [11]. Традиционно считалось, что сложное поведение природных и «человекомерных» систем обусловлено непредсказуемым действием большого числа факторов. Открытие хаоса в простых детерминированных моделях привело к новому осмыслению эволюции систем: небольшое число факторов (параметров порядка) может породить и сложную динамику, не отличимую от стохастической [12 – 16]. В рамках парадигмы синергетики можно полагать, что закономерности истощения невозобновляемых ресурсов объясняются нелинейным взаимодействием между человеком и природой, которое в общем виде описывается простой (базовой) моделью.

Настоящая работа посвящена концептуальному описанию динамики истощения ресурсов с точки зрения нелинейной динамики и его апробированию на конкретных статистических данных.

Математическая модель динамики добычи минеральных ресурсов

Результатом функционирования экономической системы является истощение природных ресурсов. Общество можно представить как аналог хищника в биологических отношениях «хищник – жертва». Возможности использования ресурсов расширяются вместе с увеличением численности населения, дающим прирост численности занятых, и совершенствованием технологий (иными словами, изменяется популяция «хищника»). С другой стороны, открываются новые месторождения, изучаются альтернативные ресурсы, разрабатываются более продуктивные способы добычи (происходят качественные изменения популяции «жертвы»). Таким образом, в общем виде истощение природных ресурсов можно представить моделью типа «хищник – жертва». В качестве фазовых переменных моделей логично рассмотреть численность занятых в добывающей отрасли региона P и объем ресурсов R .

Динамика численности специалистов, занятых в добывающей промышленности, и изменение запасов природных ресурсов могут быть рассмотрены как два взаимосвязанных процесса, которые можно описать с помощью уравнения типа Лотки-Вольтерры [17]. В нашем исследовании использована модификация моде-

ли Базыкина, предложенная им для уравнений типа «хищник – жертва» [18]. Модели такого типа без необходимых модификаций оказываются некорректными для этой задачи, поскольку ресурсы не самовоспроизводятся, а популяция «хищника» (занятые) имеет предел своего роста, т.е. независимо от численности занятых при достаточных объемах запасов добывается ограниченное количество ресурсов.

С учетом приведенных выше замечаний при построении модельных уравнений будем принимать следующие допущения:

1) в отсутствии необходимого минерального ресурса (или при его истощении) численность занятых в данной отрасли экспоненциально падает до нуля;

2) скорость увеличения численности занятых зависит от объема разведанных ресурсов промышленного уровня и их доступности;

3) увеличение численности занятых в отрасли ведет к росту добычи ресурсов до тех пор, пока из запасов не изымается максимально возможное количество ресурсов и дальнейший рост численности занятых не ведет к увеличению суммарной добычи;

4) скорость перевода прогнозных запасов минеральных ресурсов в промышленные считается постоянной и не зависит от текущей занятости и уровня добычи;

5) скорость изъятия пропорционально зависит от объема запасов и от занятости в отрасли, однако при возрастании численности занятых происходит насыщение, после чего дальнейший рост численности не влияет на скорость изъятия доступных ресурсов.

Все социально-экономические процессы, воздействующие на изменение поведения системы (приток или отток численности занятых, изменение привлекательности отрасли, скорость добычи ресурсов), учитываются обобщенно и неявно отражены в скоростях изменения переменных (включены в параметры модели).

При указанных допущениях уравнения модели динамики добычи ресурсов имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{P} = -a_0P + \frac{a_1PR}{1 + \alpha P}, \\ \dot{R} = -\frac{bPR}{1 + \beta P} + d, \end{cases} \quad (1)$$

где P – трудовые ресурсы (численность занятых в данной отрасли); R – промышленные запасы в тыс. тонн; a_0 – постоянная, характеризующая скорость снижения численности занятых; a_1 – коэффициент, отражающий зависимость прироста занятых от количества и доступности ресурсов; b – коэффициент, отражающий зависимость скорости изъятия (добычи) ресурсов от численности занятых; d – постоянная скорость перехода прогнозных ресурсов в промышленные, т.е. вовлечение ранее разведанных ресурсов в добычу; α и β – параметры, характеризующие соответственно процессы насыщения притока занятых и извлечения ресурсов.

Предложенная нами модель представляет собой систему дифференциальных уравнений с насыщением по численности занятых. В модели неявно отражается их конкуренция за рабочие места.

Система имеет две ненулевые особые точки, одна из которых при всех положительных коэффициентах является устойчивым узлом, или фокусом, и соответствует стабильному развитию добывающей промышленности, которая рассмотрена ниже. Область определения особых точек: $a_0 a_1 b \alpha \neq 0$, а коэффициенты a_0, a_1, b, α являются бифуркационными параметрами, и если хотя бы один из этих параметров равен нулю, данные точки теряют смысл.

В предельном случае, когда рост объемов добычи ресурсов пропорционально зависит от числа занятых, т.е. при $\beta = 0$, модель (1) принимает вид:

$$\begin{cases} \dot{P} = -a_0 P + \frac{a_1 P R}{1 + \alpha P}, \\ \dot{R} = -b P R + d. \end{cases} \quad (2)$$

Система (2) так же, как и (1), имеет две ненулевые особые точки, первая из которых устойчива при всех положительных значениях коэффициентов. Область определения особых точек системы (2) совпадает с областью определения системы (1). Первая нетривиальная особая точка соответствует устойчивому развитию добычи минеральных ресурсов и имеет два типа устойчивости, соответствующие режимам устойчивости системы (1).

Если рост объемов добычи ресурсов и рост числа занятых происходит пропорционально численности занятых и объемов изъятия, т.е. при $\alpha = 0$ и $\beta = 0$, модель (1) имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{P} = -a_0 P + a_1 P R, \\ \dot{R} = -b P R + d. \end{cases} \quad (3)$$

система (3) имеет одну нетривиальную особую точку, которая соответствует устойчивому развитию добывающей промышленности.

В случае отсутствия постоянного перевода прогнозных запасов минеральных ресурсов в промышленные, т.е. при $d = 0$, модель (1) – (3) приобретает устойчивость в луче особых точек $(0, R)$, соответствующих неустойчивому развитию добывающей промышленности. Последнее выражается в быстром оттоке специалистов и прекращении изъятия. При этом ресурсы могут быть добыты полностью, если $b > a_1$, либо до некоторого труднодоступного уровня, если $b < a_1$.

В результате аналитического и численного исследования модели установлено, что постоянная добыча ($b > 0$) минеральных ресурсов в регионе может быть обеспечена при выполнении условий:

умеренный прирост численности занятых за счет добычи ресурсов ($a_0 < a_1$);
переход ресурсов из прогнозной категории в промышленную ($d > 0$).

Таким образом, видно, что модель описывает устойчивое развитие добывающей промышленности при всех положительных значениях коэффициентов, к которому мы приходим двумя различными путями: «стабильным» – устойчивый узел или «колебательным» – устойчивый фокус. Стабильный вариант использования ресурса предполагает планомерную разработку месторождений, колебательный – отражает повторяющуюся динамику добычи. Следует отметить, что разведка или переход из прогнозной категории в промышленную определенно-

го ресурса на территории региона не могут быть постоянными. Кроме того, меняющиеся социально-экономические условия и технологии добычи требуют проводить переоценку коэффициентов модели. Расчетная динамика истощения ресурса в регионе на длительном временном интервале в итоге может быть представлена кривой, «склеенной» из отрезков модельных траекторий.

Под устойчивым развитием понимается такое развитие отрасли, в котором она находится в состоянии динамического равновесия.

Для определения сущности фазовых переменных, параметров и установления между ними связей, влияющих на динамику процесса развития добывающей промышленности, рассмотрим возможные модельные сценарии привлечения занятого населения и способы добычи ресурсов. Для этого проанализируем поведение двух слагаемых системы (1): $f = \frac{a_1 PR}{1 + \alpha P}$ и $g = \frac{bPR}{1 + \beta P}$. Для представленной модели возможны два способа добычи ресурсов и привлечения специалистов в отрасль (рис. 1).

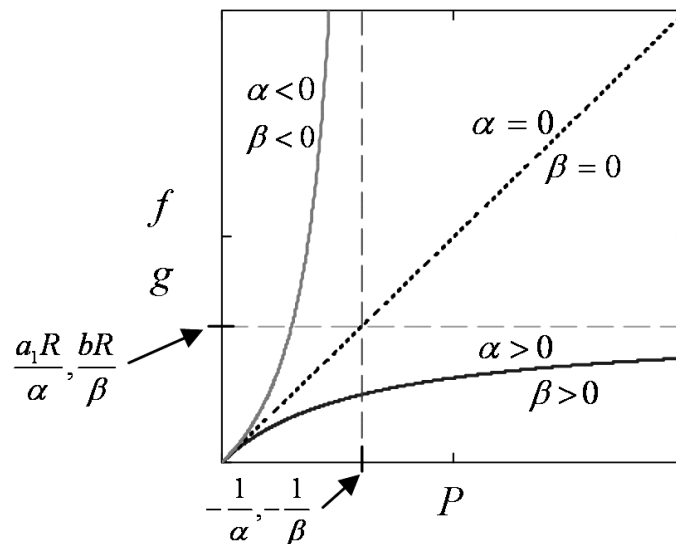


Рис. 1. Зависимость модельной скорости добычи $f(P)$ и привлечения специалистов в отрасль $g(P)$ от текущего уровня занятости P .

В первом случае, при $\beta > 0$, увеличение числа занятых приводит к умеренному росту добычи ресурсов, имеющему насыщение: bR/β . При достаточно высокой численности занятых скорость изъятия стабилизируется, и дальнейшее привлечение специалистов в отрасль не влияет на скорость добычи ресурсов. Аналогично, при $\alpha > 0$ кривая g имеет насыщение $a_1 R/\alpha$, выражающее предельную скорость привлечения занятых в отрасль (рис. 1). Величины bR/β и $a_1 R/\alpha$ могут интерпретироваться как максимально возможные скорости изъятия природных ресурсов и прироста новых специалистов при $t \rightarrow \infty$.

Во втором случае, при $\beta < 0$, привлечение специалистов приводит к неограниченному росту скорости добычи ресурсов. При численности занятых, близкой к величине $-1/\beta$, изъятие становится труднодоступным, а при $\frac{bPR}{1 + \beta P} \gg d$

происходит полное их исчерпание. Аналогично, при $\alpha < 0$ происходит неограниченное привлечение занятых в данную отрасль, что приводит к исчерпанию запасов ресурсов до труднодоступного уровня (интенсивно используется ручной труд) (рис. 1).

Предельный случай перехода от одного сценария привлечения занятых и способа добычи ресурсов к другому наступает при $\alpha = 0$ и $\beta = 0$. Графики функций f и g приобретают линейный вид (рис. 2). В этом случае система (1) аналогична (3) или (2), если $\beta = 0$ и $\alpha \neq 0$.

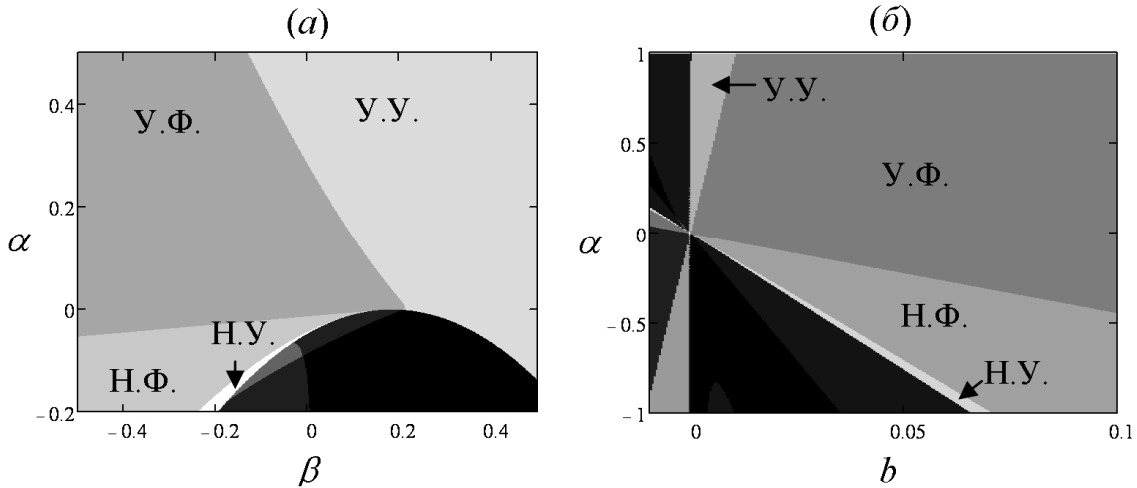


Рис. 2. Параметрические портреты и типы состояний равновесия особых точек системы (1).

Отсюда следует, что при сравнении коэффициентов модели $\frac{a_1}{\alpha}$ и $\frac{b}{\beta}$ можно сделать вывод об эффективности данной отрасли или о степени ее модернизации. В случае, когда $\frac{a_1}{\alpha} \geq \frac{b}{\beta}$, развитие отрасли является неэффективным и степень ее

модернизации очень низкая; когда $\frac{a_1}{\alpha} < \frac{b}{\beta}$, можно говорить об эффективном развитии отрасли или высокой степени ее модернизации. В этом случае модернизация материально-технической базы добывающих производств приводит к снижению численности занятых и увеличению темпов добычи минеральных ресурсов.

Для определения области устойчивости системы (1) построим двумерные срезы параметрического пространства (бифуркационные диаграммы). Зафиксируем все параметры системы (1) значениями, соответствующими наилучшей аппроксимации реальных и модельных данных, приведенных ниже при обсуждении модельного анализа добывающей промышленности. Выберем пару бифуркационных параметров и произведем сканирование параметрической плоскости этой пары. Для каждой точки плоскости численно определяется тип состояний равновесия особых точек системы (1), который соответствует различным оттенкам серого на рис. 2. Областям, обозначенным буквами У.У., соответствует устойчивый узел, Н.У. – неустойчивый узел, У.Ф. – устойчивый фокус, Н.Ф. – неустойчивый фокус.

Нетривиальная особая точка системы (1) оказывается устойчивой при любых значениях $\beta > 0$ и $\alpha > 0$ (рис. 2 а), т.е. ее устойчивость не зависит от страте-

гии промысла и скорости добычи ресурсов. Однако способ привлечения занятых в данную отрасль существенно меняет характер устойчивости системы (рис. 2 б). Так, при переходе параметров из области, обозначенной на рис. 2 а как $У.У.$, в область $У.Ф.$ происходит смена типа устойчивости нетривиальной особой точки – от устойчивого узла к устойчивому фокусу. При переходе параметров на рис. 2 б из области $У.Ф.$ в $Н.Ф.$ особая точка теряет устойчивость. На границе области, обозначенной на рис. 2 а и б черным цветом, происходит слияние нетривиальных особых точек в луч $(0, R)$ даже при наличии постоянной доразведки (перевода прогнозных запасов в промышленные), т.е. при $d \neq 0$. Эти области соответствуют прекращению функционирования добывающих предприятий.

Модельный анализ динамики добычи минеральных ресурсов в Еврейской автономной области

Предложенная система (1) описывает динамику значений численности и объемов промышленных запасов минеральных ресурсов в любой момент времени (моментальных значений). Статистический материал по количеству занятых в той или иной добывающей отрасли, как правило, представлен численностью занятых в конце или начале года и не отражает сезонных колебаний, которые при соответствующем временном сдвиге могут быть использованы, в частности, для оценки параметров модели. Однако данные об объемах промышленных запасов зачастую носят достаточно условный характер и представляют собой геолого-разведочную оценку запасов минеральных ресурсов (прогнозной или промышленной категории), которые обновляются достаточно нечасто. Вместе с тем известен объем изъятых ресурсов, из которого можно восстановить динамику потребления запасов промышленной категории за небольшой период.

Предположим, что утвержденные запасы промышленной категории на t -й год составляли $R(t)$, тогда если за этот год предприятиями было изъято $Z(t)$, то запасы в $(t + 1)$ год составят:

$$R(t+1) = R(t) - Z(t) + D(t), \quad (4)$$

где $D(t)$ – возможная доразведка или объем переведенных из прогнозной категории ресурсов в промышленную. Величина (4) оказывается точечной и соответствует запасам на начало года, несмотря на то, что величина $Z(t)$ – суммарное изъятие за год.

С другой стороны, зная параметры и начальные условия системы (1), можно точно восстановить модельные объемы изъятия минеральных ресурсов, которые за $(t + 1)$ -й год составят:

$$Z(t+1) = \int_t^{t+1} \frac{bP(t)R(t)}{1 + \beta P(t)} dt, \quad (5)$$

где $P(t)$ и $R(t)$ – соответствующее решение системы (1). Если динамика запасов достаточно монотонна и отсутствует регулярная доразведка, то суммарное модельное изъятие легко вычисляется как разница запасов в $(t + 1)$ -й и t -й год, т.е.:

$$Z(t+1) = |R(t+1) - R(t)|.$$

Рассмотрим динамику добывающей промышленности Еврейской автономной области на примере добычи угля. Анализировались данные об объеме добытого угля предприятиями области и данные о численности занятых в добыче топливно-энергетических полезных ископаемых, которые соответствуют численности занятых в добыче угля.

Расчет динамики объемов запасов по формуле (4) производился на основе утвержденных на 2003 г. объемов угля, составляющего на тот момент 3194 тыс. тонн, т.е. $R(2003) = 3194$ [19]. Пересчет на более ранние периоды выполнен обратным итерированием уравнения (4).

Оценка параметров модели (1) выполнена взвешенным методом наименьших квадратов. Для чего на основе метода безусловной оптимизации Левенберга – Марквардта минимизировались суммы квадратов отклонений фактических данных от модельных.

Использование этого метода оказывается весьма целесообразным именно для решения задач о наименьших квадратах. При этом он удачно сочетает в себе как метод наискорейшего спуска, так и метод Ньютона.

На рис. 3 показано соотношение модельной и реальной динамики добычи угля в ЕАО. Модельные объемы изъятых угля вычислены по формуле (5).

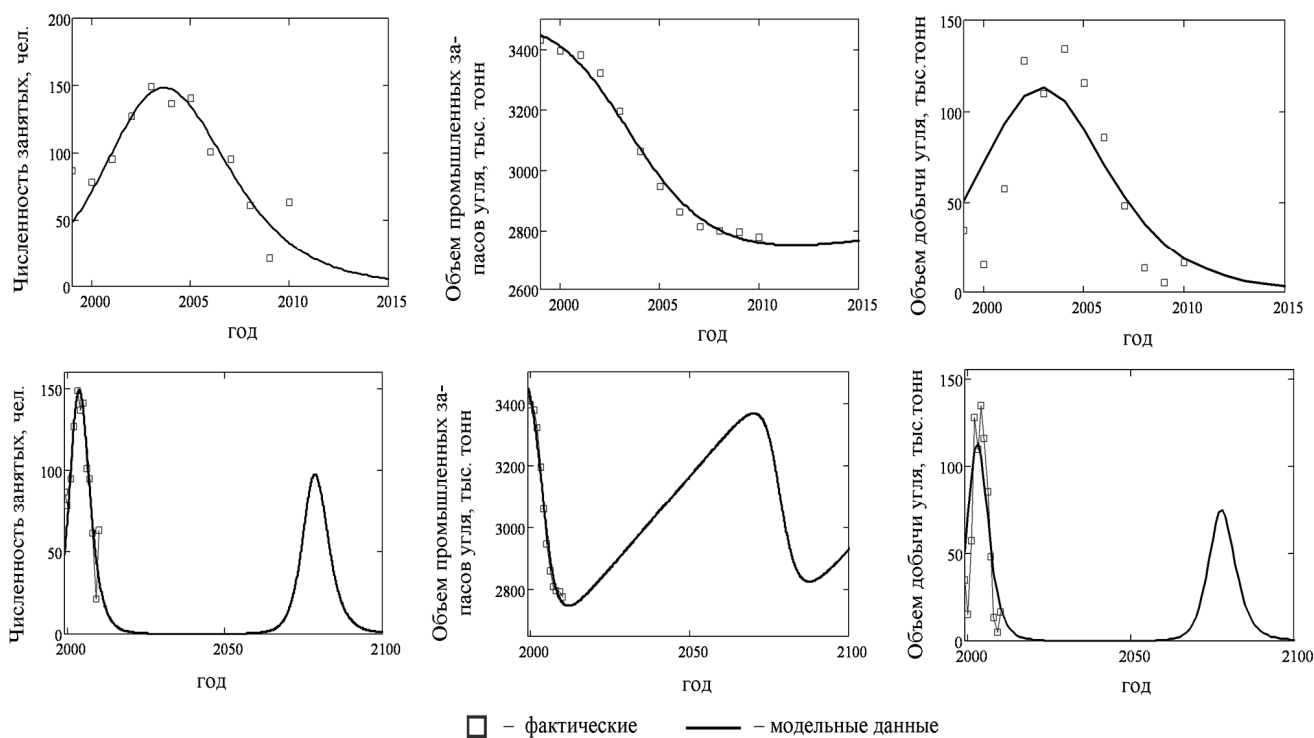


Рис. 3. Динамика добычи угля в ЕАО.

Модельная кривая, соответствующая нетривиальной точке, – устойчивый фокус описывает реальные статистические данные и улавливает общую тенденцию развития добывающей отрасли. Расчетные данные показывают, что в связи с ростом добычи угля происходит рост численности занятых, что приводит к их быстрому исчерпанию, и дальнейшее увеличение численности не влияет на объем добычи. В результате скорость добычи падает, что влечет за собой уменьшение трудовых ресурсов в отрасли. Исходя из модельных данных, можно сделать вы-

вод, что существующая скорость добычи угля приведет к прекращению производственной деятельности отрасли к 2020 г., далее возникает длительный период стагнации (покоя – 50 лет), на протяжении которого запасы ресурсов повышаются (в результате разведки), привлекательность отрасли повышается и динамика развития повторяется.

В итоге первичной верификации модели (1) была получена следующая система:

$$\begin{cases} \dot{P} = -3.4727P + \frac{0.0011PR}{1 + 0.0001P}, \\ \dot{R} = -\frac{0.00025PR}{1 + 0.0002P} + 11.8779. \end{cases} \quad (6)$$

соответствующая устойчивому фокусу (рис. 4).

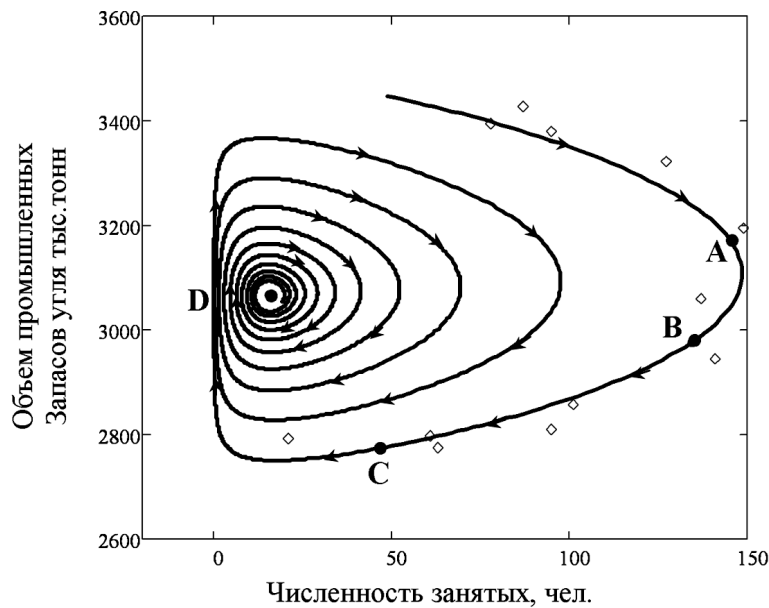


Рис. 4. Фазовый портрет системы (6).

Полученные значения параметров модели указывают на то, что интенсивная добыча угля влечет за собой расширение штата занятых в данной отрасли, но дальнейшее увеличение численности не повышает продуктивность отрасли, происходит быстрое истощение ресурсов, соответствующее снижению скорости добычи и уменьшение числа занятых. Через значительный промежуток времени в результате медленного, но постоянного перехода прогнозных ресурсов в промышленные запасы угля увеличиваются (возможно, открываются новые месторождения) и добыча угля вновь становится привлекательной для добывающих предприятий. Как следствие происходит набор штата (увеличение трудовых ресурсов), а далее, если методы добычи и доразведки останутся неизменными, динамика добычи повторяется: происходит быстрое истощение месторождения и как следствие – снижение числа занятых.

Кривая *AC* на фазовом портрете (рис. 4) отражает реальную ситуацию динамики добычи угля. Точка *A* соответствует состоянию отрасли на 2003 г., точка *B* – на 2005 г., точка *C* – на 2010 г. Фазовая кривая *AD* на рис. 4 стремится к точке

D (15.6287; 3066.5652), которая отражает ситуацию, когда малое число занятых в добыче угля осваивает месторождение с запасами 3067 тыс. тонн.

Таким образом, видно, что динамика добычи угля в ЕАО соответствует закономерности Хабберта. К сожалению, мы не располагаем более длинными рядами данных, но известно, что в ЕАО с 1930-х гг. осваивались месторождения угля и качественно динамика его добычи также описывается колоколообразными кривыми. По сути, это может означать череду пиков добычи, которые, действительно, соответствуют устойчивому фокусу системы (1).

Заключение

Результаты построения, исследования и верификации простой модели добычи минеральных ресурсов в регионе открывают новый аспект синергетического подхода во взаимоотношениях человека и природы. Закономерности потребления полезных ископаемых могут обуславливаться нелинейными взаимодействиями социальной и природной систем. В современной науке «нелинейность» – синоним «неочевидности», которая во всей полноте не может быть исследована стандартными статистическими методами или подходами «линейного мышления». Возникновение пиков добычи полезных ископаемых в экономической системе любого масштаба может указывать на приближение к точке бифуркации этой системы, смены стратегии управления и политики. В региональном и государственном масштабе «пиковое» освоение месторождений может определять структуру промышленности, особенности производства, внешние связи и качество жизни населения. Мировые тенденции потребления описаны в глобальной модели Дж. Форрестера: рано или поздно кривая добычи приблизится к нулевой отметке [4]. Не противореча этому выводу, на основе результатов базового моделирования мы можем полагать не просто сглаженную и равномерную динамику истощения ресурсов, но и возникновение пиков. Это, вероятно, означает, что при сохранении существующих тенденций отдельные страны будут резервировать запасы полезных ископаемых и, возможно, формировать монополии на продажу ресурсов.

На наш взгляд, нелинейные закономерности потребления ресурсов нуждаются в дальнейшем детальном изучении, и вполне можно согласиться со словами С.П. Курдюмова [21, с. 79]: «У человечества нет времени нащупывать организацию мира методом проб и ошибок. Надо ясно знать, как она должна строиться, понимать законы нелинейного синтеза сложных, развивающихся в разном темпе структур. Это непреложная ступень в развитии разума во Вселенной. На нее надо подняться, чтобы обеспечить будущее человечеству».

ЛИТЕРАТУРА

1. *Hotelling H.* The economics of exhaustible resources // *The J. Political Economy.* – 1931. – Vol. 39, № 2. – P.137-175.
2. *Hubbert M.K.* Nuclear energy and the fossil fuels // *Amer. Petrol. Inst. Drilling & Production Practice.* – 1956. – P.7-25.
3. *Бажанов А.В.* Вариационные принципы моделирования в ресурсной экономике // *Вестник*

ДВО РАН. – 2006. – №6. – С.5-13.

4. *Форрестер Д.* Мировая динамика. – М.: Изд-во АСТ, 2003.
5. *Махов С. А.* Математическое моделирование мировой динамики и устойчивого развития на примере модели Форрестера: препринт. – М.: ИПМ РАН, 2005.
6. Анализ и моделирование глобальной динамики / отв. ред. А.В. Коротаев, С.Ю. Малков, Л.Е. Гринин. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010.
7. *Путилов В.А., Горохов А.В.* Системная динамика регионального развития. Монография. – Мурманск: НИЦ «Пазори», 2002.
8. *Бурков В.Н., Новиков Д.А., Щепкин А.В.* Механизмы управления эколого-экономическими системами / под ред. С.Н. Василева – М.: Изд-во физ.-мат. литературы, 2008.
9. Эконофизика. Современная физика в поисках экономической теории/ под ред. В.В. Харитонов и А.А. Ежова. – М.: МИФИ, 2007.
10. Об эконофизике и ее месте в современной теоретической экономике / Д.С. Чернавский, Н.И. Старков, С.Ю. Малков, Ю.В. Косе, А.В. Щербаков // Успехи физических наук. – 2011. – Т. 181. – № 7. – С. 767-773.
11. Моделирование нелинейной динамики глобальных процессов / под ред. И.В. Ильина, Д.И. Трубецкова. – М.: Изд-во МГУ, 2010.
12. *Малков С.Ю.* Математическое моделирование исторической динамики: подходы и модели / <http://www.twirpx.com/file/44385/>.
13. *Безручко Б.П., Смирнов Д.А.* Математическое моделирование и хаотические временные ряды. – Саратов: ГосУНЦ «Колледж», 2005.
14. Построение и исследование обобщенной модели динамики макрокомпонентов регионального развития (на примере Еврейской автономной области) / Е.В. Курилова, М.П. Кулаков, М.Ю. Хавинсон, Е.Я. Фрисман // Региональные проблемы. – 2011. – №1. – С.5-10.
15. Системная динамика регионального развития: подходы к моделированию блока экономики (на примере Еврейской автономной области) / Е.Я. Фрисман, М.Ю. Хавинсон, С.В. Аносова, Б.Е. Фишман, Г.И. Петров // Пространственная экономика. – 2007. – № 3 (11). – С.134-146.
16. О математическом моделировании региональной динамики факторов производства (на примере Еврейской автономной области) / Е.Я. Фрисман, Г.И. Петров, Б.Е. Фишман, В.С. Василенко, М.Ю. Хавинсон // Современные проблемы регионального развития: Материалы I межрегион. науч. конф. – Биробиджан, 2006. – С.246-248.
17. *Вольтерра В.* Математическая теория борьбы за существование / пер. с франц. О.Н. Бондаренко/ под ред. Ю.М. Свирежева. – М.: Наука, 1976.
18. *Базыкин А.Д.* Математическая биофизика взаимодействующих популяций. – М.: Наука, 1985.
19. *Природные ресурсы Еврейской автономной области/ В.И. Журнист, Р.М. Коган, Т.Е. Кодякова, Т.М. Комарова, Т.А. Рубцова и др.* – Биробиджан: ИКАРП ДВО РАН, 2004.
20. *Питухин Е.А., Гуртов В.А.* Математическое моделирование динамических процессов в системе «Экономика – рынок труда – профессиональное образование». – СПб.: Изд-во СПбГУ, 2006.
21. *Князева Е.Н., Курдюмов С.П.* Основания синергетики. Режимы с обострением, самоорганизация, темпомыры. – СПб.: Алетейя, 2002.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Чье Ен Уном.

E-mail:

Курилова Екатерина Викторовна – katkurilova@mail.ru;

Кулаков Матвей Павлович – k_matvey@mail.ru;

Хавинсон Михаил Юрьевич – havinson@list.ru;

Фрисман Ефим Яковлевич – frisman@mail.ru.