



УДК 681.5.01

© 2014 г. А.Ю. Савченко

(Военно-воздушная академия им. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина, Воронеж),

Н.И. Сельвесюк, д-р техн. наук

(Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем,
Москва)

РАЗРАБОТКА МЕТОДИЧЕСКОГО АППАРАТА СИНТЕЗА РОБАСТНЫХ ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННЫХ ЗАКОНОВ УПРАВЛЕНИЯ С МОДЕЛЬНОЙ КООРДИНАЦИЕЙ*

Предложен подход к решению задач робастной стабилизации и оптимального подавления внешних возмущений в распределенной динамической системе. Разработан методический аппарат синтеза робастных децентрализованных законов управления с координацией по эталонным моделям на основе технологии вложения систем для линейных стационарных систем.

Ключевые слова: децентрализованное управление, распределенная динамическая система, модельная координация, робастная стабилизация, предкомпенсатор.

Введение

Децентрализованное управление предполагает распределение функций управления по отдельным элементам сложной системы. Для выработки управляющего воздействия на каждый объект необходима информация только о состоянии этого объекта и безразлична информация о состоянии других объектов. Фактически децентрализованная структура представляет собой совокупность нескольких независимых систем, каждая из которых обладает своей информационной, алгоритмической, технической и прочими базами.

Схемы децентрализованного управления дают возможность практического и эффективного проектирования алгоритмов управления, базирующихся только на локальной информации, в то время как компьютерная сеть обеспечивает инфраструктуру для их реализации.

Но децентрализация создает определенные информационные ограничения, связанные с тем, что вектор состояния каждой локальной подсистемы доступен для измерения только своему локальному контроллеру и не доступен другим, поэтому использование децентрализованного подхода в чистом виде значительно

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 14-08-01173а.

ограничивает возможности управления. Задачи децентрализованной стабилизации и управления качеством составной системы в линейной, нелинейной, оптимальной, робастной и адаптивной постановках на протяжении последних десятилетий рассматривались многими авторами.

В работе [1] предложена концепция адаптивного децентрализованного управления с координацией по эталонным моделям для многосвязных систем. В ее основе лежит допущение о том, что локальным контроллерам доступна информация о задающих воздействиях, поступающих на эталонные модели всех локальных подсистем. На основе технологии вложения систем [2] для линейных стационарных систем получено аналитическое описание управления, обеспечивающего нулевую ошибку слежения за эталонной моделью в идеальных условиях.

Однако полученные результаты справедливы в случае, когда исходная многосвязная система локально стабилизируема с помощью децентрализованных регуляторов в обратной связи. При этом для практического применения законов управления необходимо обеспечить их робастность в смысле неточности описания модели системы. Кроме того, для уменьшения ошибки слежения за эталонной моделью в составной системе необходимо обеспечить компенсацию внешних возмущений, действующих на реальную систему.

Для решения задачи подавления возмущений в работе используется подход, основанный на понятии грамиана управляемости системы по возмущениям. Структура грамиана управляемости характеризует степень подавления в линейной системе действующих на нее возмущений по каждому элементу вектора состояния [3]. Аналогичный подход к подавлению возмущений предложен в работе [4], где используется понятие инвариантного эллипсоида достижимости. Кроме того, возможность представления условий синтеза в виде линейных матричных неравенств, а самой задачи синтеза – в виде задачи полуопределенного программирования позволяет использовать мощные математические пакеты численных расчетов на базе системы MATLAB [5].

Постановка задачи

Многосвязный объект управления состоит из N взаимосвязанных локальных подсистем. Динамические процессы в i -й подсистеме описываются в пространстве состояний моделью

$$\dot{x}_i(t) = \mathbf{A}_i x_i(t) + \mathbf{B}_i u_i(t) + \sum_{j=1}^M \mathbf{A}_{ij} x_j(t) + \mathbf{D}_i w_i(t) + h_i(x_i, t), \quad x_i(0) = x_{i0}, \quad (1)$$

где $x_i(t) \in \mathcal{R}^{n_i}$ – локальный вектор состояния; $u_i(t) \in \mathcal{R}^{m_i}$ – локальный вектор управления; $w_i(t) \in \mathcal{R}^{s_i}$ – вектор неконтролируемых внешних возмущений; $h_i(x_i, t) \in \mathcal{R}^{n_i+1}$ – нелинейная кусочно-непрерывная векторная функция, характеризующая неопределенность описания модели; \mathbf{A}_i , \mathbf{A}_{ij} , \mathbf{B}_i , \mathbf{D}_i – матрицы заданных размеров с известными вещественными коэффициентами.

В матричной форме уравнение (1) имеет вид

$$\dot{x}(t) = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}_d u(t) + \mathbf{D}_d w(t) + \mathbf{h}(x, t), \quad x(t) = [x_1(t) \quad x_2(t) \quad \dots \quad x_N(t)]^T \quad (2)$$

В блочной матрице \mathbf{A} диагональные элементы \mathbf{A}_{ii} представляют собой соответствующие матрицы состояния объектов динамической системы. Недиagonальные элементы \mathbf{A}_{ij} представляют собой матрицы взаимосвязи, которые формируются на основе анализа задачи управления. Здесь и далее индекс « d » означает блочно-диагональную структуру соответствующих матриц.

Требования к качеству управления в локальных подсистемах формализуются в виде автономных эталонных моделей

$$\dot{x}_{ri}(t) = \mathbf{A}_{ri}x_{ri}(t) + \mathbf{B}_{ri}u_{ri}(t), \quad x_{ri}(0) = x_{ri0}, \quad i = \overline{1, N}, \quad (3)$$

где $x_{ri}(t) \in \mathcal{R}^{n_i}$ – вектор состояния i -й эталонной модели; $u_{ri}(t) \in \mathcal{R}^{k_i}$ – вектор задающего воздействия i -й подсистемы; \mathbf{A}_{ri} , \mathbf{B}_{ri} – заданные (желаемые) матрицы. Матрицы \mathbf{A}_{ri} гурвицевы.

Внешние возмущения $w(t)$ имеют произвольную структуру и являются ограниченными по норме непрерывными функциями времени:

$$\|w(t)\| \leq 1, \quad \forall t \geq 0, \quad (4)$$

где $\|\cdot\|$ – евклидова норма вектора.

Неточности описания математической модели, возникающие вследствие ее линеаризации, а также упрощений и допущений, являются причинами возникновения параметрических возмущений. Неопределенность параметров модели (2) предлагается описывать следующей квадратичной формой [5]:

$$h^T(x, t)h(x, t) \leq \alpha^2 x^T \mathbf{H}^T \mathbf{H} x, \quad (5)$$

где $\alpha > 0$ – параметр, характеризующий границу неопределенности (уровень робастности); \mathbf{H} – постоянная матрица.

Нелинейность $h(x, t)$ может быть пересчитана в аддитивные параметрические возмущения модели (2) вида $\Delta \mathbf{A}(t)$. Если возмущения элемента a_k матрицы \mathbf{A}

$$a_k^*(t) = a_k + \Delta a_k \delta_a(t)$$

являются ограниченными по норме непрерывными функциями времени, т.е. $\|\delta_a(t)\| \leq 1, \forall t \geq 0$, то функцию $\mathbf{h}(x, t)$ можно представить в виде

$$\mathbf{h}(x, t) = \mathbf{F}(t)x(t), \quad \mathbf{F}(t) = \mathbf{F} \delta_a(t) \mathbf{H}_A, \quad (6)$$

где \mathbf{F} и \mathbf{H}_A – постоянные матрицы, размерность и состав которых зависят от структуры модели движения объекта.

Полагается, что для формирования управления $u_i(t)$ в каждой подсистеме доступны локальный вектор состояния $x_i(t)$, вектор состояния соответствующей эталонной модели $x_{ri}(t)$ и векторы задающих воздействий всех подсистем $u_{r1}(t)$, $u_{r2}(t) \dots u_{rm}(t)$.

Предлагается использовать следующий закон управления в векторно-матричной форме в операторном виде [6]:

$$u = \mathbf{K}_d e + \mathbf{G}(p)u_r, \quad (7)$$

где $e = [e_1 \quad e_2 \quad \dots \quad e_N]^T$ – вектор ошибки слежения с элементами $e_i = x_i - x_{ri}$; \mathbf{K}_d

– матрица коэффициентов пропорционального децентрализованного регулятора в обратной связи; $\mathbf{G}(p)$ – передаточная матрица предкомпенсатора.

Задача синтеза сводится к двум подзадачам:

1) робастная стабилизация системы (2) с компенсацией влияния возмущений $w(t)$;

2) обеспечение в каждой локальной подсистеме (1) точного слежения за соответствующей эталонной моделью (3) по вынужденной составляющей движения требуемого выхода $y(p)$, т.е. выполнение целевого условия

$$\mathbf{E}_y^{u_r}(p) = 0, \quad (8)$$

где $\mathbf{E}_y^{u_r}$ – передаточная матрица от задающего воздействия u_r к ошибке слежения выхода

$$y = \mathbf{C}_d e = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{C}_N \end{bmatrix} [e_1 \ e_2 \ \dots \ e_N]^T, \quad y \in \mathfrak{R}^q.$$

Воспользовавшись результатами работы [6], можно показать, что целевое условие (8) для системы (2) с законом управления (7) эквивалентно условию

$$\mathbf{B}_d \mathbf{G}(p) - (p\mathbf{I}_n - \mathbf{A})(p\mathbf{I}_n - \mathbf{A}_r)^{-1} \mathbf{B}_r - (p\mathbf{I}_n - \mathbf{A} - \mathbf{B}_d \mathbf{K}_d) \bar{\mathbf{C}}_d^R \mu = 0, \quad (9)$$

где μ – некоторая матрица в общем случае с дробно-полиномиальными элементами размером $(n - q) \times k$, $k = \sum_{i=1}^N k_i$.

Тогда из тождества (9) следует, что выполнение целевого условия (8) обеспечивается только за счет предкомпенсатора $\mathbf{G}(p)$, если имеется стабилизирующий регулятор \mathbf{K}_d в обратной связи.

С другой стороны, передаточная матрица замкнутой системы от возмущений $w(t)$ к ошибке слежения $e(t)$ имеет следующий вид:

$$\mathbf{E}_e^w(p) = (p\mathbf{I}_n - \mathbf{A} - \mathbf{B}_d \mathbf{K}_d)^{-1} \mathbf{D}_d. \quad (10)$$

Из структуры этой передаточной матрицы следует, что стабилизировать систему можно только за счет децентрализованного регулятора в обратной связи с матрицей передачи \mathbf{K}_d , выбор которой не влияет на целевое условие (8).

Следовательно, решать задачу робастной стабилизации и подавления внешних возмущений можно независимо от задачи точного слежения за эталоном.

Методика синтеза предкомпенсаторов

Тождество (9) – это линейное матричное уравнение относительно искомой матрицы предкомпенсаторов $\mathbf{G}(p)$. В качестве методической основы решения таких уравнений целесообразно использовать метод канонизации матриц [2].

Суть процедуры канонизации произвольной числовой матрицы \mathbf{B} размера $n \times m$ и ранга r заключается в нахождении таких преобразующих матриц \mathbf{L} и \mathbf{R} ,

которые приводят ее к каноническому виду, т.е. удовлетворяющих тождеству

$$\mathbf{LBR} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{B}}^L \\ \bar{\mathbf{B}}^L \end{pmatrix} \mathbf{B} \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{B}}^R & \bar{\mathbf{B}}^R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_r & \mathbf{0}_{r,(m-r)} \\ \mathbf{0}_{(n-r),r} & \mathbf{0}_{n,m} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Блок $\tilde{\mathbf{B}}^L$ левой преобразующей матрицы \mathbf{L} , соответствующий единичному блоку \mathbf{I}_r канонической формы (11), называется левым канонизатором матрицы \mathbf{B} . Блок $\bar{\mathbf{B}}^L$, соответствующий нулевым строкам канонической формы (11), называется левым делителем нуля матрицы \mathbf{B} . Аналогичные блоки правой преобразующей матрицы называются соответственно правым канонизатором $\tilde{\mathbf{B}}^R$ и правым делителем нуля $\bar{\mathbf{B}}^R$ матрицы \mathbf{B} . Матрица $\tilde{\mathbf{B}} = \tilde{\mathbf{B}}^R \tilde{\mathbf{B}}^L$ – сводный канонизатор матрицы \mathbf{B} , аналог псевдообратной матрицы в общем случае.

В работе [6] доказана теорема, позволяющая получить решение уравнения (9) с использованием метода канонизации матриц, т.е. решение второй части задачи синтеза. Воспользуемся ее результатами и приведем без доказательства основные результаты.

Целевое условие (8) для составной системы (2) и эталонных моделей (3) выполняется тогда и только тогда, когда справедливо равенство

$$\overline{\mathbf{B}_d^L (p\mathbf{I}_n - \mathbf{A}) \bar{\mathbf{C}}_d^R} \bar{\mathbf{B}}_d^L (p\mathbf{I}_n - \mathbf{A}) (p\mathbf{I}_n - \mathbf{A}_r)^{-1} \mathbf{B}_r = 0. \quad (12)$$

Выполнение условия (12) зависит от структурных свойств исходной распределенной системы и эталонных моделей локальных систем.

При выполнении условия разрешимости (12) множество эквивалентных матриц предкомпенсаторов в законе управления (7) определяется в виде

$$\{\mathbf{G}(p)\}_\eta = \tilde{\mathbf{B}}_d (p\mathbf{I}_n - \mathbf{A} - \mathbf{B}_d \mathbf{K}_d) \bar{\mathbf{C}}_d^R \mu + \tilde{\mathbf{B}}_d (p\mathbf{I}_n - \mathbf{A}) (p\mathbf{I}_n - \mathbf{A}_r)^{-1} \mathbf{B}_r, \quad (13)$$

$$\{\mu\}_\eta = -\left(\tilde{\mathbf{B}}_d^L (p\mathbf{I}_n - \mathbf{A}) \right) \tilde{\mathbf{B}}_d^L (p\mathbf{I}_n - \mathbf{A}) (p\mathbf{I}_n - \mathbf{A}_r)^{-1} \mathbf{B}_r + \overline{\tilde{\mathbf{B}}_d^L (p\mathbf{I}_n - \mathbf{A}) \bar{\mathbf{C}}_d^R}^R, \quad (14)$$

где η – матрица заданных размеров с произвольными элементами, варьированием элементов которой задается все множество решений $\{\mathbf{G}(p)\}_\eta$.

Методика синтеза стабилизирующих регуляторов

Для решения задачи робастной стабилизации и подавления внешних возмущений в системе (2) независимо от задачи точного слежения за эталоном с учетом структуры передаточной функции $\mathbf{E}_e^w(p)$ (10) вместо закона управления (7) будем рассматривать закон управления

$$u(t) = \mathbf{K}_d x(t). \quad (15)$$

Замкнутая система с законом управления (15) имеет вид

$$\dot{x}(t) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}_d \mathbf{K}_d) x(t) + \mathbf{D}_d w(t) + \mathbf{h}(x, t). \quad (16)$$

Примем пару (\mathbf{A}, \mathbf{D}) управляемой. Также необходимо потребовать, чтобы линейная часть замкнутой децентрализованной системы $\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_{bd}$ не содержала неустойчивых фиксированных мод [7].

В качестве меры подавления возмущений в системе (16) используем поня-

тие эллипсоида достижимости по возмущениям [4] вида

$$\mathfrak{X}_x = \{x \in \mathfrak{R}^n : x^T \mathbf{P}_d^{-1} x \leq 1\}, \mathbf{P}_d > 0, \quad (17)$$

где \mathbf{P}_d – решение уравнения Ляпунова

$$\mathbf{A} \mathbf{P}_d + \mathbf{P}_d \mathbf{A}^T + \mathbf{D}_d \mathbf{D}_d^T = 0, \mathbf{P}_d = \mathbf{P}_d^T > 0, \quad (18)$$

определяющего грамиан управляемости по возмущениям составной системы.

Использование эллипсоида достижимости (17) как меры подавления возмущений в системе позволяет применить для синтеза управления одновременно с точки зрения робастной устойчивости и подавления возмущений квадратичные функции Ляпунова. При этом решение задачи синтеза формулируется в терминах линейных матричных неравенств (LMI) и сводится к задаче полуопределенного программирования (SDP), удобной для численного решения [8].

В работе [5] приведен численный алгоритм синтеза децентрализованных робастных стабилизирующих регуляторов для подобной постановки задачи с ограниченными внешними возмущениями вида (4) и параметрическими возмущениями квадратичного вида (5).

В составной системе (16) осуществляется стабилизация с заданной степенью робастности α_0 и оптимальное подавление возмущений в смысле минимальности эллипсоида достижимости (17) с помощью децентрализованного статического регулятора в обратной связи (15) с матрицей передачи

$$\mathbf{K}_d = \mathbf{L}_d \mathbf{P}_d^{-1}, \quad (19)$$

если существуют такие блочно-диагональные матрицы $\mathbf{P}_d = \mathbf{P}_d^T > 0$ и \mathbf{L}_{bd} , которые обеспечивают разрешимость оптимизационной задачи $\min \{trace(\mathbf{P}_d)\}$ при выполнении следующих условий:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_d \mathbf{A}^T + \mathbf{A} \mathbf{P}_d + \tau \mathbf{P}_d + \mathbf{B}_d \mathbf{L}_d + \mathbf{L}_d^T \mathbf{B}_d^T & \mathbf{I} & \mathbf{D}_d & \mathbf{P}_d \mathbf{H}^T \\ & \mathbf{I} & -\mathbf{I} & 0 & 0 \\ & \mathbf{D}_d^T & 0 & -\tau \mathbf{I} & 0 \\ & \mathbf{H} \mathbf{P}_d & 0 & 0 & -\gamma \mathbf{I} \end{bmatrix} \leq 0, \quad (20)$$

$$\gamma - 1/\alpha_0^2 \leq 0, \quad (21)$$

по переменным $\gamma, \tau > 0, \mathbf{P}_d, \mathbf{L}_d$.

Основное неравенство (20) используется для синтеза робастного стабилизирующего децентрализованного регулятора с оптимальным подавлением возмущений. Неравенство (21) позволяет задавать степень робастности α_0 .

Для численного решения таких оптимизационных задач разработан ряд широко используемых прикладных пакетов (LMI Control Toolbox, cvx), реализуемых на базе системы Matlab [9].

Методика синтеза робастных децентрализованных законов управления с модельной координацией

Для многосвязного объекта управления, динамические процессы в i -й подсистеме которого описываются в пространстве состояний моделью (1), разработана методика синтеза децентрализованных законов управления вида (7), состоя-

щая из следующих шагов:

1) составляются линеаризованные математические модели движения отдельных подсистем в векторно-матричной форме

$$\dot{x}_i(t) = \mathbf{A}_i x_i(t) + \mathbf{B}_i u_i(t);$$

2) исходя из требований к качеству управления для каждой подсистемы разрабатываются соответствующие эталонные модели вида (3);

3) из анализа задач управления определяются матрицы взаимосвязи \mathbf{A}_{ij} составной системы (2);

4) формируются модели внешних и параметрических возмущений в форме (4) и (6) соответственно;

5) для описания динамики многосвязного объекта с учетом влияния возмущений строится модель составной системы вида (2);

6) проверяется условие разрешимости задачи синтеза с использованием необходимого и достаточного условия (12). При выполнении данного условия выполняются следующие шаги;

7) в соответствии с методикой синтеза регуляторов системы управления рассчитывается блочно-диагональная матрица передачи децентрализованных стабилизирующих робастных регуляторов \mathbf{K}_d ;

8) на основе методики синтеза предкомпенсаторов определяются их передаточные функции $\mathbf{G}_{ij}(p)$.

Численный пример

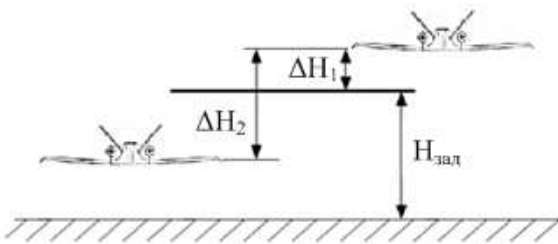


Рис. 1. Пояснение к постановке задачи управления групповым полетом БЛА: $\Delta H_1 = H_1 - H_{\text{зад}}$ – управляемая компонента для ведущего (превышение относительно заданной высоты); $\Delta H_2 = H_2 - H_1$ – управляемая компонента для ведомого (превышение относительно ведущего); H_1 и H_2 – высоты ведомого и ведущего БЛА.

Рассмотрим практическую задачу на примере группового полета двух беспилотных летательных аппаратов (БЛА) в вертикальной плоскости (рис. 1). Необходимо выдерживать заданное превышение ведомого БЛА относительно ведущего. Ведущий БЛА управляется по высоте с помощью передаваемого по радиоканалу сигнала u_{r1} с целью выдерживания заданной высоты полета $H_{\text{зад}}$. Сигнал u_{r1} доступен ведомому БЛА. Информация о параметрах движения ведущего на ведомый БЛА не поступает. Необходимо синтезировать законы управления ведущим и ведомым БЛА, которые обеспечивали бы стабилизацию заданного места в строю ведомого БЛА при произвольном маневрировании ведущего.

Параметры математической модели (22) были рассчитаны для БЛА «Юлия-Э» на основании результатов продувок, приведенных в [10]. Для опорного режима с параметрами $V_0 = 50$ м/с, $H = 300$ м, $\alpha_0 = 3,4^\circ$ параметры математической модели имеют следующие значения: $a_{y1}^\alpha = a_{y2}^\alpha = -0,41$; $a_{mz1}^\alpha = a_{mz2}^\alpha = -1,64$; $a_{mz1}^{\omega_z} = a_{mz2}^{\omega_z} = -24,07$; $b_1 = b_2 = -4,07$.

Для ведущего БЛА использовалась эталонная модель

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\alpha}_{r1} \\ \Delta \dot{\omega}_{zr1} \\ \Delta \dot{\vartheta}_{r1} \\ \Delta \dot{H}_{r1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -1,5 & 1 & 0 & 0 \\ 0,17 & -2,5 & -2,17 & -0,0034 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -50 & 0 & 50 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{r1}} \begin{bmatrix} \Delta \alpha_{r1} \\ \Delta \omega_{zr1} \\ \Delta \vartheta_{r1} \\ \Delta H_{r1} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_{r1}} u_{r1},$$

а для ведомого –

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\alpha}_{r2} \\ \Delta \dot{\omega}_{zr2} \\ \Delta \dot{\vartheta}_{r2} \\ \Delta \dot{H}_{r2} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -1,2 & 1 & 0 & 0 \\ 0,6 & -2,7 & -4,62 & -0,0062 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -50 & 0 & 50 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{r2}} \begin{bmatrix} \Delta \alpha_{r2} \\ \Delta \omega_{zr2} \\ \Delta \vartheta_{r2} \\ \Delta H_{r2} \end{bmatrix}.$$

В качестве регулируемого выхода y будем считать превышение ведомого БЛА относительно ведущего ΔH_2 . Поэтому матрица $\mathbf{C} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]$.

Для проверки условия (12) вычислим комбинации матриц

$$\bar{\mathbf{B}}_d^L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{C}}_d^R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{B}}_d^L (p\mathbf{I}_n - \mathbf{A}) \bar{\mathbf{C}}_d^R = \begin{bmatrix} -1 & p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -50 & p & 0 & 0 & 0 & 50 \\ 0 & 0 & 0 & (p+0,41) & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (p+0,41) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & p & 0 \\ 0 & 50 & 0 & 50 & 0 & -50 & -50 \end{bmatrix}.$$

Матрица $\bar{\mathbf{B}}_d^L (p\mathbf{I}_n - \mathbf{A}) \bar{\mathbf{C}}_d^R$ имеет полный строчечный ранг, поэтому $\overline{\bar{\mathbf{B}}_d^L (p\mathbf{I}_n - \mathbf{A}) \bar{\mathbf{C}}_d^R}^L = 0$ и условие (12) выполняется, т.е. задача синтеза разрешима.

Пусть на систему (22) действуют внешние возмущения $w(t) = [w_1(t) \ w_2(t)]^T$, удовлетворяющие ограничениям (4), с матрицей входа $\mathbf{D}=\mathbf{B}$. Положим также, что в модели (22) происходит изменение номинального значения скорости полета в виде $V_0^*(t) = V_0 + \Delta V_0 \delta_V(t)$, $\|\delta_V\| \leq 1$, при неизменных остальных параметрах модели. Тогда неопределенность параметров модели можно описать выражением (6),

где $\mathbf{F} = [0 \ 0 \ 0 \ \Delta V \ 0 \ 0 \ 0 \ -\Delta V]^T$, $\mathbf{H}_A = [-1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ -1 \ 0]$.

Решение задачи синтеза при условии $\Delta V_0 = 8\text{ м/с}$ дает следующее значение матрицы передачи робастного децентрализованного регулятора, обеспечивающего минимальное значение (по критерию следа) эллипсоида достижимости:

$$\mathbf{K}_d = \begin{bmatrix} -36,36 & 0,15 & 42,3 & 0,22 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -40,01 & 1,17 & 68,99 & 0,76 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Для вычисления регуляторов использовался пакет *svx* в среде MATLAB.

По формулам (13), (14) вычисляем предкомпенсаторы $\mathbf{G}(p)$:

$$\mathbf{G}(p) = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1(p) \\ \mathbf{G}_2(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2,0833p^4 + 8,125p^3 + 15,125p^2 + 11,55p} \\ \frac{1}{p^4 + 4p^3 + 5,75p^2 + 3,25p + 0,621} \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Для вычисления предкомпенсаторов использовался пакет символьной математики MATLAB. Для проведения численных исследований полученных законов управления разработана схема моделирования в среде Simulink системы MATLAB. Результаты численных исследований для идеального случая при отсутствии возмущений и с учетом возмущений приведены на рис. 2 – 4.

С помощью управления u_{r1} для ведущего БЛА задавался маневр по высоте. На рис. 2 приведены графики внешних возмущений $w_1(t)$, $w_2(t)$ и неопределенности $\delta_f(t)$. По отношению к БЛА основным внешним возмущением является турбулентность атмосферы. Модель турбулентности описывается уравнениями формирующих фильтров в приращениях скорости или угла атаки. Для удобства учета ветровых возмущений в модели составной системы они приведены к эквивалентному отклонению стабилизаторов [11]. Также принято допущение, что на БЛА в группе действуют возмущения с разными характеристиками.

На рис. 3 приведены графики изменения высоты БЛА при действии управления с учетом внешних и параметрических возмущений (пунктиром обозначена заданная траектория).

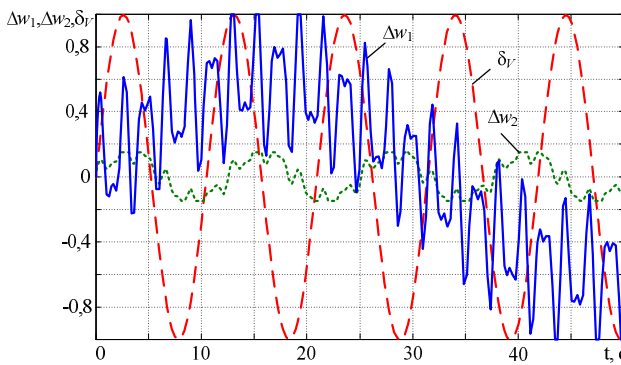


Рис. 2. Графики внешних и параметрических возмущений.

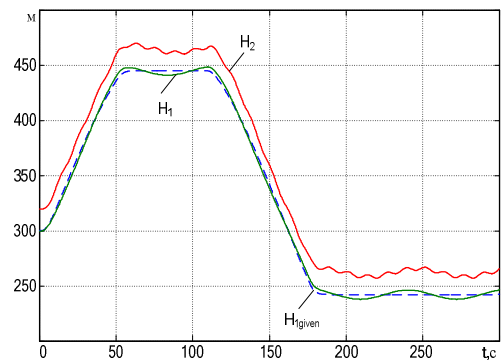


Рис. 3. Графики изменения высоты БЛА1 и БЛА2.

На рис. 4 приведены графики ошибок управления высотой относительно заданной траектории (при действии возмущений) для обоих БЛА $\delta H = H_{зад} - H$, а также графики ошибок при отсутствии возмущений, но при наличии начального рассогласования $\Delta H_2 = H_2 - H_1 = 10\text{ м}$. Из рис. 4 видно, что начальное рассогласование устраняется, несмотря на маневрирование ведущего. После ликвидации рассогласования выдерживается $\Delta H_2 = 0$.

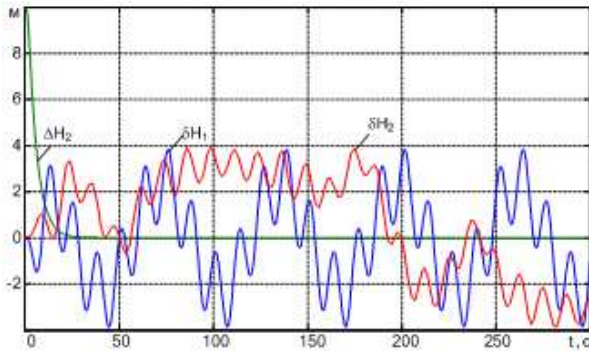


Рис. 4. Графики ошибок управления высотой для БЛА1 и БЛА2.

Заключение

Таким образом, предложен простой и универсальный подход к решению задач робастной стабилизации и оптимального подавления внешних возмущений в распределенной динамической системе. Концепция адаптивного децентрализованного управления с координацией по эталонным моделям позволяет на основе технологии

вложения систем для линейных стационарных систем получить аналитическое описание множества предкомпенсаторов, обеспечивающих нулевую ошибку слежения за эталонной моделью в идеальных условиях, и децентрализованных регуляторов в обратной связи, обеспечивающих робастную стабилизацию составной системы и оптимальное подавление внешних возмущений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Буков В.Н., Бронников А.М., Сельвесюк Н.И. Децентрализованное координированное управление ММО-подсистемами, основанное на технологии вложения систем // Тр. VIII Международ. конф. «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO'09. Электронное издание / Ин-т проблем управления. – 2009. – С. 1267-1280.
2. Буков В.Н. Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем. – Калуга: Изд-во науч. литературы Н.Ф. Бочкаревой, 2006.
3. Буков В.Н., Сельвесюк Н.И. Синтез стабилизирующих регуляторов заданной структуры на основе технологии вложения систем // Тр. V Международ. конф. «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO'06. Электронное издание / Ин-т проблем управления. – 2006. – С. 1294-1306. CD ISBN 5-201-14984-7.
4. Назин С.А., Поляк Б.Т., Топунов М.В. Подавление ограниченных внешних возмущений с помощью метода инвариантных эллипсоидов // Автоматика и телемеханика. – 2007. – № 3. – С. 106-125.
5. Буков В.Н., Сельвесюк Н.И. Робастное подавление внешних возмущений в многосвязной системе с децентрализованным координированным управлением // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2010. – № 2. – С. 9-15.
6. Буков В.Н., Бронников А.М., Сельвесюк Н.И. Децентрализованное управление с модельной координацией составной многосвязной системы // Автоматика и телемеханика. – 2009. – № 10. – С. 3-14.
7. Siljak D.D. Decentralized control of complex systems. – Boston: Academic Press, MA, 1991.
8. Баландин Д.В., Коган М.М. Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств. – М.: Физматлит, 2007.
9. Grant M., Boyd S. CVX: Matlab software for disciplined convex programming, version 2.0 beta. <http://cvxr.com/cvx>, September 2013.
10. Разработка математической модели аэродинамических характеристик малоскоростного беспилотного носителя СБ-06: отчет о НИР № 06-09 // Новосибирск: ФГУП «СибНИА им. С. А. Чаплыгина», 2009.
11. Красовский А.А. Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование. – М.: Наука, 1973.

E-mail:

Савченко Андрей Юрьевич – savaau@mail.ru;

Сельвесюк Николай Иванович – selvesyuk@yandex.ru.