УДК 621.396.6.049.77:681.3.06

© 2015 г. **Чье Ен Ун,** д-р техн. наук
(Тихоокеанский государственный университет, Хабаровск),
А.Б. Шеин, канд. техн. наук
(Чувашский государственный университет, Чебоксары)

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СИНТЕЗА СХЕМ ЭЛЕКТРОННЫХ УСТРОЙСТВ НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЙ СОСТОЯНИЯ. II

Описывается реализация метода параметрического синтеза схем электронных устройств, который реализуется исходя из строгой обратной постановки задаче анализа. Для решения обратной задачи – нахождения параметров компонентов схемы по известной информации о векторе переменных состояния и векторе входных воздействий – используются формулы точного решения уравнений состояния.

Ключевые слова: параметрический синтез электронных устройств, уравнение состояния, прямая задача, обратная задача.

Введение

Настоящая работа является продолжением статьи [1], поэтому для удобства в ней сохранена сквозная нумерация формул.

Реализация метода.

Системы уравнений (9) – (11) используются для нахождения параметров компонентов параллельного инвертора тока (рис. 1*а*), работу которого в полупериодах при

$kT \le t \le kT + T/2$,
$kT + T/2 \le t \le (k+1)T$,
$k = 0, 1, 2, \ldots$,

отражают схемы замещения, представленные на рис. 1б и 1в.

Период работы инвертора $T = 1/f = 10^{-3}$ с, где $f = 1000$ Гц – частота работы инвертора [2, 3].

Исходная информация о переменных состояния и входном воздействии, полученная с графиков желаемого переходного процесса для первого полупериода третьего периода работы первой схемы замещения (рис. 1б), приведена в таблице, где представлены значения токов и напряжений в схеме параллельного инвертора.

$t_1 = h$	$x_{11} = u_C(t_1)$	$x_{21} = i_L(t_1)$	$x_{31} = i_{L_0}(t_1)$	v_{11}	v_{21}	v_{31}
$9 \cdot 10^{-6}$ с	2,358 В	–23,82 А	7,342 А	300 В	0 В(А)	0 В(А)
$t_2 = 2h$	$x_{12} = u_C(t_2)$	$x_{22} = i_L(t_2)$	$x_{32} = i_{L_0}(t_2)$	v_{12}	v_{22}	v_{32}
$1{,}8 \cdot 10^{-5}$ с	4,908 В	–23,55 А	7,375 А	300 В	0 В(А)	0 В(А)
$t_3 = 3h$	$x_{13} = u_C(t_3)$	$x_{23} = i_L(t_3)$	$x_{33} = i_{L_0}(t_3)$	v_{13}	v_{23}	v_{33}
$2{,}7 \cdot 10^{-5}$ с	7,433 В	–23,17 А	7,407 А	300 В	0 В(А)	0 В(А)
$t_4 = 4h$	$x_{14} = u_C(t_4)$	$x_{24} = i_L(t_4)$	$x_{34} = i_{L_0}(t_4)$	v_{14}	v_{24}	v_{34}
$3{,}6 \cdot 10^{-5}$ с	9,927 В	–22,70 А	7,440 А	300 В	0 В(А)	0 В(А)
$t_5 = 5h$	$x_{15} = u_C(t_5)$	$x_{25} = i_L(t_5)$	$x_{35} = i_{L_0}(t_5)$	v_{15}, В	v_{25}	v_{35}
$4{,}5 \cdot 10^{-5}$ с	12,38 В	–22,14 А	7,472 А	300 В	0 В(А)	0 В(А)
$t_6 = 6h$	$x_{16} = u_C(t_6)$	$x_{26} = i_L(t_6)$	$x_{36} = i_{L_0}(t_6)$	v_{16}	v_{26}	v_{36}
$5{,}4 \cdot 10^{-5}$ с	14,79 В	–21,48 А	7,504 А	300 В	0 В(А)	0 В(А)
$t_7 = 7h$	$x_{17} = u_C(t_7)$	$x_{27} = i_L(t_7)$	$x_{37} = i_{L_0}(t_7)$	v_{17}	v_{27}	v_{37}
$6{,}3 \cdot 10^{-5}$ с	17,14 В	–20,74 А	7,535 А	300 В	0 В(А)	0 В(А)

Математическая модель первой схемы замещения инвертора имеет вид:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bv,\ \ x = \begin{pmatrix} u_C \\ i_L \\ i_{L_0} \end{pmatrix};\ v = \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};\ A = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{C} & \frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & -\frac{R}{L} & 0 \\ -\frac{1}{L_0} & 0 & -\frac{R_0}{L_0} \end{pmatrix};\ B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L_0} & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

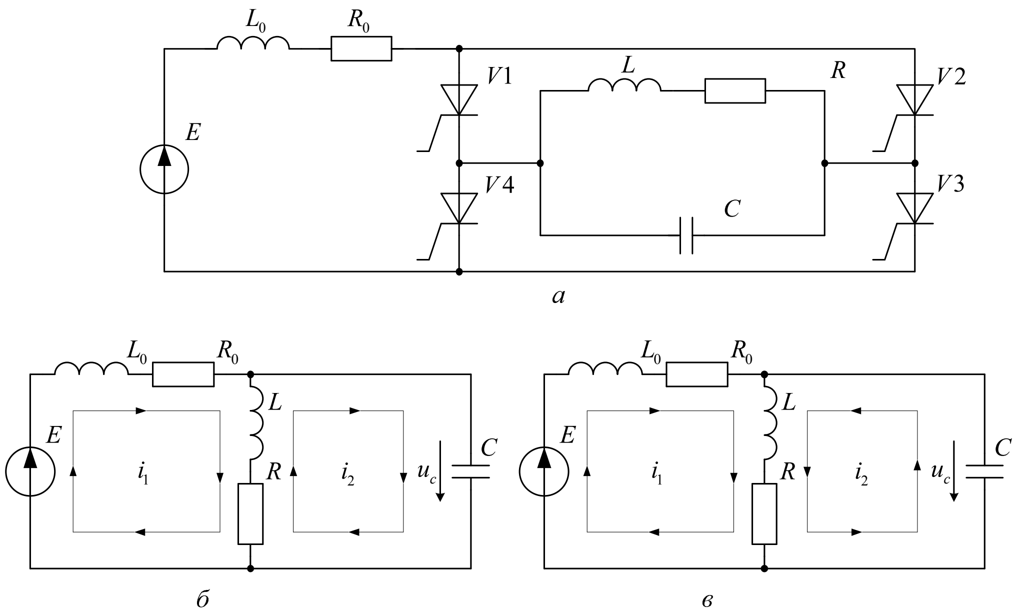

Рис. 1. Параллельный инвертор: принципиальная схема; б) схема замещения в первом полупериоде; в) схема замещения во втором полупериоде.

Графики переходного процесса показаны на рис. 2.

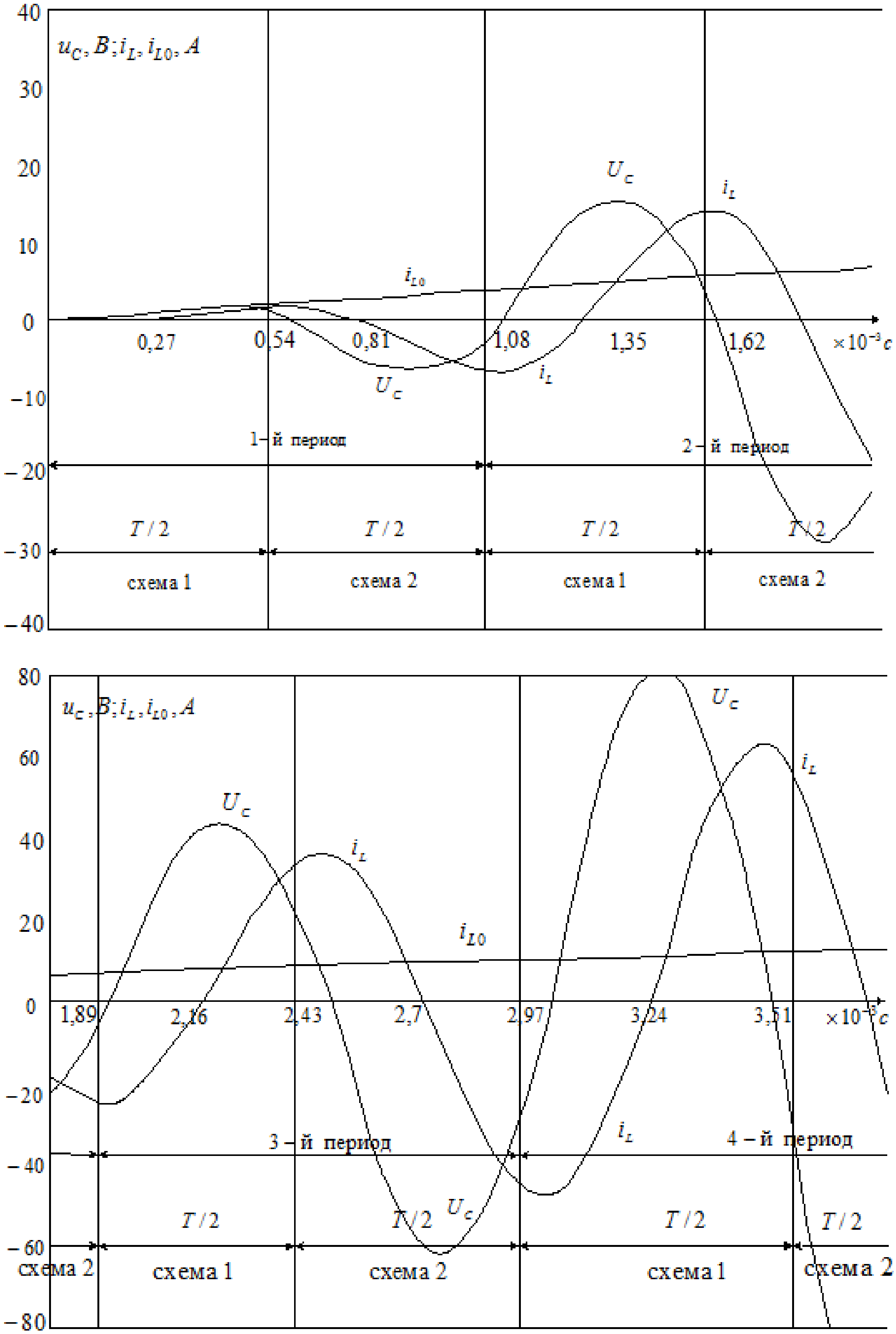

Рис. 2. Временные диаграммы токов и напряжений в инверторе.

Для первой схемы замещения инвертора, используя математическую модель описания процессов, последовательно находим:

1) $a_{11}=0$, $a_{12}=-\frac{1}{C}$, $a_{13}=\frac{1}{C}$, $b_{11}=0$, $b_{12}=0$, $b_{13}=0$, $a_{21}=\frac{1}{L}$,

$a_{22}=-\frac{R}{L}$, $a_{23}=0$, $b_{21}=0$, $b_{22}=0$, $b_{23}=0$, $a_{31}=-\frac{1}{L_0}$, $a_{32}=0$,

$a_{33}=-\frac{R_0}{L_0}$, $b_{31}=\frac{1}{L_0}$, $b_{32}=0$, $b_{33}=0$;

2) $\bar{a}_{11}=\sum_{j=1}^{3}a_{1j}a_{j1}=-\frac{1}{C}\left(\frac{1}{L}+\frac{1}{L_0}\right)$, $\bar{a}_{12}=\sum_{j=1}^{3}a_{1j}a_{j2}=\frac{1}{C}\frac{R}{L}$,

$\bar{a}_{13}=\sum_{j=1}^{3}a_{1j}a_{j3}=-\frac{1}{C}\frac{R_0}{L_0}$, $\bar{a}_{21}=\sum_{j=1}^{3}a_{2j}a_{j1}=-\frac{1}{L}\frac{R}{L}$,

$\bar{a}_{22}=\sum_{j=1}^{3}a_{2j}a_{j2}=-\frac{1}{C}\frac{1}{L}+\frac{R}{L}\frac{R}{L}$, $\bar{a}_{23}=\sum_{j=1}^{3}a_{2j}a_{j3}=\frac{1}{C}\frac{1}{L}$,

$\bar{a}_{31}=\sum_{j=1}^{3}a_{3j}a_{j1}=\frac{1}{L}\frac{R_0}{L_0}$, $\bar{a}_{32}=\sum_{j=1}^{3}a_{3j}a_{j2}=\frac{1}{C}\frac{1}{L_0}$,

$\bar{a}_{33}=\sum_{j=1}^{3}a_{3j}a_{j3}=-\frac{1}{C}\frac{1}{L_0}+\frac{R_0}{L_0}\frac{R_0}{L_0}$;

3) $a_{11(1)}=1+ha_{11}+\frac{1}{2}h^2\bar{a}_{11}=1-\frac{h^2}{2}\frac{1}{C}\left(\frac{1}{L}+\frac{1}{L_0}\right)$,

$a_{12(1)}=ha_{12}+\frac{1}{2}h^2\bar{a}_{12}=-\frac{h}{C}\left(1-\frac{h}{2}\frac{R}{L}\right)$,

$a_{13(1)}=ha_{13}+\frac{1}{2}h^2\bar{a}_{13}=\frac{h}{C}\left(1-\frac{h}{2}\frac{R_0}{L_0}\right)$,

$a_{21(1)}=ha_{21}+\frac{1}{2}h^2\bar{a}_{21}=\frac{h}{L}\left(1-\frac{h}{2}\frac{R}{L}\right)$,

$a_{22(1)}=1+ha_{22}+\frac{1}{2}h^2\bar{a}_{22}=1-h\frac{R}{L}-\frac{h^2}{2}\left(\frac{1}{C}\frac{1}{L}-\frac{R}{L}\frac{R}{L}\right)$,

$a_{23(1)}=ha_{23}+\frac{1}{2}h^2\bar{a}_{23}=\frac{h^2}{2}\frac{1}{C}\frac{1}{L}$,

$a_{31(1)}=ha_{31}+\frac{1}{2}h^2\bar{a}_{31}=-\frac{h}{L_0}\left(1-\frac{h}{2}\frac{R_0}{L_0}\right)$,

$a_{32(1)}=ha_{32}+\frac{1}{2}h^2\bar{a}_{32}=\frac{h^2}{2}\frac{1}{C}\frac{1}{L_0}$,

$$a_{33(1)} = 1 + ha_{33} + \frac{1}{2}h^2\bar{a}_{33} = 1 - h\frac{R_0}{L_0} - \frac{h^2}{2}\left(\frac{1}{C}\frac{1}{L_0} - \frac{R_0}{L_0}\frac{R_0}{L_0}\right);$$

4) $$a_{11(2)} = 1 + \frac{1}{2}ha_{11} + \frac{1}{6}h^2\bar{a}_{11} = 1 - \frac{h^2}{6}\frac{1}{C}\left(\frac{1}{L} + \frac{1}{L_0}\right),$$

$$a_{12(2)} = \frac{1}{2}ha_{12} + \frac{1}{6}h^2\bar{a}_{12} = -\frac{h}{2}\frac{1}{C}\left(1 - \frac{h}{3}\frac{R}{L}\right),$$

$$a_{13(2)} = \frac{1}{2}ha_{13} + \frac{1}{6}h^2\bar{a}_{13} = \frac{h}{2}\frac{1}{C}\left(1 - \frac{h}{3}\frac{R_0}{L_0}\right),$$

$$a_{21(2)} = \frac{1}{2}ha_{21} + \frac{1}{6}h^2\bar{a}_{21} = \frac{h}{2}\frac{1}{L}\left(1 - \frac{h}{3}\frac{R}{L}\right),$$

$$a_{22(2)} = 1 + \frac{1}{2}ha_{22} + \frac{1}{6}h^2\bar{a}_{22} = 1 - \frac{h}{2}\frac{R}{L} - \frac{h^2}{6}\left(\frac{1}{C}\frac{1}{L} - \frac{R}{L}\frac{R}{L}\right),$$

$$a_{23(2)} = \frac{1}{2}ha_{23} + \frac{1}{6}h^2\bar{a}_{23} = \frac{h^2}{6}\frac{1}{C}\frac{1}{L},$$

$$a_{31(2)} = \frac{1}{2}ha_{31} + \frac{1}{6}h^2\bar{a}_{31} = -\frac{h}{2}\frac{1}{L_0}\left(1 - \frac{h}{3}\frac{R_0}{L_0}\right),$$

$$a_{32(2)} = \frac{1}{2}ha_{32} + \frac{1}{6}h^2\bar{a}_{32} = \frac{h^2}{6}\frac{1}{C}\frac{1}{L_0},$$

$$a_{33(2)} = 1 + \frac{1}{2}ha_{33} + \frac{1}{6}h^2\bar{a}_{33} = 1 - \frac{h}{2}\frac{R_0}{L_0} - \frac{h^2}{6}\left(\frac{1}{C}\frac{1}{L_0} - \frac{R_0}{L_0}\frac{R_0}{L_0}\right);$$

5) $$b_{11(1)} = h\sum_{j=1}^{3}a_{1j(2)}b_{j1} = \frac{h^2}{2}\frac{1}{C}\frac{1}{L_0}\left(1 - \frac{h}{3}\frac{R_0}{L_0}\right),$$

$$b_{12(1)} = h\sum_{j=1}^{3}a_{1j(2)}b_{j2} = 0,\ b_{13(1)} = h\sum_{j=1}^{3}a_{1j(2)}b_{j3} = 0,$$

$$b_{21(1)} = h\sum_{j=1}^{3}a_{2j(2)}b_{j1} = \frac{h^3}{6}\frac{1}{C}\frac{1}{L}\frac{1}{L_0},\ b_{22(1)} = h\sum_{j=1}^{3}a_{2j(2)}b_{j2} = 0,$$

$$b_{23(1)} = h\sum_{j=1}^{3}a_{2j(2)}b_{j3} = 0,$$

$$b_{31(1)} = h\sum_{j=1}^{3}a_{3j(2)}b_{j1} = \frac{h}{L_0}\left[1 - \frac{h}{2}\frac{R_0}{L_0} - \frac{h^2}{6}\left(\frac{1}{C}\frac{1}{L_0} - \frac{R_0}{L_0}\frac{R_0}{L_0}\right)\right],$$

$$b_{32(1)} = h\sum_{j=1}^{3}a_{3j(2)}b_{j2} = 0;\ \ b_{33(1)} = h\sum_{j=1}^{3}a_{3j(2)}b_{j3} = 0.$$

Так как

$a_{11(1)} = y_1$; $a_{12(1)} = y_2$; $a_{13(1)} = y_3$; $b_{11(1)} = y_4$;

$$b_{12(1)} = y_5 = 0;\ b_{13(1)} = y_6 = 0;\ a_{21(1)} = z_1;\ a_{22(1)} = z_2;$$
$$a_{23(1)} = z_3;\ b_{21(1)} = z_4;\ b_{22(1)} = z_5 = 0;\ b_{23(1)} = z_6 = 0; \quad (12)$$
$$a_{31(1)} = w_1;\ a_{32(1)} = w_2;\ a_{33(1)} = w_3;\ b_{31(1)} = w_4;$$
$$b_{32(1)} = w_5 = 0;\ b_{33(1)} = w_6 = 0,$$

а поскольку все коэффициенты $a_{ij(1)}$ и $b_{ij(1)}$ выражены через отношения компонентов схемы, записанных в символических обозначениях, то, определив значения y_1, …, y_4, z_1, …, z_4 и w_1, …, w_4 путем решения систем уравнений (9), (10) и (11) при известных коэффициентах α_{ij}, представленных в вышеприведенной таблице, получим систему уравнений для нахождения параметров компонентов схемы.

Системы уравнений (9) – (11) в совместной форме записи имеют вид:

$$\begin{aligned}
&2{,}358y_1(z_1)[w_1] - 23{,}82y_2(z_2)[w_2] + 7{,}342y_3(z_3)[w_3] + 300y_4(z_4)[w_4] = \\
&\qquad = 4{,}908(-23{,}55)[7{,}375];\\
&4{,}908y_1(z_1)[w_1] - 23{,}55y_2(z_2)[w_2] + 7{,}375y_3(z_3)[w_3] + 300y_4(z_4)[w_4] = \\
&\qquad = 7{,}433(-23{,}17)[7{,}407];\\
&7{,}433y_1(z_1)[w_1] - 23{,}17y_2(z_2)[w_2] + 7{,}407y_3(z_3)[w_3] + 300y_4(z_4)[w_4] = \\
&\qquad = 9{,}927(-22{,}70)[7{,}440];\\
&9{,}927y_1(z_1)[w_1] - 22{,}70y_2(z_2)[w_2] + 7{,}440y_3(z_3)[w_3] + 300y_4(z_4)[w_4] = \\
&= 12{,}38(-22{,}14)[7{,}472];\\
&12{,}38y_1(z_1)[w_1] - 22{,}14y_2(z_2)[w_2] + 7{,}472y_3(z_3)[w_3] + 300y_4(z_4)[w_4] = \\
&\qquad = 14{,}79(-21{,}48)[7{,}504];\\
&14{,}79y_1(z_1)[w_1] - 21{,}48y_2(z_2)[w_2] + 7{,}504y_3(z_3)[w_3] + 300y_4(z_4)[w_4] = \\
&\qquad = 17{,}14(-20{,}74)[7{,}535].
\end{aligned} \quad (13)$$

Система уравнений (13) является переопределенной, поэтому для нахождения неизвестных $y_1,\ldots,y_4$, $(z_1,\ldots,z_4)$, $[w_1,\ldots,w_4]$ требуется решение любых четырех уравнений из системы.

Решая системы уравнений (13) [4], получим:

$$(1)\ \overbrace{a_{11(1)} = 1 - \frac{h^2}{2}\frac{1}{C}\left(\frac{1}{L} + \frac{1}{L_0}\right)}^{\text{модель}} = \overbrace{y_1 = 0{,}9983888}^{\text{синтез}};$$

$$(2)\ a_{12(1)} = -\frac{h}{C}\left(1 - \frac{h}{2}\frac{R}{L}\right) = y_2 = -0{,}0818834;$$

$$(3)\ a_{13(1)} = \frac{h}{C}\left(1 - \frac{h}{2}\frac{R_0}{L_0}\right) = y_3 = 0{,}0821167;$$

$$(4)\ b_{11(1)} = \frac{h^2}{2}\frac{1}{C}\frac{1}{L_0}\left(1-\frac{h}{3}\frac{R_0}{L_0}\right) = y_4 = 4{,}56204\cdot 10^{-6};$$

$$(5)\ a_{21(1)} = \frac{h}{L}\left(1-\frac{h}{2}\frac{R}{L}\right) = z_1 = 0{,}0390192;$$

$$(6)\ a_{22(1)} = 1-h\frac{R}{L}-\frac{h^2}{2}\left(\frac{1}{C}\frac{1}{L}-\frac{R}{L}\frac{R}{L}\right) = z_2 = 0{,}9927262; \qquad (14)$$

$$(7)\ a_{23(1)} = \frac{h^2}{3}\frac{1}{C}\frac{1}{L} = z_3 = 1{,}60663\cdot 10^{-3};$$

$$(8)\ b_{21(1)} = \frac{h^3}{6}\frac{1}{C}\frac{1}{L}\frac{1}{L_0} = z_4 = 5{,}95049\cdot 10^{-8};$$

$$(9)\ a_{31(1)} = -\frac{h}{L_0}\left(1-\frac{h}{2}\frac{R_0}{L_0}\right) = w_1 = -1{,}11111\cdot 10^{-4};$$

$$(10)\ a_{32(2)} = \frac{h^2}{2}\frac{1}{C}\frac{1}{L_0} = w_2 = 4{,}56204\cdot 10^{-6};$$

$$(11)\ a_{33(1)} = 1-h\frac{R_0}{L_0}-\frac{h^2}{2}\left(\frac{1}{C}\frac{1}{L_0}-\frac{R_0}{L_0}\frac{R_0}{L_0}\right) = w_3 = 0{,}9999943;$$

$$(12)\ b_{31(1)} = \frac{h}{L_0}\left[1-\frac{h}{2}\frac{R_0}{L_0}-\frac{h^2}{6}\left(\frac{1}{C}\frac{1}{L_0}-\frac{R_0}{L_0}\frac{R_0}{L_0})\right)\right] = w_4 = 1{,}1111\cdot 10^{-4}.$$

Одним из возможных вариантов реализации системы равенств (14) является следующая последовательность действий.

Из уравнений (7) и (2) системы находим

$$\frac{1}{L} = \frac{2\cdot 1{,}60663\cdot 10^{-3}\cdot C}{h^2},$$

$$\frac{R}{L} = \frac{2(h-0{,}0818834\cdot C)}{h^2}.$$

Подставляя эти выражения в равенство (6), получим уравнение

$$\frac{2}{h^2}a^2-\frac{2}{h}a+5{,}66717\cdot 10^{-3}=0,$$

где $a = h - 0{,}0818834\cdot C$. Откуда находим

$$a_{1,2} = \frac{(1\pm 0{,}9943166)}{2}h, \text{ или}$$

$$a_1 = 8{,}97442\cdot 10^{-6} \text{ и } a_2 = 2{,}55753\cdot 10^{-8}.$$

Следовательно, C принимает значения $C = 3{,}12338\cdot 10^{-7}$ Ф и $C = 1{,}096\cdot 10^{-4}$ Ф.

Выбираем $C = 1{,}096\cdot 10^{-4}$ Ф, поскольку другое значение C явно мало. Находим

$$L = \frac{h^2}{2 \cdot 1{,}60663 \cdot 10^{-3} \cdot C} = 2{,}3 \cdot 10^{-4} \text{ Гн};$$

$$R = \frac{2(h - 0{,}0818834 \cdot C)L}{h^2} = 0{,}14524 \text{ Ом}.$$

Используя, например, уравнения (10) и (3) системы равенств (14), получим:

$$L_0 = \frac{h^2}{2}\frac{1}{C}\frac{1}{4{,}56204 \cdot 10^{-3}} = 0{,}081 \text{ Гн},$$

$$R_0 = \frac{2(h - 0{,}0821167 \cdot C)L_0}{h^2} = 0{,}01 \text{ Ом}.$$

При подстановке полученных значений параметров компонентов схемы в уравнение (1) с последующим его решением (задача анализа) получаем графики желаемого переходного процесса, приведенные на рис. 2. Таким образом, задача параметрического синтеза решена достаточно точно.

Заключение

Предложенный метод параметрического синтеза электронных устройств обладает наглядностью и общностью подхода к решению задачи, универсален и обеспечивает высокую точность определения параметров компонентов электронной схемы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Чье Ен Ун, Шеин А.Б.* Решение задачи параметрического синтеза электронных устройств на основе уравнений состояния. I // Информатика и системы управления. – 2015. – №1(44). – С. 83-92.
2. *Шеин А.Б., Лазарева Н.М.* Методы проектирования электронных устройств. – М.: Инфра–инженерия, 2011.
3. *Чье Ен Ун, Шеин А.Б., Шеин Е.Б.* Схемотехника преобразователей частоты для электротехнологических установок. – Хабаровск: Изд-во Тихоокеанского гос.ун-та, 2014.
4. *Чье Ен Ун, Шеин А.Б.* Метод решения систем линейных алгебраических уравнений для задач моделирования электронных устройств // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. –2012. – № 4 (36). – С.21-26.

E-mail:
Чье Ен Ун – chye@ais.khstu.ru;
Шеин Александр Борисович – shabishzl@yandex.ru.