



УДК 681.51

© 2017 г. **Е.А. Шеленок**, канд. техн. наук
(Тихоокеанский государственный университет, Хабаровск)

ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОЕ РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ОДНИМ КЛАССОМ МНОГОСВЯЗНЫХ НЕАФФИННЫХ ОБЪЕКТОВ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПО СОСТОЯНИЮ*

В статье решается задача построения нелинейного робастного регулятора для системы децентрализованного управления классом априорно неопределенных неаффинных по входу нестационарных динамических объектов с известным запаздыванием по состоянию, работающих при постоянном действии внешних возмущений. В качестве методов решения используются критерий гиперустойчивости и условия L -диссипативности.

Ключевые слова: робастное управление, многосвязный динамический объект, априорная неопределенность, фильтр-корректор, L -диссипативность, критерий гиперустойчивости.

DOI: 10.22250/isu.2016.52.119-130

Введение

Одними из актуальных в современной теории управления являются вопросы проектирования регуляторов для так называемых неаффинных по управлению объектов. Данный класс динамических объектов имеет достаточно широкий спектр применения и встречается в задачах управления биомеханическими системами [1], некоторых системах управления динамикой летательных аппаратов [2], динамических моделях систем позиционирования маятников [3, 4], в системах управления подводными аппаратами [5] и др. Главной особенностью неаффинных систем по сравнению с аффинными является то, что входящие в уравнения динамики управляющие сигналы задаются в виде некоторых нелинейных за-

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №17-08-00871).

висимостей. В этой связи задачи разработки законов управления для подобных систем усложняются и требуют для корректного решения применения специальных подходов [6, 7].

В течение последних десятилетий получены различные схемы управления применительно к неаффинным системам [8 – 13]. Так, в [8, 9] предложены регуляторы и рассмотрены примеры управления маятниками. В работе [10] с использованием метода разделения движений синтезирована нелинейная система с широтно-импульсным модулятором в канале управления. В [11, 12] решены задачи построения нелинейных регуляторов для системы управления полетом и системы управления беспилотным летательным аппаратом. Статья [13] посвящена проектированию оптимального регулятора для системы управления неаффинными объектами.

Согласно результатам работ [14, 15], синтез алгоритмов управления для неаффинных систем можно осуществлять на базе методики разработки аффинных систем управления с использованием критерия гиперустойчивости и условий L -диссипативности [16 – 27]. При этом ключевой момент решения указанной задачи состоит в получении нового вида оценок слагаемых, входящих в интегральное неравенство В. М. Попова.

В настоящей статье рассматривается задача построения системы децентрализованного нелинейного робастного управления многосвязными неаффинными по входу нестационарными динамическими объектами с запаздыванием по состоянию. В качестве методов решения используются критерий гиперустойчивости, условия L -диссипативности, а также результаты [14 – 27].

Математическое описание исходной системы управления

Рассматривается динамический объект, относящийся к классу многосвязных неаффинных по управлению нестационарных объектов с запаздыванием по состоянию, движение локальных подсистем которого описывается следующими уравнениями:

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = A_i x_i(t) + B_i(t) [\alpha_i^T(t) x_i(t) + \gamma_i^T(t) x_i(t - \tau_i) + \varphi_i(u_i(t)) + f_i(x_i(t), u_i(t))] + \sigma_i(t), \quad y_i(t) = x_i(t); \quad x_i(q_i) = \phi_i(q_i), \quad q_i \in [-\tau_i; 0], \quad (1)$$

$$\sigma_i(t) = [0, \dots, 0, \sigma_{(n_i)_i}(t)]^T, \quad \sigma_{(n_i)_i}(t) = \psi_{(n_i)_i}(t) + \sum_{j=1}^k \theta_{ij}(t); \quad i = 1, 2, \dots, k; \quad i \neq j,$$

где $x_i(t) = [x_{1_i}(t), x_{2_i}(t), \dots, x_{(n_i)_i}(t)]^T \in R^{n_i}$ – вектор переменных состояния i -й подсистемы; $u_i(t) \in R$ и $y_i(t) \in R$ – соответственно скалярные вход (управление) и выход (регулируемая переменная) i -х локальных подсистем; A_i – нильпотентная

(верхне-сдвиговая) матрица соответствующего размера; $B_i(t) = [0, \dots, 0, b_{(n_i)_i}(t)]^T$, $\alpha_i^T(t) = [\alpha_{0_i}(t), \alpha_{1_i}(t), \dots, \alpha_{(n_i-1)_i}(t)]$, $\gamma_i^T(t) = [\gamma_{0_i}(t), \gamma_{1_i}(t), \dots, \gamma_{(n_i-1)_i}(t)]$ – нестационарные векторы; $\varphi_i(u_i(t)) \in R$ и $f_i(x_i(t), u_i(t)) \in R$ – гладкие нелинейные функции; $\tau_i = const > 0$ – известное временное запаздывание; $\phi_i(q_i)$ – ограниченная начальная функция; $\sigma_i(t) \in R^{n_i}$ – вектор эквивалентных возмущений, действующих на соответствующую локальную подсистему; $\psi_{(n_i)_i}(t) \in R$ – скалярный сигнал постоянно действующих внешних возмущений; $\theta_{ij}(t) \in R$ – сигнал перекрестной связи, действующей на i -ю подсистему со стороны j -й подсистемы с динамикой

$$\frac{dx_{ij}(t)}{dt} = A_{ij}x_{ij}(t) + B_{ij}y_j(t), \quad \theta_{ij}(t) = L_{ij}^T x_{ij}(t), \quad i \neq j, \quad (2)$$

где $x_{ij}(t) = [x_{1_{ij}}(t), x_{2_{ij}}(t), \dots, x_{(n_{ij})_{ij}}(t)]^T \in R^{n_{ij}}$ – вектор состояния перекрестной связи; $B_{ij} = [0, \dots, 0, 1]^T$, A_{ij} , L_{ij}^T – соответственно стационарные матрица и векторы.

Функционирование объекта управления (1), (2) протекает при выполнении следующих *допущений*:

1) элементы векторов $B_i(t)$, $\alpha_i(t)$ и $\gamma_i(t)$ являются ограниченными функциями, определенными с точностью до диапазонов

$$\begin{aligned} 0 < b_{(n_i)_i}^- \leq b_{(n_i)_i}(t) \leq b_{(n_i)_i}^+; \quad |\alpha_{0_i}(t)| \leq \alpha_{0_i}^+, \dots, |\alpha_{(n_i-1)_i}(t)| \leq \alpha_{(n_i-1)_i}^+; \\ |\gamma_{0_i}(t)| \leq \gamma_{0_i}^+, \dots, |\gamma_{(n_i-1)_i}(t)| \leq \gamma_{(n_i-1)_i}^+, \quad \forall t \geq 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где $b_{(n_i)_i}^-$, $b_{(n_i)_i}^+$; $\alpha_{0_i}^+$, ..., $\alpha_{(n_i-1)_i}^+$; $\gamma_{0_i}^+$, ..., $\gamma_{(n_i-1)_i}^+$ – известные числа;

2) внешние неизмеримые помехи $\psi_{(n_i)_i}(t)$ и неизвестные нелинейные функции $f_i(x_i(t), u_i(t))$, $\varphi_i(u_i(t))$ удовлетворяют соотношениям:

$$\begin{aligned} |\psi_{(n_i)_i}(t)| \leq \varepsilon_{01_i} = const, \quad f_i(x_i(t), u_i(t)) \geq \varepsilon_{02_i} = const, \\ |\varphi_i(u_i(t))| \leq \varepsilon_{03_i} = const, \quad \forall t \geq 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где ε_{01_i} , ε_{02_i} , ε_{03_i} – известные величины;

3) относительный порядок локальных подсистем ρ_i известен и равен n_i ;

4) для непосредственного измерения доступны только сигналы выходов локальных подсистем $y_i(t)$;

5) векторы B_{ij} , L_{ij} и матрица A_{ij} заданы так, что перекрестные связи (2) имеют передаточные функции, соответствующие устойчивым динамическим звеньям

$$W_{ij}(s) = \frac{L_{ij}^T (sE_{ij} - A_{ij})^+ B_{ij}}{\det(sE_{ij} - A_{ij})} = \frac{b_{ij}(s)}{c_{ij}(s)}, \quad (5)$$

где s – комплексная переменная; $(\cdot)^+$ – присоединенная матрица; E_{ij} – единичная матрица соответствующего размера; $b_{ij}(s)$, $c_{ij}(s)$ – гурвицевы полиномы;

б) выходы $\theta_{ij}(t)$ перекрестных связей (2) и сигналы $\sigma_{(n_i)_i}(t)$, с учетом (4), являются ограниченными по величине функциями:

$$\left| \sum_{j=1}^k \theta_{ij}(t) \right| \leq \theta_{0_{ij}}, \quad \theta_{0_{ij}} = \text{const} > 0; \quad |\sigma_{(n_i)_i}(t)| \leq \tilde{\varepsilon}_{03_i}, \quad \tilde{\varepsilon}_{03_i} = \text{const} > 0, \quad \forall t \geq 0, \quad (6)$$

где $\tilde{\varepsilon}_{03_i}$ – известная константа.

Требуемую динамику локальных подсистем объекта (1) определим по аналогии с [15, 28] с помощью локальных явных эталонных моделей с двумя выходами:

$$\frac{dx_{M_i}(t)}{dt} = A_{M_i} x_{M_i}(t) + B_{M_i} r_i(t), \quad (7)$$

$$y_{M_i}(t) = x_{M1_i}(t), \quad (8)$$

$$z_{M_i}(t) = g_i^T x_{M1_i}(t), \quad (9)$$

где $x_{M_i}(t) = [x_{M1_i}(t), x_{M2_i}(t), \dots, x_{M(n_i)_i}(t)]^T \in R^{n_i}$ – эталонные переменные состояния; $B_{M_i} = [0, \dots, 0, b_{M(n_i)_i}]^T$, $b_{M(n_i)_i} = \text{const} > 0$ – стационарный вектор; $r_i(t) \in R$ – скалярный командный сигнал; $y_{M_i}(t) \in R$ – основной выход эталона, определяющий требуемое движение каждой из локальных подсистем (1); $z_{M_i}(t) \in R$ – вспомогательный выход эталона, задающий динамику основных контуров управления локальных подсистем; $g_i^T = [1, g_{1_i}, \dots, g_{(n_i-2)_i}, g_{(n_i-1)_i}]$ – заданный вектор; $A_{M_i} = (A_i - B_{M_i} \alpha_{M_i}^T)$ – гурвицева матрица; $\alpha_{M_i}^T = [\alpha_{M0_i}, \alpha_{M1_i}, \dots, \alpha_{M(n_i-1)_i}]$ – вектор с заданными числами.

Постановка задачи

Для многосвязного объекта (1), (2) с использованием явного эталона (7) – (9) требуется синтезировать явный вид закона управления

$$u_i(t) = u_i(x_i(t), x_i(t - \tau_i), r_i(t)), \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad (10)$$

за счет которого для локальных подсистем (1), (2), (5) при любых начальных условиях $x_i(0) = x_{0_i}$ и любом уровне априорной параметрической неопределенности (3), (4), (6) было бы обеспечено слежение сигналов $y_i(t)$ за эталонными воздейст-

виями $y_{M_i}(t)$ и для невязок $(y_{M_i}(t) - y_i(t))$ выполнялось целевое условие

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y_{M_i}(t) - y_i(t)| = \lim_{t \rightarrow \infty} |\Delta y_i(t)| \leq \Delta_{0_i}, \quad (11)$$

где $\Delta_{0_i} = \text{const} > 0$ – малые величины относительно максимальных значений эталонных сигналов $y_{M_i}(t)$.

Отметим, что с учетом (5), (6) следует, что сигналы $y_i(t)$ являются ограниченными по абсолютному значению функциями времени. Поэтому для некоторых Δ_{0_i} всегда можно выполнить условие (11).

Метод решения, робастный регулятор и L -диссипативность системы управления

Для решения поставленной задачи воспользуемся методикой, изложенной в работах [14 – 21, 28].

Синтез робастного закона управления. Предположим, что векторы состояния $x_i(t)$ объекта управления (1), (2) являются полностью измеримыми, и введем в рассмотрение вспомогательные выходы $z_i(t) = g_i^T x_i(t)$ для каждой из локальных подсистем (1). В этом случае, используя вектор рассогласования переменных состояния $x_{M_i}(t)$ локальных эталонов (7) – (9) и подсистем объекта $x_i(t)$, запишем эквивалентное математическое описание исследуемой на устойчивость системы следующим образом:

$$\frac{d(x_{M_i}(t) - x_i(t))}{dt} = \frac{de_i(t)}{dt} = A_{M_i}(t)e_i(t) + B_{M_i}\mu_i(t), \quad (12)$$

$$v_i(t) = g_i^T e_i(t), \Delta y_i(t) = y_{M_i}(t) - y_i(t),$$

$$\begin{aligned} \mu_i(t) = & -\frac{1}{b_{M(n_i)_i}} \left\{ b_{(n_i)_i}(t) \left((\alpha_{M_i} + a_i(t))^T x_i(t) + \gamma_i^T(t) x_i(t - \tau_i) + \varphi_i(u_i(t)) + \right. \right. \\ & \left. \left. + u_i(t) f_i(x_i(t), u_i(t)) \right) + \sigma_{(n_i)_i}(t) \right\} + r_i(t), \end{aligned} \quad (13)$$

где $\mu_i(t)$ – видоизмененное управление; $v_i(t)$ – сигналы рассогласования по вспомогательным выходам подсистем (для основных контуров управления локальных подсистем); $\Delta y_i(t)$ – сигналы ошибок по основным выходам подсистем.

В соответствии с требованиями критерия гиперустойчивости для полученной эквивалентной системы (12), (13) необходимо выполнить два условия:

$$\text{Re}[W_i(j\omega)] > 0, \forall \omega \geq 0, \quad (14)$$

$$\eta_i(0, t) = -\int_0^t \mu_i(\zeta) v_i(\zeta) d\zeta \geq -\lambda_{0_i}, \forall t \geq 0, \quad (15)$$

где $W_i(j\omega)$ – частотные передаточные функции линейных стационарных частей (12) исследуемой системы; $\lambda_{0_i} = const$.

Передаточные функции линейной части основных локальных контуров системы (12) примут вид

$$W_i(s) = \frac{v_i(s)}{\mu_i(s)} = g_i^T (sE_i - A_{M_i})^{-1} B_{M_i} = \frac{g_i^T (sE_i - A_{M_i})^+ B_{M_i}}{\det(sE_i - A_{M_i})}. \quad (16)$$

При этом, осуществляя выбор значений коэффициентов векторов g_i , исходя из соотношения

$$\begin{aligned} \det(sE_i - A_{M_i}) &= s^{n_i} + \alpha_{M(n_i-1)_i} s^{n_i-1} + \dots + \alpha_{M1_i} s + \alpha_{M0_i} = \\ &= (s + \alpha_i^*) g_i^T (sE_i - A_{M_i})^+ B_{M_i} = \\ &= (s + \alpha_i^*) \left(s^{n_i-1} + \frac{g_{(n_i-2)_i}}{g_{(n_i-1)_i}} s^{n_i-2} + \dots + \frac{g_{1_i}}{g_{(n_i-1)_i}} s + \frac{1}{g_{(n_i-1)_i}} \right) g_{(n_i-1)_i}, \end{aligned}$$

где α_i^* – любой из корней полинома $\alpha_{M_i}(s) = \det(sE_i - A_{M_i})$, математическую запись (16) можно преобразовать к описанию передаточной функции апериодического звена первого порядка

$$W_i(s) = b_{M(n_i)_i} \frac{\alpha_i^*}{s + \alpha_i^*},$$

для которого всегда выполнимо частотное условие (14):

$$\operatorname{Re}[W_i(j\omega)] = \operatorname{Re} \left[b_{M(n_i)_i} \frac{\alpha_i^*}{\alpha_i^* + j\omega} \right] = \alpha_i^* \sqrt{\frac{b_{M(n_i)_i}}{(\alpha_i^*)^2 + \omega^2}} > 0, \quad \forall \omega \geq 0.$$

Согласно результатам работ [15, 28], выполнение интегрального неравенства (15), левая часть которого в соответствии с описанием нелинейной части эквивалентной системы (13) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \eta_i(0, t) &= \frac{1}{b_{M(n_i)_i}} \int_0^t b_{(n_i)_i}(\zeta) (\alpha_{M_i} + \alpha_i(\zeta))^T x_i(\zeta) v_i(\zeta) d\zeta + \\ &+ \frac{1}{b_{M(n_i)_i}} \int_0^t b_{(n_i)_i}(\zeta) \beta_i^T(\zeta) x_i(\zeta - \tau_i) v_i(\zeta) d\zeta + \\ &+ \frac{1}{b_{M(n_i)_i}} \int_0^t (b_{(n_i)_i}(\zeta) \varphi_i(u_i(\zeta)) + \sigma_{(n_i)_i}(\zeta)) v_i(\zeta) d\zeta + \\ &+ \frac{1}{b_{M(n_i)_i}} \int_0^t b_{(n_i)_i}(\zeta) u_i(\zeta) f_i(x_i(\zeta), u_i(\zeta)) v_i(\zeta) d\zeta - \int_0^t r_i(\zeta) v_i(\zeta) d\zeta, \end{aligned}$$

может быть обеспечена за счет синтеза закона управления следующим образом:

$$u_i(t) = \left(h_{1_i} r_i^2(t) + \sum_{q=0}^{n_i-1} h_{2q_i} x_{(q+1)_i}^2(t) + \sum_{q=0}^{n_i-1} h_{3q_i} x_{(q+1)_i}^2(t - \tau_i) + h_{4_i} \right) v_i(t), \quad (17)$$

$$h_{1_i} = \text{const} \geq 0, h_{2q_i} = \text{const} \geq 0, h_{3q_i} = \text{const} \geq 0; h_{4_i} = \text{const} \geq 0, i = \overline{1, k},$$

где числовые значения параметров $h_{1_i}, h_{2q_i}, h_{3q_i}, h_{4_i}$ подбираются на этапе имитационного моделирования.

L-диссипативность системы управления. Поскольку синтез регулятора был осуществлен в предположении полной доступности внутренних состояний локальных подсистем (1) объекта управления, а для непосредственного измерения доступны лишь сигналы $y_i(t)$, то необходимо обеспечить техническую реализуемость робастного алгоритма (17). Для этого подключим к выходам подсистем (1) фильтр-корректоры [14, 19, 28]:

$$\frac{dx_{\Phi_i}(t)}{dt} = A_{\Phi_i} x_{\Phi_i}(t) + B_{\Phi_i} y_i(t), \quad z_{\Phi_i}(t) = c_{\Phi_i}^T x_{\Phi_i}(t) + D_{\Phi_i} y_i(t),$$

$$W_{\Phi_i}(s) = \frac{z_{\Phi_i}(s)}{y_i(s)} = \frac{c_{\Phi_i}^T (sE_i - A_{\Phi_i})^+ B_{\Phi_i} + D_{\Phi_i}}{\det(sE_i - A_{\Phi_i})} = \frac{g_i(s)}{(T_i s + 1)^{n_i-1}}, \quad (18)$$

$$T_i = \text{const} > 0, i = \overline{1, k},$$

где $x_{\Phi_i}(t) = [x_{\Phi_{1_i}}(t), x_{\Phi_{2_i}}(t), \dots, x_{\Phi_{(n_i-1)_i}}(t)]^T \in R^{n_i-1}$ – переменные состояния фильтра; $z_{\Phi_i}(t) \in R$ – выход фильтра; $A_{\Phi_i}, B_{\Phi_i}, C_{\Phi_i}, D_{\Phi_i}$ – заданные стационарные матрицы и векторы; $T_i \ll 1$ – малая постоянная времени.

Наличие фильтр-корректоров (18) приведет к потере гиперустойчивости системы (1) – (9), (17), (18) в силу присутствия в основных локальных контурах управления структурных возмущений

$$z_{\Phi_i}(s) = \frac{1}{(T_i s + 1)^{n_i-1}} \cdot z_i(s).$$

Однако за счет выбора числовых значений постоянных времени T_i , по аналогии с [14 – 19], из следующих специальных условий

$$T_i < T_{1_i} = \frac{0,93}{(n_i - 2) \cdot \alpha_{M1_i}}, \quad T_i < T_{2_i} = \frac{0,465 \cdot \alpha_{M1_i}}{(n_i - 1) \cdot \alpha_{M2_i}} \quad (19)$$

система управления (1) – (9), (17), (18) окажется *L-диссипативной* и сохранит работоспособность в заданном классе неопределенности. Технически реализуемый закон управления (17) при этом примет вид:

$$u_i(t) = \left(h_{1_i} r_i^2(t) + \sum_{q=0}^{n_i-1} h_{2q_i} \tilde{x}_{(q+1)_i}^2(t) + \sum_{q=0}^{n_i-1} h_{3q_i} \tilde{x}_{(q+1)_i}^2(t - \tau_i) + h_{4_i} \right) v_i(t), \quad i = \overline{1, k}, \quad (20)$$

где $\tilde{x}_i(t) = [x_{\phi_{1_i}}(t), x_{\phi_{2_i}}(t), \dots, x_{\phi_{(n_i-1)_i}}(t)] \in R^{n_i}$ – вектор, элементы которого соответствуют оценкам переменных состояния локальных подсистем (1).

Пример работы системы управления (1) – (9), (18), (20)

В качестве примера работы синтезированной системы управления рассмотрим задачу управления многосвязным нестационарным динамическим объектом, состоящим из двух локальных подсистем, описываемых следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1_1}(t) &= x_{2_1}(t); \\ \dot{x}_{2_1}(t) &= b_{2_1}(t)(a_{0_1}(t)x_{1_1}(t) + a_{1_1}(t)x_{2_1}(t) + \gamma_{0_1}(t)x_{1_1}(t - \tau_1) + \\ &\quad + \gamma_{1_1}(t)x_{2_1}(t - \tau_1) + \varphi_1(u_1(t)) + u_1(t)f_1(x_1(t), u_1(t))) + \psi_{2_1}(t); \\ y_1(t) &= x_{1_1}(t); x_{1_1}(0) = 0,5; x_{2_1}(0) = 0,5; \\ a_{0_1}(t) &= 0,6 \sin(t); a_{1_1}(t) = 0,9 \cos(0,3t); b_{2_1}(t) = 1,8 - \cos(1,5t); \\ \gamma_{0_1}(t) &= 0,3 \cos(t); \gamma_{1_1}(t) = 0,6 \sin(t); \\ \psi_{2_1}(t) &= 0,5 \sin(1,3t); \varphi_1(u_1(t)) = 0,7 \sin(0,15u_1(t)); \\ f_1(x_1(t), u_1(t)) &= 0,25u_1^2(t) + 0,3(1 + x_{2_1}^2(t)); \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1_2}(t) &= x_{2_2}(t); \\ \dot{x}_{2_2}(t) &= x_{3_2}(t); \\ \dot{x}_{3_2}(t) &= b_{3_2}(t)(a_{0_2}(t)x_{1_2}(t) + a_{1_2}(t)x_{2_2}(t) + a_{2_2}(t)x_{3_2}(t) + \\ &\quad + \gamma_{0_2}(t)x_{1_2}(t - \tau_2) + \gamma_{1_2}(t)x_{2_2}(t - \tau_2) + \gamma_{2_2}(t)x_{3_2}(t - \tau_2) + \\ &\quad + \varphi_2(u_2(t)) + u_2(t)f_2(x_2(t), u_2(t))) + \psi_{3_2}(t); \\ y_2(t) &= x_{1_2}(t); x_{1_2}(0) = 0,1; x_{2_2}(0) = 0,1; x_{3_2}(0) = 0,4; \\ a_{0_2}(t) &= 0,8 \cos(t); a_{1_2}(t) = 1,5 \sin(0,5t); a_{2_2}(t) = 0,2 \cos(1,3t); \\ \gamma_{0_2}(t) &= 0,1 + \cos(t); \gamma_{1_2}(t) = 0,5 \cos(t); \gamma_{2_2}(t) = 1 - 0,1 \sin(t); \\ b_{3_2}(t) &= 1,6 - \sin(1,5t); \psi_{3_2}(t) = 0,6 \cos(1,5t); \varphi_2(u_2(t)) = \text{th}(0,15u_2(t)); \\ f_2(x_2(t), u_2(t)) &= \frac{1}{1 + |u_2(t)|} + 1,5(1 + x_{1_2}^2(t)). \end{aligned} \quad (22)$$

Динамика перекрестных связей объекта управления задана передаточными функциями

$$W_{12} = \frac{s^2 + 2s + 1}{2s^3 + 4s^2 + 3s + 1}, \quad W_{21} = \frac{s + 1}{s^2 + 2s + 1}. \quad (23)$$

К выходам локальных подсистем (21), (22) объекта (1) подключены фильтр-корректоры вида:

$$\dot{x}_{\phi_1}(t) = -500x_{\phi_1}(t) + 500y_1(t); \quad (24)$$

$$z_{\phi_1}(t) = x_{\phi_1}(t) + \dot{x}_{\phi_1}(t) = -499x_{\phi_1}(t) + 500y_1(t); \quad x_{\phi_1}(0) = 0;$$

$$\dot{x}_{F1_2}(t) = x_{F2_2}(t);$$

$$\dot{x}_{F2_2}(t) = -250000x_{F1_1}(t) - 1000x_{F2_2}(t) + 250000y_2(t);$$

$$z_{F2}(t) = 2x_{F1_2}(t) + 3x_{F2_2}(t) + \dot{x}_{F2_2}(t) = \quad (25)$$

$$= -249998x_{F1_2}(t) - 997x_{F2_2}(t) + 250000y_2(t);$$

$$x_{F1_2}(0) = x_{F2_2}(0) = 0.$$

Желаемая динамика подсистем (21), (22), а также требуемое поведение локальных контуров управления (1), (21), (22), (24), (25) задаются с помощью эталонных моделей

$$\dot{x}_{M1_1}(t) = x_{M2_1}(t);$$

$$\dot{x}_{M2_1}(t) = -10x_{M1_1}(t) - 11x_{M2_1}(t) + 10r_1(t); \quad (26)$$

$$y_{M1}(t) = x_{M1_1}(t); \quad z_{M1}(t) = x_{M1_1}(t) + x_{M2_1}(t);$$

$$x_{M1_1}(0) = x_{M2_1}(0) = 0;$$

$$\dot{x}_{M1_2}(t) = x_{M2_2}(t);$$

$$\dot{x}_{M2_2}(t) = x_{M3_2}(t);$$

$$\dot{x}_{M3_2}(t) = -10x_{M1_2}(t) - 17x_{M2_2}(t) - 8x_{M3_2}(t) + 5r_2(t); \quad (27)$$

$$y_{M2}(t) = x_{M1_2}(t); \quad z_{M2}(t) = 2x_{M1_2}(t) + 3x_{M2_2}(t) + x_{M3_2}(t);$$

$$x_{M1_2}(0) = x_{M2_2}(0) = x_{M3_2}(0) = 0,$$

где $r_1(t) = 0,9(\sin(t) - 2\cos(0,5))$ и $r_2(t) = 0,7(\sin(1,5t) - \cos(0,5))$ – задающие воздействия.

Результаты одного из вычислительных экспериментов, при проведении которого значения коэффициентов робастного регулятора (20) были подобраны со значениями

$$h_{1_1} = 100; \quad h_{21_1} = 500; \quad h_{22_1} = 400;$$

$$h_{31_1} = 100; \quad h_{32_1} = 300; \quad h_{4_1} = 50;$$

$$h_{1_2} = 50; \quad h_{21_2} = 20; \quad h_{22_2} = 0,5; \quad h_{23_2} = 10; \quad (28)$$

$$h_{31_2} = 5; \quad h_{32_2} = 5; \quad h_{33_2} = 0,1; \quad h_{4_2} = 50,$$

представлены на рис. 1 – 3.

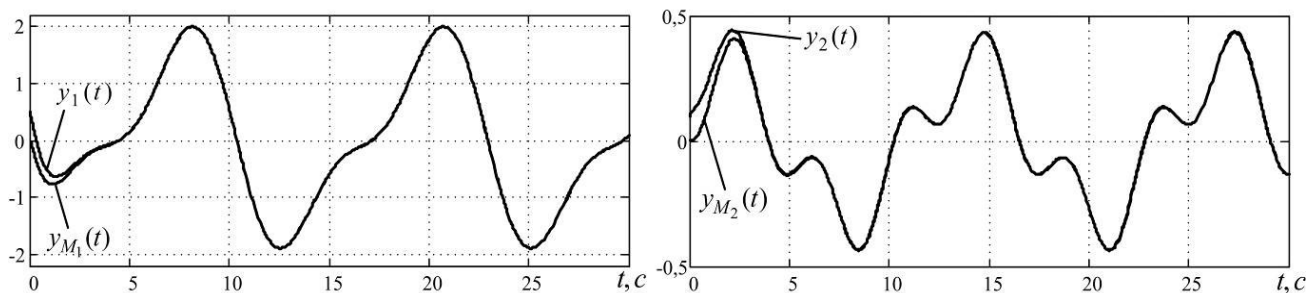


Рис. 1. Динамика основных выходов локальных эталонных моделей и выходов подсистем объекта.

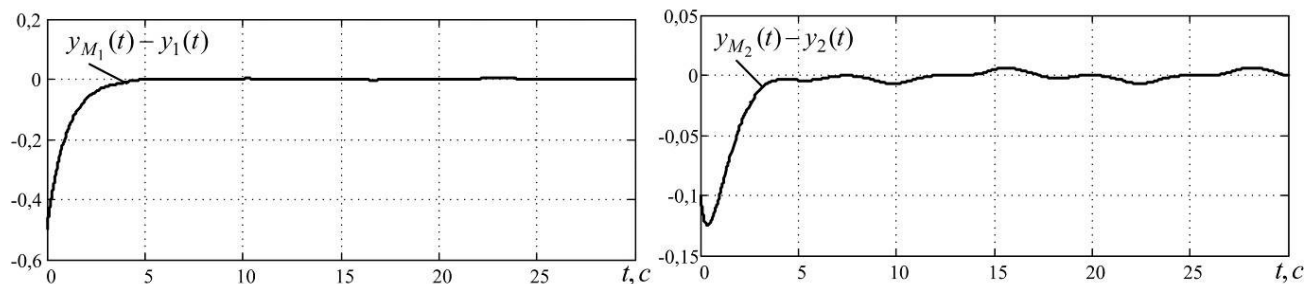


Рис. 2. Сигналы рассогласования основных выходов локальных эталонов и выходов подсистем объекта.

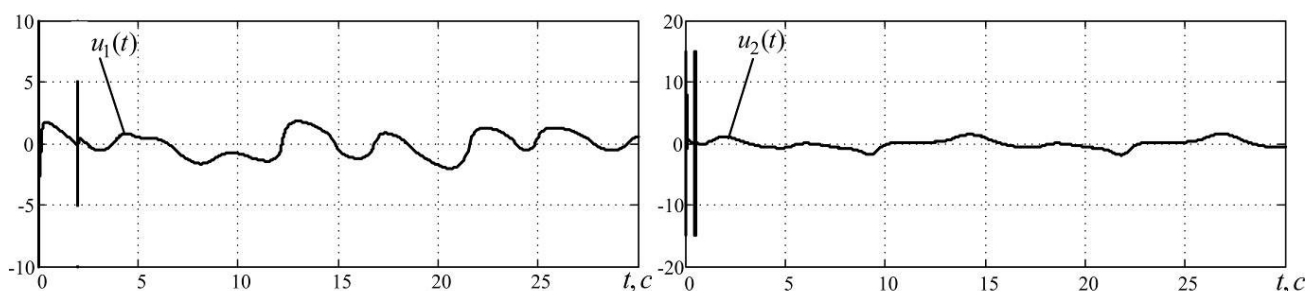


Рис. 3. Локальные управляющие воздействия.

Результаты вычислительного эксперимента позволяют сделать вывод, что в рассматриваемой системе управления (1) – (9), (18), (20) – (28) выполняется целевое условие (11) с достаточно высоким качеством: ошибка регулирования для первой подсистемы в установившемся режиме является практически нулевой, а для второй – не превышает 1,3% (рис. 1, 2). Следует отметить, что формируемые в локальных подсистемах управляющие воздействия (рис. 3) имеют два ярко выраженных пика, первый из которых наблюдается в начальный момент времени и обусловлен обработкой начальных условий; второй связан с обработкой нестационарных параметров при запаздывающих аргументах.

Заключение

Представлено решение задачи синтеза системы нелинейного робастного управления для одного класса многосвязных неаффинных по входу динамических

объектов с запаздыванием по состоянию в схеме с фильтр-корректором и явным эталоном с двумя выходами. С помощью критерия гиперустойчивости и условий L -диссипативности получен робастный закон управления, позволяющий в условиях неопределенности и при постоянном действии внешних возмущений обеспечить высокоточное слежение выходов локальных подсистем объекта за требуемой траекторией движения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P.V.* Nonlinear and Adaptive Control Design. – Wiley, New York. – 1995.
2. *Boskvoic J.D., Chen L.J., Mehra R.K.* Adaptive control design for nonaffine models arising in flight control // *Journal of Guidance, Control and Dynamics*. – 2004. – No. 27(2). – P.209-217.
3. *Shiriaeve A.S., Ludvigsen H., Egeland O., et al.* Swinging up of non-affine in control pendulum // *Proceedings of American Control Conference*. San Diego, California, USA. – 1999. – P.4039-4044.
4. *Young A., Chengyu Cao, Hovakimyan N., Lavretsky E.* Control of a nonaffine double-pendulum system via dynamic inversion and time-scale separation // *Proc. of American Control Conference*. Minneapolis, Minnesota, USA, June 14-16. 2006. – P.1820-1825.
5. *Пушхопов В.Х., Медведев М.Ю.* Синтез систем управления подводными аппаратами с нелинейными характеристиками исполнительных органов // *Известия ЮФУ. Технические науки*. – 2011. – №3 (116). – С. 147-156.
6. *Karimi B., Menhaj M.B.* Non-affine nonlinear adaptive control of decentralized large-scale systems using neural networks // *Information Sciences*. – 2010. – No. 180(17). – P.3335-3347.
7. *Song Q., Song Y.D.* PI-like fault-tolerant control of nonaffine systems with actuator failures // *Acta Automatica Sinica*. – 2012. – No. 38(6). – P.1033-1040.
8. *Shiriaeve A.S., Fradkov A.L.* Stabilization of Invariant Sets for Nonlinear Non-Affine Systems // *Automatica*. – 2000. – V. 36. – P.1709-1715.
9. *Young A., Chengyu Cao, Hovakimyan N., et al.* Control of a Nonaffine Double-Pendulum System via Dynamic Inversion and Time-Sscale Separation // *Proc. Amer. Control Conf.* – 2006. – P.1820-1825.
10. *Юркевич В.Д.* Синтез нелинейных систем с ШИМ в канале управления на основе метода разделения движений // *Доклады ТУСУРа*. – 2012. – № 1 (25), часть 1. – С. 217-130.
11. *Pashilkar A.A., Sundararajan N., Saratchandran P.* Adaptive Backstepping Neural Controller for Reconfigurable Flight Control Systems // *IEEE Trans. Contr. Syst. Technol.* – 2006. – V. 14, No.3. – P.553-561.
12. *Unnikrishnan N., Balakrishnan S.N.* Neuroadaptive Model Following Controller Design for a Nonaffine UAV Model // *Proc. of Amer. Control Conf.* – 2006. – P. 2951-2956.
13. *Wang H., Tian Y., Vasseur C.* Non-Affine Nonlinear Systems Adaptive Optimal Trajectory Tracking Controller Design and Application // *Studies in Informatics and Control*. – 2015. – Vol. 24(1). – P. 5-12.
14. *Еремин Е.Л.* Робастное управление для одного класса неаффинных нелинейных SISO систем // *Информатика и системы управления*. – 2015. – № 3(45). – С. 89-100.
15. *Еремин Е.Л.* Робастный регулятор для неаффинного по управлению нестационарного объекта // *Информатика и системы управления*. – 2016. – № 1(47). – С. 106-116.

16. *Еремин Е.Л.* L-диссипативность гиперустойчивой системы управления при структурном возмущении. I // Информатика и системы управления. – 2006. – № 2 (12). – С. 94-101.
17. *Еремин Е.Л.* L-диссипативность гиперустойчивой системы управления при структурном возмущении. II // Информатика и системы управления. – 2007. – № 1 (13). – С. 130-139.
18. *Еремин Е.Л.* Построение адаптивных систем с запаздыванием по управлению на основе эталонного упредителя // Информатика и системы управления. – 2005. – № 2(9). – С.122-128.
19. *Еремин Е.Л., Теличенко Д.А., Шеленок Е.А.* Периодические режимы в схемах децентрализованного управления адаптивного и робастного управления // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2011. – № 35. – С.108-116.
20. *Еремин Е.Л., Чепак Л.В.* Робастное управление нелинейной системой с фильтр-корректором // Информатика и системы управления. – 2014. – № 1(39). – С.118-126.
21. *Еремин Е.Л., Чепак Л.В.* Робастное управление аффинной системой в схеме с фильтр-корректором // Тр. XII Всерос. совещ. по проблемам управления (электронный ресурс). – М.: ИПУ РАН, 2014. – С.950-959. (CD-ROM).
22. *Eremin E.L., Chepak L.V., Shelenok E.A.* Combined Adaptive Control System for Nonlinear Periodic Action Plant // Proc. 2015 Int. Siberian Conf. on Control and Communications (SIBCON). – Omsk, 2015.
23. *Eremin E.L., Chepak L.V., Shelenok E.A.* Robust control of multi-connected nonlinear system // Proc. 2015 Int. Siberian Conf. on Control and Communications (SIBCON). – Omsk, 2015.
24. *Еремин Е.Л., Шеленок Е.А.* Адаптивно-периодическая система управления нелинейным объектом с изменяющимися режимами функционирования // Идентификация систем и задачи управления (SICPRO'15). Тр. X Междунар. конф. – М.: ИПУ РАН, 2015. – С.539-547.
25. *Еремин Е.Л., Шеленок Е.А.* Комбинированная адаптивная система управления структурно-параметрически неопределенным нелинейным объектом периодического действия // Информатика и системы управления. – 2015. – № 2(44). – С.99-109.
26. *Eremin, E.L., Shelenok, E.A.* Adaptive Periodic Servo-System for Nonlinear Control-Affine Objects // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2015. – Т.5, №51. – P.523-529.
27. *Теличенко Д.А.* Гибридная адаптивная система с эталонным упредителем в схемах децентрализованного управления с запаздыванием // Информатика и системы управления. – 2006. – № 1(11). – С. 212-223.
28. *Еремин Е.Л., Шеленок Е.А.* Система нелинейного робастного управления для неаффинного нестационарного динамического объекта с запаздыванием // Автометрия. – 2017. – Т. 53, №2. – С. 63-71.

E-mail:

Шеленок Евгений Анатольевич – cidshell@mail.ru