



УДК 681.51

© 2018 г. **Е.Л. Еремин**, д-р техн. наук
(Амурский государственный университет, Благовещенск),
Е.А. Шеленок, канд. техн. наук
(Тихоокеанский государственный университет, Хабаровск)

НЕЛИНЕЙНО-ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ДЛЯ НЕАФФИННОГО ПО УПРАВЛЕНИЮ СТАЦИОНАРНОГО ОБЪЕКТА *

В статье решается задача синтеза нелинейного регулятора системы управления неаффинным стационарным объектом, функционирующим в периодических режимах при наличии постоянно действующих внешних возмущений и параметрической неопределенности. В качестве методов решения используются критерий гиперустойчивости, быстродействующий динамический корректор, условия L -диссипативности.

Ключевые слова: нелинейно-периодическое управление, априорная неопределенность, фильтр-корректор, L -диссипативность, критерий гиперустойчивости, неаффинный по управлению динамический объект.

DOI: 10.22250/isu.2018.55.130-141

Введение

Задачи разработки систем управления различными динамическими объектами периодического действия, функционирующими в периодических режимах по-прежнему, остаются актуальными и востребованными для современной теории управления. Данное обстоятельство обусловлено тем, что периодические системы управления находят все большее практическое применение. Например, в качестве систем циклического действия могут выступать системы управления манипуляционными роботами [1], некоторые следящие системы для воздушных роботов (беспилотных летательных аппаратов) [2], системы управления преобразователями напряжения [3] и др.

подавляющее большинство современных публикаций по данному направ-

* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 17-08-00871).

лению посвящено разработке законов управления периодических систем для линейных по управлению (аффинных) динамических объектов [4 – 6]. При этом работ, связанных с проектированием систем для неаффинных объектов циклического действия практически нет. Однако математические модели объектов, содержащие нелинейные зависимости относительно входного сигнала, встречаются в ряде прикладных задач, таких как: управление электромагнитными подвесами [7], подводными роботами [8], летательными аппаратами [9]. В этой связи вопросы анализа и синтеза алгоритмов управления для неаффинных систем (в том числе и периодических) весьма актуальны и требуют детальной проработки.

В настоящей статье с использованием результатов работ [10 – 20] рассматривается подход к синтезу системы управления периодического действия для неаффинного по входу стационарного динамического объекта, имеющего максимальный относительный порядок.

Математическое описание системы

Рассматривается математическая модель неаффинного по управлению стационарного динамического объекта, описываемая следующими уравнениями:

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + B(u(t)f(x(t),u(t)) + \phi(u(t)) + \psi(t)), \quad y(t) = x_1(t), \quad (1)$$

где $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T \in R^n$ – вектор переменных состояния; A – некоторая матрица в форме Фробениуса порядка $(n \times n)$; $B = [0, \dots, 0, b_n]$, $b_n = const > 0$ – стационарный вектор; $u(t) \in R$ – скалярный сигнал управления; $f(x(t),u(t))$, $\phi(u(t))$ – гладкие нелинейные функции; $\psi(t)$ – сигнал внешнего возмущения; $y(t) \in R$ – измеряемый выход.

Работа объекта (1) рассматривается при следующих допущениях:

1) числовые значения параметров матрицы A , вектора B , а также сигналов $f(x(t),u(t))$, $\phi(u(t))$ и $\psi(t)$ являются априорно неизвестными и описываются соотношениями

$$\begin{aligned} A &= A(\xi), B = B(\xi), f(x(t),u(t)) = f_\xi(x(t),u(t)), \\ \phi(u(t)) &= \phi_\xi(u(t)), \psi(t) = \psi_\xi(t), \end{aligned} \quad (2)$$

где ξ – неизвестный набор параметров, принадлежащих известному ограниченному числовому множеству Ξ ;

2) относительный порядок объекта превышает единицу;

3) для непосредственного измерения доступен только выходной сигнал объекта $y(t)$;

4) нелинейные функции $f(x(t),u(t))$, $\phi(u(t))$ и сигнал помех $\psi(t)$ удовлетворяют ограничениям

$$\varepsilon_1 < f(x(t),u(t)) \leq \varepsilon_2, \quad |\phi(u(t))| \leq \varepsilon_3, \quad |\psi(t)| = |\psi(t+T)| \leq \varepsilon_4, \quad (3)$$

где $\varepsilon_i = \text{const} > 0$, $i = \overline{1, 4}$ – известные числа;

5) внутренние состояния объекта недоступны для измерения;

6) относительный порядок объекта известен и равен n .

Для формирования желаемой динамики основного контура системы и объекта управления (1) – (3) воспользуемся параллельной эталонной моделью с двумя выходами [11, 12, 17]:

$$\frac{dx_M(t)}{dt} = A_M x_M(t) + B_M r(t), \quad y_M(t) = x_{M1}(t), \quad z_M(t) = g^T x_M(t), \quad (4)$$

где $x_M(t) = [x_{M1}(t), x_{M2}(t), \dots, x_{Mn}(t)]^T \in R^n$ – переменные состояния эталонной модели; A_M – гурвицева матрица соответствующей размерности, последняя строка которой имеет вид $[a_{M1}, a_{M2}, \dots, a_{Mn}]$, a_{Mi} – известные числа; B_M – известный вектор; $r(t) = r(t + T) \in R$ – скалярное задающее воздействие, имеющее периодический характер; $y_M(t) \in R$ – основной выход эталона (определяет требуемое движение объекта управления); $z_M(t) \in R$ – вспомогательный выход эталона (задает динамику основного контура); $g^T = [1, g_1, g_2, \dots, g_{(n-1)}]$ – заданный вектор.

Следует отметить, что для объекта управления (1) – (3) и эталонной модели (4) справедливы следующие условия структурного согласования:

$$A_M = A + B_M C_0^T, \quad B_M K_0 = B, \quad (5)$$

где $C_0^T = [C_{01}, C_{02}, \dots, C_{0n}]$ и K_0 – неизвестные постоянные вектор и число.

Поскольку в рассматриваемом объекте измерим только выходной сигнал $y(t)$, для получения вектора оценок неизмеримых переменных состояния $x(t)$, по аналогии с [11, 12, 17], в основной контур системы управления введем фильтр-корректор, имеющий математическое описание

$$\frac{dx_F(t)}{dt} = A_F x_F(t) + B_F y(t), \quad z_F(t) = C_F^T x_F(t) + D_F y(t), \quad (6)$$

где $x_F(t) = [x_{F1}(t), x_{F2}(t), \dots, x_{F(n-1)}(t)]^T \in R^{(n-1)}$ – вектор переменных состояния фильтра; $z_F(t) \in R$ – выход фильтра; A_F, B_F, C_F, D_F – матрицы и вектор, числовые значения которых задаются таким образом, чтобы передаточная функция фильтра была представима в виде

$$W_F(s) = \frac{z_F(s)}{y(s)} = C_F^T (sE_{(n-1)} - A_F)^{-1} B_F + D_F = \frac{g(s)}{(Ts + 1)^{(n-1)}}, \quad (7)$$

где s – комплексная переменная; $E_{(n-1)}$ – единичная матрица соответствующей размерности; $g(s)$ – полином, составленный относительно коэффициентов вектора g ; T – малая постоянная времени.

Постановка задачи

Для неаффинного динамического объекта (1), функционирующего в условиях неопределенности (2), (3), *требуется* синтезировать явный вид закона

управления

$$u(t) = u(x(t), x_M(t), x_F(t), r(t)), \quad (8)$$

который при любых начальных условиях $x(0)$ и любом уровне априорной параметрической неопределенности $\xi \in \Xi$ обеспечит для замкнутой системы управления (1) – (8) выполнение целевого условия

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y_M(t) - y(t)| \leq \Delta_y, \quad \Delta_y = \text{const} > 0, \quad (9)$$

где Δ_y – малая величина относительно максимума основного выхода эталона.

Метод решения и синтез закона управления

Построение системы управления будем проводить в соответствии с изложенной в работах [13 – 16] двухэтапной методикой: на *первом этапе* в предположении доступности внутренних состояний объекта (1) – (3) получим явный вид закона управления (8); на *втором этапе*, пользуясь оценками $x_F(t)$ переменных $x(t)$ и выполняя специальные условия, обеспечим L -диссипативность синтезированной системы управления.

Для определения явного вида закона управления (8) воспользуемся типовой схемой критерия гиперустойчивости В. М. Попова.

Введем в рассмотрение вектор рассогласования состояний эталона (4) и объекта управления $e(t) = (x_M(t) - x(t))$ и запишем эквивалентную математическую модель системы управления (1), (3) – (5), (8) следующим образом:

$$\frac{de(t)}{dt} = A_M e(t) + B_M \mu(t), \quad v(t) = z_M(t) - g^T x(t), \quad (10)$$

$$\mu(t) = -[u(t) - \theta(t) - C_0^T x(t) + (K_0 f(x(t), u(t)) - 1)u(t) + K_0 \varphi(u(t))],$$

где $\theta(t) = r(t) + K_0 \psi(t) = \theta(t + T)$ – периодический сигнал.

Для линейной стационарной части (ЛСЧ) эквивалентной системы (10) необходимо обеспечить справедливость частотного условия

$$\text{Re}[W_{\text{ЛСЧ}}(j\omega)] > 0, \quad \forall \omega > 0, \quad (11)$$

где $W_{\text{ЛСЧ}}(j\omega)$ – соответствующая частотная передаточная функция; $j^2 = -1$. Пользуясь рассуждениями из [11, 12], можно показать, что за счет выбора значений элементов вектора g , исходя, например, из равенства

$$s^n + a_{Mn}s^{(n-1)} + \dots + a_{M2}s + a_{M1} = (s + a_*) \left(s^{(n-1)} + \frac{g_{(n-2)}}{g_{(n-1)}} s^{(n-2)} + \dots + \frac{g_1}{g_{(n-1)}} s + \frac{1}{g_{(n-1)}} \right) g_{(n-1)},$$

где $a_* = \text{const}$ – любой из корней полинома $a_M(s)$, записанного относительно коэффициентов a_{Mi} , $i = \overline{1, n}$, можно получить передаточную функцию

$$W_{\text{ЛСЧ}}(j\omega) = g^T (j\omega - A_M)^{-1} B_M = \frac{K_0 a_*}{a_* + j\omega},$$

для которой всегда выполнимо неравенство (11).

Определим сигнал управления $u(t)$ в виде суммы четырех составляющих

$$u(t) = \zeta_1(t) + \zeta_2(t) + \zeta_3(t) + \zeta_4(t). \quad (12)$$

Это позволяет преобразовать выражение, соответствующее нелинейной нестационарной части эквивалентной системы (10), к виду

$$\begin{aligned} \mu(t) = & -\left([\zeta_1(t) - \theta(t)] + [\zeta_2(t) - C_0^T x(t)] + \right. \\ & \left. + [\zeta_3(t) + (K_0 f(x(t), u(t)) - 1)u(t)] + [\zeta_4(t) + K_0 \varphi(u(t))] \right) \end{aligned} \quad (13)$$

Выполним требования интегрального неравенства В.М. Попова

$$\eta(0, t) = -\int_0^t \mu(\zeta) v(\zeta) d\zeta \geq -\eta_0^2 = \text{const}, \quad \forall t > 0, \quad (14)$$

левую часть которого, принимая во внимание (13), запишем как выражение

$$\begin{aligned} \eta(0, t) = & \eta_1(0, t) + \eta_2(0, t) + \eta_3(0, t) + \eta_4(0, t) = \\ & = \int_0^t [\zeta_1(\zeta) - \theta(\zeta)] v(\zeta) d\zeta + \int_0^t [\zeta_2(\zeta) - C_0^T x(\zeta)] v(\zeta) d\zeta + \\ & + \int_0^t [\zeta_3(\zeta) + (K_0 f(x(\zeta), u(\zeta)) - 1)u(\zeta)] v(\zeta) d\zeta + \\ & + \int_0^t [\zeta_4(\zeta) + K_0 \varphi(u(\zeta))] v(\zeta) d\zeta. \end{aligned} \quad (15)$$

В соответствии с полученными в [18 – 20] результатами синтезируем составляющую $\zeta_1(t)$ закона управления (12) в виде

$$\zeta_1(t) = \zeta_1(t - \bar{T}) + \gamma_1 v(t), \quad (16)$$

где $\gamma_1 = \text{const} > 0$; $\bar{T} = \text{const} > 0$.

Тогда для интегрального слагаемого $\eta_1(0, t)$ будет справедлива оценка

$$\eta_1(0, t) = \gamma_1 \int_0^t v(\zeta) \left[\int_0^{\zeta} \omega_0(\zeta - h) v(h) dh - \theta(\zeta) \right] d\zeta \geq -\eta_{01}^2 = \text{const}, \quad \forall t > 0, \quad (17)$$

где $\omega_0(\cdot)$ – весовая функция генератора периодических сигналов, которому соответствует передаточная функция

$$W(s) = \frac{\delta}{1 - e^{-s\bar{T}}}, \quad \delta = \text{const} \geq 1.$$

Рассматривая второе интегральное слагаемое из (14)

$$\eta_2(0, t) = \int_0^t [\zeta_2(\zeta) - C_0^T x(\zeta)] v(\zeta) d\zeta = \int_0^t [\zeta_2(t) - \sum_{i=1}^n C_{0i} x_i(\zeta)] v(\zeta) d\zeta,$$

определим составляющую $\zeta_2(t)$ уравнением

$$\zeta_2(t) = \sum_{i=1}^n \gamma_{2i} x_i(t) \int_0^t x_i(\zeta) v(\zeta) d\zeta, \quad (18)$$

где $\gamma_{2i} = const > 0$.

В этом случае, аналогично [17], а также учетом тождества

$$\int_0^t \chi(\zeta) \int_0^{\zeta} \chi(\theta) d\theta d\zeta = \frac{1}{2} \left(\int_0^t \chi(\zeta) d\zeta \right)^2, \quad (19)$$

где $\chi(t)$ – ограниченная функция, для $\eta_1(0, t)$ можно записать следующую оценку:

$$\begin{aligned} \eta_2(0, t) &= \int_0^t \left(\sum_{i=1}^n \gamma_{2i} x_i(\zeta) \int_0^{\zeta} x_i(\vartheta) v(\vartheta) d\vartheta - \sum_{i=1}^n C_{0i} x_i(\zeta) \right) v(\zeta) d\zeta = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \gamma_{2i} \left(\int_0^t x_i(\zeta) v(\zeta) d\zeta \right)^2 - \sum_{i=1}^n C_{0i} \int_0^t x_i(\zeta) v(\zeta) d\zeta \pm \sum_{i=1}^n \frac{C_{0i}^2}{2\gamma_{2i}} = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \gamma_{2i} \left(\int_0^t x_i(\zeta) v(\zeta) d\zeta \right)^2 - \sum_{i=1}^n C_{0i} \int_0^t x_i(\zeta) v(\zeta) d\zeta + \sum_{i=1}^n \frac{C_{0i}^2}{2\gamma_{2i}} \geq \\ &\geq - \sum_{i=1}^n \frac{C_{0i}^2}{2\gamma_{2i}} = -\eta_{02}^2, \quad \eta_{02} = const, \quad \forall t > 0. \end{aligned} \quad (20)$$

Преобразуем слагаемое $\eta_3(0, t)$ следующим образом:

$$\begin{aligned} \eta_3(0, t) &= \int_0^t [\zeta_3(\zeta) - (K_0 f(x(\zeta), u(\zeta)) - 1)u(\zeta)] v(\zeta) d\zeta = \\ &= \int_0^t \zeta_3(\zeta) v(\zeta) d\zeta - \int_0^t (K_0 f(x(\zeta), u(\zeta)) - 1)u(\zeta) v(\zeta) d\zeta \pm \\ &\pm 2\hat{\gamma}_3^2 \tilde{\gamma}_3 \int_0^t u(\zeta) v(\zeta) \int_0^{\zeta} u(\vartheta) v(\vartheta) d\vartheta d\zeta = \\ &= \int_0^t \left[\zeta_3(\zeta) - 2\hat{\gamma}_3^2 \tilde{\gamma}_3 u(\zeta) \int_0^{\zeta} u(\vartheta) v(\vartheta) d\vartheta \right] v(\zeta) d\zeta + \\ &+ \tilde{\gamma}_3 \left(\int_0^t (K_0 f(x(\zeta), u(\zeta)) - 1)u(\zeta) v(\zeta) d\zeta \right)^2 - \\ &- \int_0^t (K_0 f(x(\zeta), u(\zeta)) - 1)u(\zeta) v(\zeta) d\zeta \pm \frac{1}{4\tilde{\gamma}_3} = \\ &= \int_0^t \left[\zeta_3(\zeta) - 2\hat{\gamma}_3^2 \tilde{\gamma}_3 u(\zeta) \int_0^{\zeta} u(\vartheta) v(\vartheta) d\vartheta \right] v(\zeta) d\zeta + \\ &+ \left\{ \tilde{\gamma}_3 \left(\int_0^t (K_0 f(x(\zeta), u(\zeta)) - 1)u(\zeta) v(\zeta) d\zeta \right)^2 - \right. \end{aligned} \quad (21)$$

$$-\int_0^t (K_0 f(x(\zeta), u(\zeta)) - 1) u(\zeta) v(\zeta) d\zeta + \frac{1}{4\tilde{\gamma}_3} \left. \right\} - \frac{1}{4\tilde{\gamma}_3},$$

где $\hat{\gamma}_3 = \max |K_0 f(x(t), u(t)) - 1| = \text{const} > 0$, $\tilde{\gamma}_3 = \text{const} > 0$.

Если теперь составляющую $\zeta_3(t)$ синтезировать в виде уравнения

$$\zeta_3(t) = \gamma_3 u(t) \int_0^t u(\zeta) v(\zeta) d\zeta, \quad (22)$$

где $\gamma_3 = 2\hat{\gamma}_3^2 \tilde{\gamma}_3 = \text{const} > 0$, то для $\eta_3(0, t)$, с учетом (21), будем иметь справедливую оценку

$$\eta_3(0, t) \geq -\frac{1}{4\tilde{\gamma}_3} = -\eta_{03}^2, \quad \eta_{03} = \text{const}, \quad \forall t > 0. \quad (23)$$

По аналогии с (21) выполним для интегрального слагаемого $\eta_4(0, t)$ ряд преобразований:

$$\begin{aligned} \eta_4(0, t) &= \int_0^t [\zeta_4(\zeta) + K_0 \varphi(u(\zeta))] v(\zeta) d\zeta = \\ &= \int_0^t \zeta_4(\zeta) v(\zeta) d\zeta + \int_0^t K_0 \varphi(u(\zeta)) v(\zeta) d\zeta \pm 2\hat{\gamma}_4 \varepsilon_3^2 \int_0^t v(\zeta) \int_0^\zeta v(\vartheta) d\vartheta d\zeta = \\ &= \int_0^t \left[\zeta_4(\zeta) - 2\hat{\gamma}_4 \varepsilon_3^2 \int_0^\zeta v(\vartheta) d\vartheta \right] v(\zeta) d\zeta + \hat{\gamma}_4 \left(\int_0^t \varphi(u(\zeta)) v(\zeta) d\zeta \right)^2 + \\ &+ \int_0^t K_0 \varphi(u(\zeta)) v(\zeta) d\zeta \pm \frac{K_0^2}{4\hat{\gamma}_4} = \int_0^t \left[\zeta_4(\zeta) - 2\hat{\gamma}_4 \varepsilon_3^2 \int_0^\zeta v(\vartheta) d\vartheta \right] v(\zeta) d\zeta + \\ &+ \left\{ \hat{\gamma}_4 \left(\int_0^t \varphi(u(\zeta)) v(\zeta) d\zeta \right)^2 + \int_0^t K_0 \varphi(u(\zeta)) v(\zeta) d\zeta + \frac{K_0^2}{4\hat{\gamma}_4} \right\} - \frac{K_0^2}{4\hat{\gamma}_4}, \end{aligned}$$

где $\hat{\gamma}_4 = \text{const} > 0$.

Приравняв записанное в квадратных скобках выражение к нулю, определим явный вид составляющей $\zeta_4(t)$ сигнала управления (12) выражением

$$\zeta_4(t) = \gamma_4 \int_0^t v(\zeta) d\zeta, \quad (24)$$

где $\gamma_4 = 2\hat{\gamma}_4 \varepsilon_3^2 = \text{const} > 0$, при котором для $\eta_4(0, t)$ всегда будет существовать интегральная оценка

$$\eta_4(0, t) \geq -\frac{K_0^2}{4\hat{\gamma}_4} = -\eta_{04}^2, \quad \eta_{04} = \text{const}, \quad \forall t > 0. \quad (25)$$

Объединяя полученные оценки (17), (20), (23), (24), запишем соотношение

$$\eta(0,t) \geq -\eta_{01}^2 - \eta_{02}^2 - \eta_{03}^2 - \eta_{04}^2 = -\eta_0^2, \eta_0 = const, \forall t > 0,$$

гарантирующее справедливость интегрального неравенства (14). При этом математическое описание закона управления (12) примет вид:

$$\begin{aligned} u(t) = & \left(\zeta_1(t - \bar{T}) + \gamma_1(z_M(t) - g^T x(t)) \right) + \\ & + \sum_{i=1}^n \gamma_{2i} x_i(t) \int_0^t x_i(\zeta) (z_M(\zeta) - g^T x(\zeta)) d\zeta + \\ & + \gamma_3 u(t) \int_0^t u(\zeta) (z_M(\zeta) - g^T x(\zeta)) d\zeta + \gamma_4 \int_0^t (z_M(\zeta) - g^T x(\zeta)) d\zeta. \end{aligned} \quad (26)$$

В силу выполнения частотного условия (11), а также существования справедливого интегрального неравенства В.М. Попова (14) исследуемая эквивалентная система (10), а следовательно, и система управления (1) – (5), (8), (26) окажется гиперустойчивой и для нее с течением времени будет выполнена как вспомогательная

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |v(t)| = \lim_{t \rightarrow \infty} |(z_M(t) - g^T x(t))| \leq \Delta_z, \Delta_z = const > 0,$$

так и основная (9) цели функционирования.

***L*-диссипативность системы и технически реализуемый закон управления**

Синтез закона управления проводился в предположении полной доступности вектора состояния $x(t)$, хотя для непосредственного измерения доступен только выход объекта $y(t)$. Поэтому для технической реализации полученного нелинейно-периодического алгоритма (26) необходимо использовать оценки переменных $x_i(t)$, $i = \overline{1, n}$, которыми являются переменные состояния фильтра-корректора (6), (7). Необходимо отметить, что параметры фильтра должны быть заданы определенным образом [13 – 16]. В частности, значение постоянной времени T передаточной функции (7) необходимо выбирать, исходя из специальных условий:

$$T < T_1 = \frac{0.93}{(n-2)a_{M1}}, \quad T < T_2 = \frac{0.465a_{M1}}{(n-1)a_{M2}}.$$

Таким образом, заменив в выражении (26) переменные состояния объекта $x_i(t)$ их оценками $x_{Fi}(t)$, получим технически реализуемый закон управления

$$\begin{aligned} u(t) = & \left(\zeta_1(t - \bar{T}) + \gamma_1(z_M(t) - z_F(t)) \right) + \\ & + \sum_{i=0}^{n-1} \gamma_{2i} x_{F(i+1)}(t) \int_0^t x_{F(i+1)}(\zeta) (z_M(\zeta) - z_F(\zeta)) d\zeta + \\ & + \gamma_3 u(t) \int_0^t u(\zeta) (z_M(\zeta) - z_F(\zeta)) d\zeta + \gamma_4 \int_0^t (z_M(\zeta) - z_F(\zeta)) d\zeta. \end{aligned} \quad (27)$$

При этом система управления (1) – (8), (27) окажется *L*-диссипативной и сохранит

свою работоспособность в заданном классе параметрической неопределенности, и для нее, как и для системы (1) – (5), (8), (26) будет выполнена цель управления (9).

Пример работы системы управления

Для иллюстрации качества работы синтезированной нелинейно-периодической системы рассмотрим задачу управления динамическим объектом (1), параметры которого заданы следующим образом:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \end{pmatrix}, f(x(t), u(t)) = 1 + \frac{d_0}{1 + |u(t)|} + 0.1(1 + x_2^2(t)), \quad (28)$$

$$\varphi(u(t)) = \varphi_0 \sin(0.5u(t)), \psi(t) = \psi_0 \sin(0.3t).$$

Класс априорной неопределенности параметров объекта (1), (28) определен неравенствами

$$\begin{aligned} -3.2 \leq a_1 \leq 2.1; \quad -1.5 \leq a_2 \leq 1; \quad -12 \leq a_3 \leq 5.2; \\ 1.2 \leq d_0 \leq 3.2; \quad 0.02 \leq \varphi_0 \leq 1; \quad 0 \leq \psi_0 \leq 0.8. \end{aligned} \quad (29)$$

Структуру матрицы и векторов эталонной модели зададим в виде

$$A_M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a_{M1} & a_{M2} & a_{M3} \end{pmatrix}, B_M = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b_{M3} \end{pmatrix}, g = \begin{pmatrix} 1 \\ g_1 \\ g_2 \end{pmatrix}, \quad (30)$$

$$a_{M1} = -20, a_{M2} = -41, a_{M3} = -22, b_{M3} = 23, g_1 = 2, g_2 = 1;$$

при этом фильтр-корректор (6) сформируем следующим образом:

$$A_F = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a_{F1} & a_{F2} \end{pmatrix}, B_F = \begin{pmatrix} 0 \\ b_{F2} \end{pmatrix}, C_F = \begin{pmatrix} 1 \\ g_1 \end{pmatrix}, D_F = g_2, \quad (31)$$

$$a_{F1} = -10^6, a_{F2} = -2 \cdot 10^3, b_{F2} = 10^6, g_1 = 2, g_2 = 1.$$

Представленный на рис. 1 командный сигнал системы был задан с помощью периодической функции

$$r(t) = 0.78 \sin(0.1t) \cdot (1 - \sin(0.05t)). \quad (32)$$

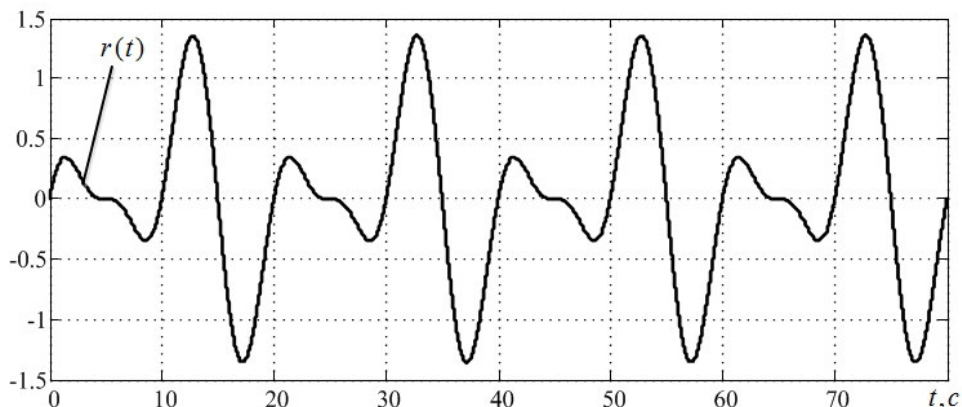


Рис. 1. Задающее воздействие.

Имитационное моделирование системы управления (1) – (8), (27) – (32) выполнялось при следующих, соответствующих уровню неопределенности (29), значениях параметров объекта (1), (28):

$$\begin{aligned} a_1 = 0.2, a_2 = -1, a_3 = -6, b_3 = 1.8, \\ d_0 = 2, \varphi_0 = 0.2, \psi_0 = 0.5. \end{aligned} \quad (33)$$

В ходе вычислительных экспериментов с целью увеличения быстродействия системы управления параметры нелинейно-периодического регулятора (27) были подобраны со значениями:

$$\gamma_1 = 100, \gamma_{21} = 500, \gamma_{22} = 600, \gamma_{23} = 400, \gamma_3 = \gamma_4 = 200, \bar{T} = 10. \quad (34)$$

На рис. 2 – 4 показаны некоторые динамические характеристики системы (1) – (8), (27) – (34), полученные в ходе моделирования.

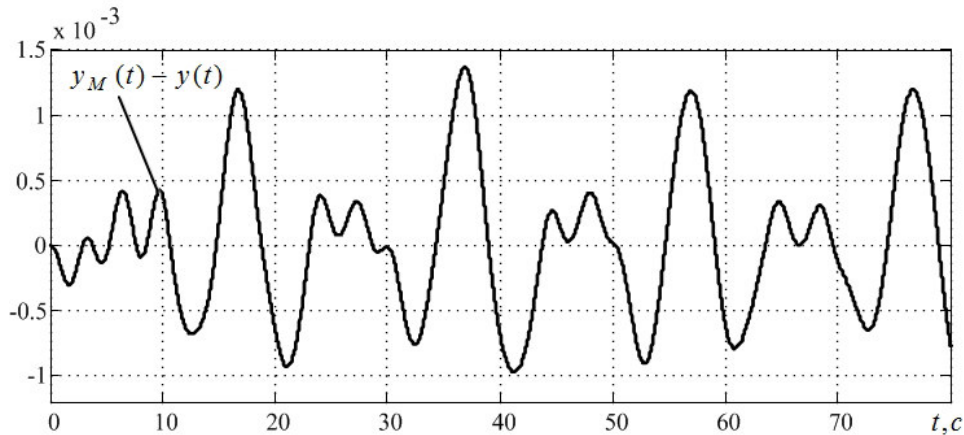


Рис. 2. Сигнал рассогласования основного выхода эталонной модели (4), (30) и выхода объекта управления (1), (28), (33).

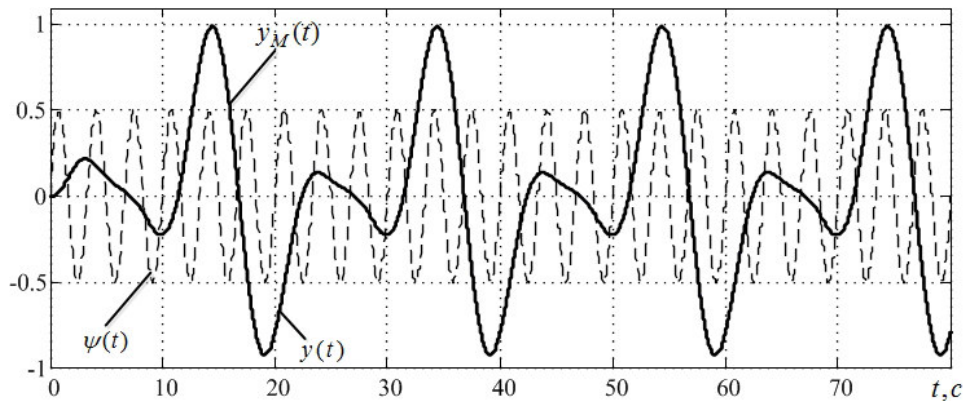


Рис. 3. Динамика изменения основного выхода эталонной модели $y_M(t)$, выхода объекта управления $y(t)$ и внешнего возмущения $\psi(t)$.

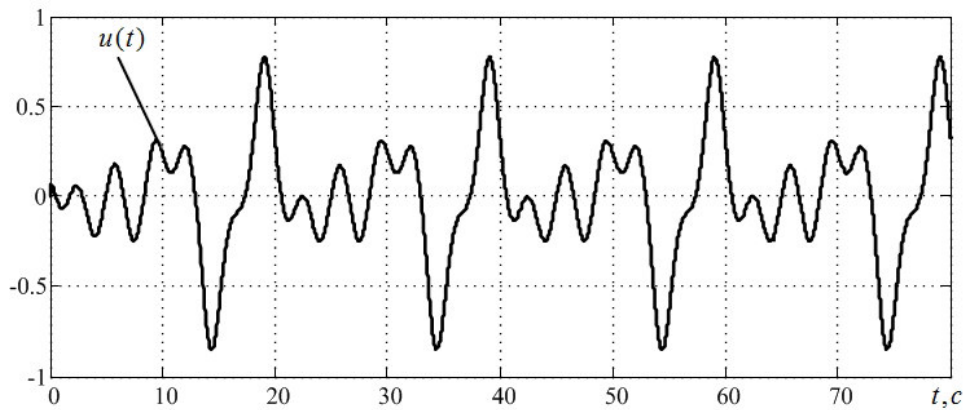


Рис. 4. Сигнал управления.

Представленные результаты позволяют сделать вывод, что в системе (1) – (8), (27) – (34) имеет место достаточно высокая точность слежения выхода объекта за заданной эталонной траекторией: величина ошибки регулирования с начала работы не превышает 0.15% (рис. 1), что означает практически полное совпадение сигналов $y_M(t)$ и $y(t)$ (рис. 2). При этом управляющее воздействие также обладает хорошим качеством (рис. 4).

Заключение

Предложен нелинейно-периодический закон для системы управления одним классом неаффинных стационарных объектов, работающих в условиях неопределенности и действия внешних возмущений.

С помощью вычислительных экспериментов показано, что синтезированный с использованием критерия гиперустойчивости и быстродействующего фильтр-корректора регулятор позволяет обеспечить высокоэффективное слежение выхода объекта управления за эталонным сигналом.

Полученные результаты могут быть использованы при разработке систем управления неаффинными объектами с запаздыванием по состоянию, а также объектами с переменным относительным порядком.

ЛИТЕРАТУРА

1. *De Oliveira I.G., Lages W.F.* Repetitive Control Applied to Robot Manipulators // Proc. 2016 IEEE 21st Int. Conf. on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFAs). – Germany, Berlin, Sept. 6-9, 2016.
2. *He X., Guo D., Leang K.K.* Repetitive Control Design and Implementation for Periodic Motion Tracking in Aerial Robots // Proc. 2017 American Cont. Conf. – USA, Seattle, May 24-26, 2017.
3. *Li D., Ye Y.* Phase Compensation Second-Order Repetitive Control for CVCF PWM Inverters // Int. J. of Electronics. – 2018. – Vol. 105, Issue 2. – P. 324-336.
4. *Eilsen A.A., Teo Y.R., Fleming A.J.* Improving Robustness Filter Bandwidth in Repetitive Control by Considering Model Mismatch // Asian Journal of Control. – 2017. – Vol. 19, No. 4. – P. 1-11.
5. *Shao J., Xiang Z.* High-Order Repetitive Control for Discrete-Time Linear Switched Systems //

- Int. J. of System Science. – 2017. – Vol. 48, Issue 9. – 1882-1890.
6. Yao W.-S. Repetitive Control Design for Variable Instantaneous Frequencies Signals // Int. J. of Control, Automation and Systems. – 2017. – No. 15(2). – 689-697.
 7. Cho D., Kato Y., Spilman. D. Sliding mode and classical controllers in magnetic levitation systems // IEEE Control Systems Magazine. – 1993. – V. 13. –P. 42–48.
 8. Пшихонов В.Х., Медведев М.Ю. Синтез систем управления подводными аппаратами с нелинейными характеристиками исполнительных органов // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2011. – №3 (116). – С.147-156.
 9. Tavakol F., Binazadeh T. Robust Control Design for Path Tracking of Non-Affine UAV // Systems Science & Control Engineering. – 2017. – Vol. 5, No. 1. – P. 474-480.
 10. Еремин Е.Л. Робастный регулятор для неаффинного по управлению нестационарного объекта // Информатика и системы управления. – 2016. – № 1(47). – С.106-116.
 11. Еремин Е.Л., Шеленок Е. А. Система нелинейного робастного управления для неаффинного нестационарного динамического объекта с запаздыванием // Автометрия. – 2017. – № 2 (53). – С. 63 – 71.
 12. Еремин Е.Л., Шеленок Е. А. Робастное управление для одного класса многосвязных динамических объектов // Автоматика и телемеханика. – 2017. – № 6. – С. 106 – 121.
 13. Еремин Е.Л. L-диссипативность гиперустойчивой системы управления при структурном возмущении. I // Информатика и системы управления. – 2006. – № 2(12). – С. 94-101.
 14. Еремин Е.Л. L-диссипативность гиперустойчивой системы управления при структурном возмущении. II // Информатика и системы управления. – 2007. – № 1(13). – С.130-139.
 15. Еремин Е.Л. L-диссипативность гиперустойчивой системы управления при структурном возмущении. III // Информатика и системы управления. – 2007. – № 2(14). – С.153-165.
 16. Еремин Е.Л. L-диссипативность гиперустойчивой системы управления при структурном возмущении. IV // Информатика и системы управления. – 2013. – № 2(36). – С.100-106.
 17. Еремин Е.Л., Чепак Л.В. Комбинированный регулятор для одного класса неаффинных объектов с запаздыванием по управлению // Информатика и системы управления. – 2017. – №4(54). – С. 125-134.
 18. Еремин Е.Л., Капитонова М.С. Адаптивная система управления Т-периодическими нелинейными объектами // Проблемы управления. – 2007. – № 1. – С. 2-7.
 19. Еремин Е.Л., Теличенко Д.А., Шеленок Е.А. Комбинированные алгоритмы системы робастно-периодического управления нелинейным объектом с запаздыванием // Информатика и системы управления. – 2009. – № 3(21). – С. 125-135.
 20. Еремин Е.Л., Шеленок Е.А. Адаптивно-периодическая следящая система для нелинейного объекта, аффинного по управлению // Автометрия. – 2015. – Т. 51, № 5. – С. 113-119.

E-mail:

Еремин Евгений Леонидович – ereminel@mail.ru

Шеленок Евгений Анатольевич – cidshell@mail.ru