



УДК 681.51

© 2018 г. **Е.Л. Еремин**, д-р техн. наук

(Амурский государственный университет, Благовещенск),

А.И. Годяев, д-р техн. наук

(Дальневосточный государственный университет путей сообщения, Хабаровск),

Е.А. Шеленок, канд. техн. наук

(Тихоокеанский государственный университет, Хабаровск)

СИСТЕМА ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОГО НЕЛИНЕЙНО-ПЕРИОДИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА НЕАФФИННЫХ МНОГОСВЯЗНЫХ ОБЪЕКТОВ

В статье решается задача синтеза регулятора для системы управления неаффинным по входу многомерным динамическим объектом периодического действия, функционирующим в условиях априорной параметрической неопределенности при постоянном действии внешних возмущений. Для решения поставленной задачи используются: критерий гиперустойчивости, быстродействующий фильтр-корректор, а также условия L -диссипативности.

Ключевые слова: нелинейно-периодический закон управления, априорная неопределенность, фильтр-корректор, L -диссипативность, критерий гиперустойчивости, неаффинный по управлению многосвязный динамический объект.

DOI: 10.22250/isu.2018.58.129-140

Введение

Большинство технических систем с точки зрения современной теории управления являются сложными многосвязными системами, разработка регуляторов для которых требует применения специальных подходов. Одним из широко распространенных и хорошо зарекомендовавших себя методов проектирования подобных систем является метод децентрализованного управления, в соответствии с которым исходный технический объект декомпозируется на ряд взаимосвязанных подсистем, для каждой из которых синтезируется локальный контур управления [1 – 3]. Зачастую математические модели локальных подсистем многосвязных объектов содержат нелинейные зависимости относительно входной

переменной, т.е. являются неаффинными. Подобные объекты встречаются в ряде прикладных задач, в частности при разработке систем управления электромагнитными подвесами [4], подводными роботами [5] и некоторыми летательными аппаратами [6]. Кроме того, часть таких задач связана с обеспечением поддержания на выходе динамического объекта некоторых периодических режимов [7 – 9]. Таким образом, вопросы анализа и синтеза алгоритмов управления для многомерных неаффинных систем (в том числе и периодических) являются весьма востребованными и актуальными.

В настоящей статье с использованием результатов работ [10 – 21] рассматривается синтез системы децентрализованного управления для неаффинного многомерного динамического объекта периодического действия, локальные подсистемы которого имеют максимальный относительный порядок.

Математическое описание системы

Пусть динамические свойства локальных подсистем многосвязного неаффинного по управлению динамического объекта описываются с помощью следующих уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dx_i(t)}{dt} &= A_i x_i(t) + B_i (u_i(t) f_i(x_i(t), u_i(t)) + \phi_i(u_i(t)) + \sigma_i(t)), \\ y(t) &= x_1(t), \sigma_i(t) = \psi_i(t) + \sum_{j=1}^k \theta_{ij}(t), i = 1, 2, \dots, k; i \neq j, \end{aligned} \quad (1)$$

где $x_i(t) = [x_{1_i}(t), x_{2_i}(t), \dots, x_{n_i}(t)]^T \in R^{n_i}$ – вектор переменных состояния i -й локальной подсистемы; A_i – некоторая матрица в форме Фробениуса порядка; $B_i = [0, \dots, 0, b_{n_i}]$, $b_{n_i} = \text{const} > 0$ – стационарный вектор; $u_i(t) \in R$ и $y_i(t) \in R$ – скалярные соответственно сигнал управления и измеряемый выход i -й подсистемы; $f_i(x_i(t), u_i(t))$, $\phi_i(u_i(t))$ – гладкие нелинейные функции; $\sigma_i(t) \in R$ – эквивалентное возмущение; $\psi_i(t) \in R$ – скалярный сигнал постоянно действующего внешнего возмущения; $\theta_{ij}(t) \in R$ – сигнал перекрестной связи, действующей на i -ю подсистему со стороны j -й с динамикой

$$\frac{dx_{ij}(t)}{dt} = A_{ij} x_{ij}(t) + B_{ij} y_j(t), \theta_{ij}(t) = L_{ij}^T x_{ij}(t), i \neq j, \quad (2)$$

где $x_{ij}(t) = [x_{1_{ij}}(t), x_{2_{ij}}(t), \dots, x_{(n_{ij})_{ij}}(t)]^T \in R^{n_{ij}}$ – переменные состояния перекрестной связи; A_{ij} , B_{ij} и L_{ij} – соответственно стационарные матрица и векторы.

Будем считать, что для объекта (1), (2) являются выполненными следующие допущения:

- 1) числовые значения параметров матрицы A_i , вектора B_i , а также сигналов

$f_i(x_i(t), u_i(t))$, $\varphi_i(u_i(t))$ и $\psi_i(t)$ являются априорно неизвестными:

$$\begin{aligned} A_i &= A_i(\xi), B_i = B_i(\xi), f_i(x_i(t), u_i(t)) = f_{\xi_i}(x_i(t), u_i(t)), \\ \varphi_i(u_i(t)) &= \varphi_{\xi_i}(u_i(t)), \psi_i(t) = \psi_{\xi_i}(t), \end{aligned} \quad (3)$$

где ξ – неизвестный набор параметров, входящих в состав ограниченного числового множества Ξ ;

2) относительный порядок локальных подсистем объекта превышает единичное значение;

3) относительный порядок каждой подсистемы объекта известен и равен n_i ;

4) внутренние переменные состояния подсистем объекта недоступны для измерения;

5) для непосредственного измерения доступны только локальные выходные сигналы $y_i(t)$;

6) нелинейные функции $f_i(x_i(t), u_i(t))$, $\varphi_i(u_i(t))$ и сигнал помех $\psi_i(t)$ удовлетворяют выражениям

$$\varepsilon_1 < f_i(x_i(t), u_i(t)) \leq \varepsilon_2, |\phi_i(u_i(t))| \leq \varepsilon_3, |\psi_i(t)| = |\psi_i(t+T)| \leq \varepsilon_4, \quad (4)$$

где $\varepsilon_{p_i} = \text{const} > 0$, $p = \overline{1, 4}$ – известные числа;

7) матрица A_{ij} и векторы B_{ij} , L_{ij} заданы таким образом, что передаточные функции перекрестных связей (2) соответствуют устойчивым динамическим звеньям:

$$W_{ij}(s) = L^T (sE_{ij} - A_{ij})^{-1} B_{ij} = \frac{b_{ij}(s)}{c_{ij}(s)}, \quad (5)$$

где s – комплексная переменная; $b_{ij}(s)$ и $c_{ij}(s)$ – гурвицевы полиномы; E_{ij} – единичная матрица соответствующей размерности;

8) соответствующие выходам перекрестных связей (2) сигналы $\theta_{ij}(t)$, а также, с учетом (4), эквивалентные возмущения $\sigma_i(t)$ являются ограниченными и удовлетворяют условиям

$$\left| \sum_{j=1}^k \theta_{ij}(t) \right| \leq \tilde{\theta}_{0_j}, \tilde{\theta}_{0_j} = \text{const} > 0, |\sigma_i(t)| \leq \tilde{\varepsilon}_4, \tilde{\varepsilon}_4 = \text{const} > 0. \quad (6)$$

Желаемое движение объекта управления (1) – (6) задается, по аналогии с [11, 12, 21], за счет введения в каждую подсистему (1) локальных явных эталонных моделей с двумя выходами

$$\frac{dx_{M_i}(t)}{dt} = A_{M_i} x_{M_i}(t) + B_{M_i} r_i(t), \quad (7)$$

$$y_{M_i}(t) = x_{M1_i}(t), z_{M_i}(t) = g_i^T x_{M_i}(t),$$

где $x_{M_i}(t) = [x_{M1_i}(t), x_{M2_i}(t), \dots, x_{M(n_i)_i}(t)]^T \in R^{n_i}$ – вектор переменных состояния

эталонной модели; A_{M_i} – гурвицева матрица, последняя строка которой имеет вид $[a_{M1_i}, a_{M2_i}, \dots, a_{M(n_i)_i}]$, a_{M1_i} – известные числа; B_{M_i} – известный вектор; $r_i(t) = r_i(t + T)$ – скалярное периодическое задающее воздействие; $y_{M_i}(t) \in R$ – основной выход эталона (определяет требуемое движение соответствующей локальной подсистемы объекта); $z_{M_i}(t) \in R$ – вспомогательный выход эталонной модели (задает динамику каждого локального основного контура подсистем объекта); $g_i^T = [1, g_{1_i}, g_{2_i}, \dots, g_{(n_i-1)_i}]$ – заданный вектор.

Для рассматриваемого объекта (1) – (6) и эталонной модели (7) выполняются условия структурного согласования

$$A_{M_i} = A_i + B_{M_i} C_{0_i}^T, \quad B_{M_i} K_{0_i} = B_i, \quad (8)$$

где $C_{0_i}^T = [C_{01_i}, C_{02_i}, \dots, C_{0(n_i)_i}]$, K_{0_i} – соответственно неизвестные вектор и число.

Поскольку для измерения доступны только сигналы $y_i(t)$, введем в каждый локальный основной контур объекта фильтр-корректор [11 – 16, 21] со следующей динамикой:

$$\frac{dx_{F_i}(t)}{dt} = A_{F_i} x_{F_i}(t) + B_{F_i} y_i(t), \quad z_{F_i}(t) = C_{F_i}^T x_{F_i}(t) + D_{F_i} y_i(t), \quad (9)$$

где $x_{F_i}(t) = [x_{F1_i}(t), x_{F2_i}(t), \dots, x_{F(n_i-1)_i}(t)]^T \in R^{(n_i-1)}$ – вектор переменных состояния фильтра; $z_{F_i}(t) \in R$ – выход фильтр-корректора; $A_{F_i}, B_{F_i}, C_{F_i}, D_{F_i}$ – матрицы и векторы заданные так, что передаточную функцию фильтра (9) можно записать в виде

$$W_{F_i}(s) = \frac{z_{F_i}(s)}{y_i(s)} = C_{F_i}^T (sE_{(n_i-1)_i} - A_{F_i})^{-1} B_{F_i} + D_{F_i} = \frac{g_i(s)}{(T_i s + 1)^{(n_i-1)}}, \quad (10)$$

где $g_i(s)$ – полином, составленный относительно числовых коэффициентов вектора g_i ; $T_i = \text{const} > 0$ – малая постоянная времени.

Постановка задачи

Для многосвязного неаффинного динамического объекта (1) – (6), функционирующего в условиях неопределенности (3), *требуется* синтезировать явный вид закона управления

$$u_i(t) = u_i(x_i(t), x_{M_i}(t), x_{F_i}(t), r_i(t)), \quad (11)$$

который при любых начальных условиях $x_i(0)$ и любом уровне априорной параметрической неопределенности $\zeta \in \Xi$ обеспечит для замкнутой системы управления (1) – (8) выполнение целевого условия

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y_{M_i}(t) - y_i(t)| \leq \Delta_{y_i}, \quad \Delta_{y_i} = \text{const} > 0, \quad (12)$$

где Δ_{y_i} – малые относительно максимальных значений соответствующих основных выходов локальных эталонных моделей (7) величины.

Метод решения, синтез закона управления и L -диссипативность системы

Построение системы управления будем проводить следующим образом: во-первых, в предположении доступности переменных состояния объекта синтезируем явный вид закона управления (11); во-вторых, пользуясь оценками переменных $x(t)$ и выполняя специальные условия, обеспечим L -диссипативность синтезированной системы управления [10 – 17, 20, 21].

Синтез закона управления. Для определения явного вида закона управления (11) будем использовать критерий гиперустойчивости В. М. Попова. Введем в рассмотрение вектор рассогласования состояний локальных эталонов и подсистем объекта управления $e_i(t) = (x_{M_i}(t) - x_i(t))$. Тогда эквивалентная математическая модель исследуемой системы примет вид

$$\frac{de_i(t)}{dt} = A_{M_i} e_i(t) + B_{M_i} \mu_i(t), \quad v_i(t) = z_{M_i}(t) - g_i^T x_i(t), \quad (13)$$

$$\mu_i(t) = -[u_i(t) - \theta_i(t) - C_{0_i}^T x_i(t) + (K_{0_i} f_i(x_i(t), u_i(t)) - 1)u_i(t) + K_{0_i} \phi_i(u_i(t))],$$

где $\theta_i(t) = r_i(t) + K_{0_i} \psi_i(t)$ – некоторый периодический сигнал.

Пользуясь результатами и рассуждениями из [11, 12], можно показать, что за счет выбора числовых значений вектора g в соответствии с условием

$$\begin{aligned} s^{n_i} + a_{M(n_i)} s^{(n_i-1)} + \dots + a_{M2_i} s + a_{M1_i} = \\ = (s + a_{*i}) \cdot \left(s^{(n_i-1)} + \frac{g_{(n_i-2)}}{g_{(n_i-1)}} s^{(n_i-2)} + \dots + \frac{g_1}{g_{(n_i-1)}} s + \frac{1}{g_{(n_i-1)}} \right) g_{(n_i-1)}, \end{aligned}$$

где $a_{*i} = const$ – любой корень полинома $a_{M_i}(s)$, передаточная функция линейной стационарной части (ЛСЧ) эквивалентной системы (13) примет вид

$$W_{ЛСЧ_i}(s) = g_i^T (s - A_{M_i})^{-1} B_{M_i} = K_{0_i} \frac{a_{*i}}{s + a_{*i}}.$$

При этом для ЛСЧ будет выполнено частотное неравенство

$$\operatorname{Re}[W_{ЛСЧ_i}(j\omega)] > 0, \quad \forall \omega > 0, \quad (14)$$

где $W_{ЛСЧ_i}(j\omega)$ – соответствующая частотная передаточная функция i -й локальной подсистемы; $j^2 = -1$.

Представим управляющий сигнал в виде суммы четырех компонент:

$$u_i(t) = \zeta_{1_i}(t) + \zeta_{2_i}(t) + \zeta_{3_i}(t) + \zeta_{4_i}(t) \quad (15)$$

и преобразуем правую часть выражения, соответствующего нелинейной нестационарной части эквивалентной системы (13), следующим образом:

$$\begin{aligned} \mu_i(t) = & -\left[\zeta_{1_i}(t) - \theta_i(t) \right] + \left[\zeta_{2_i}(t) - C_{0_i}^T x_i(t) \right] + \\ & + \left[\zeta_{3_i}(t) + (K_{0_i} f_i(x_i(t), u_i(t)) - 1) u_i(t) \right] + \left[\zeta_{4_i}(t) + K_{0_i} \varphi_i(u_i(t)) \right] \end{aligned} \quad (16)$$

Выполним требования интегрального неравенства В.М. Попова

$$\eta_i(0, t) = -\int_0^t \mu_i(\zeta) v_i(\zeta) d\zeta \geq -\eta_{0_i}^2, \quad \eta_{0_i} = const, \quad \forall t > 0, \quad (17)$$

явный вид которого, в соответствии с (16), запишем следующим образом

$$\begin{aligned} \eta_i(0, t) = & \eta_{1_i}(0, t) + \eta_{2_i}(0, t) + \eta_{3_i}(0, t) + \eta_{4_i}(0, t) = \\ = & \int_0^t [\zeta_{1_i}(\zeta) - \theta_i(\zeta)] v_i(\zeta) d\zeta + \int_0^t [\zeta_{2_i}(\zeta) - C_{0_i}^T x_i(t)] v_i(\zeta) d\zeta + \\ & + \int_0^t [\zeta_{3_i}(\zeta) + (K_{0_i} f_i(x_i(\zeta), u_i(\zeta)) - 1) u_i(\zeta)] v_i(\zeta) d\zeta + \\ & + \int_0^t [\zeta_{4_i}(\zeta) + K_{0_i} \varphi_i(u_i(\zeta))] v_i(\zeta) d\zeta. \end{aligned} \quad (18)$$

Синтезируем явный вид составляющей $\zeta_{1_i}(t)$ закона управления (15) в виде

$$\zeta_{1_i}(t) = \zeta_{1_i}(t - \bar{T}_i) + \gamma_{1_i} v_i(t), \quad (19)$$

где $\gamma_{1_i} = const > 0$; $\bar{T}_i = const > 0$. Тогда, следуя [18 – 20], для первого интегрального слагаемого из (18) запишем справедливую оценку

$$\eta_{1_i}(0, t) = \gamma_{1_i} \int_0^t v_i(\zeta) \left[\int_0^\zeta \omega_0(\zeta - h) v_i(h) dh - \theta_i(\zeta) \right] d\zeta \geq -\eta_{01_i}^2, \quad \eta_{01_i} = const, \quad \forall t > 0,$$

где $\omega_0(\cdot)$ – весовая функция генератора периодических сигналов.

Составляющую $\zeta_{2_i}(t)$ определим с помощью уравнения

$$\zeta_{2_i}(t) = \sum_{p=1}^{n_i} \gamma_{2_{p_i}} x_{p_i}(t) \int_0^t x_{p_i}(\zeta) v_i(\zeta) d\zeta, \quad \gamma_{2_{p_i}} = const > 0. \quad (20)$$

В этом случае [21] для $\eta_{2_i}(0, t)$ запишем оценку

$$\begin{aligned} \eta_{2_i}(0, t) = & \int_0^t \left(\sum_{p=1}^{n_i} \gamma_{2_{p_i}} x_{p_i}(\zeta) \int_0^\zeta x_{p_i}(\vartheta) v_i(\vartheta) d\vartheta - \sum_{p=1}^{n_i} C_{0_{p_i}} x_{p_i}(\zeta) \right) v_i(\zeta) d\zeta = \\ = & \sum_{p=1}^{n_i} \gamma_{2_{p_i}} \int_0^t x_{p_i}(\zeta) v_i(\zeta) \int_0^\zeta x_{p_i}(\vartheta) v_i(\vartheta) d\vartheta d\zeta - \sum_{p=1}^{n_i} C_{0_{p_i}} \int_0^t x_{p_i}(\zeta) v_i(\zeta) d\zeta = \\ = & \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{n_i} \gamma_{2_{p_i}} \left(\int_0^t x_{p_i}(\zeta) v_i(\zeta) d\zeta \right)^2 - \sum_{p=1}^{n_i} C_{0_{p_i}} \int_0^t x_{p_i}(\zeta) v_i(\zeta) d\zeta \pm \sum_{p=1}^{n_i} \frac{C_{0_{p_i}}^2}{2\gamma_{2_{p_i}}} = \\ = & \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{n_i} \gamma_{2_{p_i}} \left(\int_0^t x_{p_i}(\zeta) v_i(\zeta) d\zeta \right)^2 - \sum_{p=1}^{n_i} C_{0_{p_i}} \int_0^t x_{p_i}(\zeta) v_i(\zeta) d\zeta + \sum_{p=1}^{n_i} \frac{C_{0_{p_i}}^2}{2\gamma_{2_{p_i}}} \geq \end{aligned}$$

$$\geq -\sum_{p=1}^{n_i} \frac{C_{0p_i}^2}{2\gamma_{2p_i}} = -\eta_{02_i}^2, \eta_{02_i} = const, \forall t > 0.$$

Выполним преобразования слагаемого $\eta_{3_i}(0, t)$:

$$\begin{aligned} \eta_{3_i}(0, t) &= \int_0^t [\zeta_{3_i}(\varsigma) - (K_{0_i} f_i(x_i(\varsigma), u_i(\varsigma)) - 1)u_i(\varsigma)]v_i(\varsigma)d\varsigma = \\ &= \int_0^t \zeta_{3_i}(\varsigma)v_i(\varsigma)d\varsigma - \int_0^t (K_{0_i} f_i(x_i(\varsigma), u_i(\varsigma)) - 1)u_i(\varsigma)v_i(\varsigma)d\varsigma \pm \\ &\pm 2\hat{\gamma}_{3_i}^2 \tilde{\gamma}_{3_i} \int_0^t u_i(\varsigma)v_i(\varsigma) \int_0^\varsigma u_i(\vartheta)v_i(\vartheta)d\vartheta d\varsigma = \\ &= \int_0^t \left[\zeta_{3_i}(\varsigma) - 2\hat{\gamma}_{3_i}^2 \tilde{\gamma}_{3_i} u_i(\varsigma) \int_0^\varsigma u_i(\vartheta)v_i(\vartheta)d\vartheta \right] v_i(\varsigma)d\varsigma + \\ &+ \tilde{\gamma}_{3_i} \left(\int_0^t (K_{0_i} f_i(x_i(\varsigma), u_i(\varsigma)) - 1)u_i(\varsigma)v_i(\varsigma)d\varsigma \right)^2 - \\ &- \int_0^t (K_{0_i} f_i(x_i(\varsigma), u_i(\varsigma)) - 1)u_i(\varsigma)v_i(\varsigma)d\varsigma \pm \frac{1}{4\tilde{\gamma}_{3_i}} = \\ &= \int_0^t \left[\zeta_{3_i}(\varsigma) - 2\hat{\gamma}_{3_i}^2 \tilde{\gamma}_{3_i} u_i(\varsigma) \int_0^\varsigma u_i(\vartheta)v_i(\vartheta)d\vartheta \right] v_i(\varsigma)d\varsigma + \\ &+ \left\{ \tilde{\gamma}_{3_i} \left(\int_0^t (K_{0_i} f_i(x_i(\varsigma), u_i(\varsigma)) - 1)u_i(\varsigma)v_i(\varsigma)d\varsigma \right)^2 - \right. \\ &\left. - \int_0^t (K_{0_i} f_i(x_i(\varsigma), u_i(\varsigma)) - 1)u_i(\varsigma)v_i(\varsigma)d\varsigma + \frac{1}{4\tilde{\gamma}_{3_i}} \right\} - \frac{1}{4\tilde{\gamma}_{3_i}}, \end{aligned}$$

где $\hat{\gamma}_{3_i} = \max |K_{0_i} f_i(x_i(t), u_i(t)) - 1| = const > 0$, $\tilde{\gamma}_{3_i} = const > 0$.

Синтезировав составляющую $\zeta_{3_i}(t)$ в виде

$$\zeta_{3_i}(t) = \gamma_{3_i} u_i(t) \int_0^t u_i(\varsigma)v_i(\varsigma)d\varsigma, \quad (21)$$

где $\gamma_{3_i} = 2\hat{\gamma}_{3_i}^2 \tilde{\gamma}_{3_i} = const > 0$, для слагаемого $\eta_{3_i}(0, t)$ будем иметь оценку

$$\eta_{3_i}(0, t) \geq -\frac{1}{4\tilde{\gamma}_{3_i}} = -\eta_{03_i}^2, \eta_{03_i} = const, \forall t > 0.$$

Явный вид составляющей $\zeta_{4_i}(t)$ синтезируем следующим образом:

$$\zeta_{4_i}(t) = \gamma_{4_i} \int_0^t v_i(\varsigma)d\varsigma, \quad (22)$$

где $\gamma_{4_i} = 2\hat{\gamma}_{4_i}\varepsilon_{3_i}^2 = const > 0$. В этом случае для слагаемого $\eta_{4_i}(0, t)$ можно получить следующую оценку:

$$\begin{aligned}\eta_{4_i}(0, t) &= \int_0^t [\zeta_{4_i}(\zeta) + K_{0_i}\varphi_i(u_i(\zeta))]v_i(\zeta)d\zeta = \\ &= \int_0^t \zeta_{4_i}(\zeta)v_i(\zeta)d\zeta + \int_0^t K_{0_i}\varphi_i(u_i(\zeta))v_i(\zeta)d\zeta \pm 2\hat{\gamma}_{4_i}\varepsilon_{3_i}^2 \int_0^t v_i(\zeta) \int_0^\zeta v_i(\vartheta)d\vartheta d\zeta = \\ &= \int_0^t \left[\zeta_{4_i}(\zeta) - 2\hat{\gamma}_{4_i}\varepsilon_{3_i}^2 \int_0^\zeta v_i(\vartheta)d\vartheta \right] v_i(\zeta)d\zeta + \hat{\gamma}_{4_i} \left(\int_0^t \varphi_i(u_i(\zeta))v_i(\zeta)d\zeta \right)^2 + \\ &+ \int_0^t K_{0_i}\varphi_i(u_i(\zeta))v_i(\zeta)d\zeta \pm \frac{K_{0_i}^2}{4\hat{\gamma}_{4_i}} \geq -\frac{K_{0_i}^2}{4\hat{\gamma}_{4_i}} = \eta_{04_i}^2, \quad \eta_{04_i} = const, \forall t > 0.\end{aligned}$$

Таким образом, математическое описание регулятора (11), которое не будет противоречить справедливости интегрального неравенства (17), в соответствии с (19), (20), (21) и (22) примет вид:

$$\begin{aligned}u_i(t) &= \left(\zeta_{1_i}(t - \bar{T}_i) + \gamma_{1_i}(z_{M_i}(t) - g_i^T x_i(t)) \right) + \\ &+ \sum_{p=1}^{n_i} \gamma_{2p_i} x_{p_i}(t) \int_0^t x_{p_i}(\zeta)(z_{M_i}(\zeta) - g_i^T x_i(\zeta))d\zeta + \\ &+ \gamma_{3_i} u_i(t) \int_0^t u_i(\zeta)(z_{M_i}(\zeta) - g_i^T x_i(\zeta))d\zeta + \gamma_{4_i} \int_0^t (z_{M_i}(\zeta) - g_i^T x_i(\zeta))d\zeta.\end{aligned}\quad (23)$$

Поскольку выполнено частотное условие (14), а также существует справедливое интегральное неравенство (17), эквивалентная система (13), как следствие – исходная система управления (1) – (9), (9), (23) также будет гиперустойчивой в заданном классе неопределенности $\xi \in \Xi$ и для нее с течением времени будут выполнены как вспомогательная

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |v_i(t)| = \lim_{t \rightarrow \infty} |(z_{M_i}(t) - g_i^T x(t))| \leq \Delta_{z_i}, \quad \Delta_{z_i} = const > 0,$$

так и основная (12) цели управления.

L-диссипативность системы управления. Для обеспечения технической реализации нелинейно-периодического алгоритма управления (23) будем использовать оценки переменных состояния локальных подсистем объекта, которыми являются внутренние состояния фильтра-корректора (9), (10). При этом числовое значение постоянной времени T_i передаточной функции (10) фильтра следует выбирать исходя из следующих специальных условий [10 – 16]:

$$T_i < T_{1_i} = \frac{0.93}{(n_i - 2)a_{M1_i}}, \quad T_i < T_{2_i} = \frac{0.465a_{M1_i}}{(n_i - 1)a_{M2_i}}.$$

Заменяя в выражении (23) переменные состояния объекта их оценками, получим технически реализуемый закон управления

$$\begin{aligned}
 u_i(t) = & \left(\zeta_{1_i}(t - \bar{T}_i) + \gamma_{1_i}(z_{M_i}(t) - z_{F_i}(t)) \right) + \\
 & + \sum_{p=0}^{n_i-1} \gamma_{2_{p_i}} \tilde{x}_{(p+1)_i}(t) \int_0^t \tilde{x}_{(p+1)_i}(\zeta)(z_{M_i}(\zeta) - z_{F_i}(\zeta)) d\zeta + \\
 & + \gamma_{3_i} u_i(t) \int_0^t u_i(\zeta)(z_{M_i}(\zeta) - z_{F_i}(\zeta)) d\zeta + \gamma_{4_i} \int_0^t (z_{M_i}(\zeta) - z_{F_i}(\zeta)) d\zeta,
 \end{aligned} \tag{24}$$

где $\tilde{x}_i(t) = [x_{F_{1_i}}(t), x_{F_{2_i}}(t), \dots, x_{F_{(n_i-1)_i}}(t)]^T \in R^{n_i}$ – вектор оценок переменных состояния локальных подсистем объекта управления. В этом случае система управления (1), (2), (4) – (7), (9) – (11), (24) окажется L -диссипативной и сохранит свою работоспособность, для нее, как и для системы (1) – (9), (9), (23) будет выполнена цель управления (12).

Иллюстративный пример

В качестве примера работы построенной системы рассмотрим задачу управления неаффинным динамическим объектом, состоящим из двух локальных подсистем следующей структуры:

$$\begin{aligned}
 A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a_{1_1} & a_{2_1} & a_{3_1} \end{pmatrix}, \quad B_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b_{3_1} \end{pmatrix}, \\
 f_1(x_1(t), u_1(t)) = 1 + \frac{d_0}{1 + |u_1(t)|} + 0.1(1 + x_{2_1}^2(t)),
 \end{aligned} \tag{25}$$

$$\varphi_1(u_1(t)) = \varphi_{0_1} \sin(0.5u_1(t)), \quad \psi_1(t) = \psi_{0_1} \sin(0.3t);$$

$$\begin{aligned}
 A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a_{1_2} & a_{2_2} & a_{3_2} \end{pmatrix}, \quad B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b_{3_2} \end{pmatrix}, \\
 f_2(x_2(t), u_2(t)) = \frac{0.5}{1 + u_2^2(t)} + 0.1x_{2_2}^2(t),
 \end{aligned} \tag{26}$$

$$\varphi_2(u_2(t)) = \varphi_{0_2} \sin(0.4u_2(t)), \quad \psi_2(t) = \psi_{0_2} \sin(0.4t);$$

$$W_{12}(s) = \frac{s^2 + 2s + 1}{2s^3 + 4s^2 + 3s + 1}, \quad W_{21}(s) = \frac{s + 1}{s^2 + 2s + 1}. \tag{27}$$

Класс априорной неопределенности многосвязного объекта (1), (25), (26) определим с помощью неравенств

$$\begin{aligned}
& -3.2 \leq a_{1_1} \leq 2.1, \quad -1.5 \leq a_{2_1} \leq 1, \quad -12 \leq a_{3_1} \leq 5.2; \\
& 1.2 \leq d_0 \leq 3.2, \quad 0.02 \leq \varphi_{0_1} \leq 2.1, \quad 0 \leq \psi_{0_1} \leq 0.8; \\
& -10 \leq a_{1_2} \leq 5, \quad -5 \leq a_{2_2} \leq 5.7, \quad -1 \leq a_{3_2} \leq 15; \\
& 0.02 \leq \varphi_{0_2} \leq 2.5, \quad 0 \leq \psi_{0_2} \leq 1.2.
\end{aligned}$$

Структуру матриц и векторов локальных эталонных моделей зададим в виде

$$A_{M_i} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a_{M1_i} & a_{M2_i} & a_{M3_i} \end{pmatrix}, \quad B_{M_i} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b_{M3_i} \end{pmatrix}, \quad g_i = \begin{pmatrix} 1 \\ g_{1_i} \\ g_{2_i} \end{pmatrix}, \quad (28)$$

$$a_{M1_i} = -20, \quad a_{M2_i} = -41, \quad a_{M3_i} = -22, \quad b_{M3_i} = 23, \quad g_{1_i} = 2, \quad g_{2_i} = 1,$$

а локальные фильтры-корректоры определим следующим образом:

$$A_{F_i} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a_{F1_i} & a_{F2_i} \end{pmatrix}, \quad B_{F_i} = \begin{pmatrix} 0 \\ b_{F2_i} \end{pmatrix}, \quad C_{F_i} = \begin{pmatrix} 1 \\ g_{1_i} \end{pmatrix}, \quad D_{F_i} = g_{2_i}, \quad (29)$$

$$a_{F1_i} = -10^6, \quad a_{F2_i} = -2 \cdot 10^3, \quad b_{F2_i} = 10^6, \quad g_{1_i} = 2, \quad g_{2_i} = 1, \quad i = 1, 2.$$

Задающие воздействия для локальных подсистем сформируем в виде периодических сигналов

$$r_1(t) = 0.78 \sin(0.1t) \cdot (1 - \sin(0.05t)), \quad r_2(t) = 0.5 \sin^2(0.1t) \cdot (1 - \sin(0.05t)) \quad (30)$$

и выполним имитационное моделирование системы (1) – (9), (25) – (30) при следующих значениях параметров объекта:

$$\begin{aligned}
& a_{1_1} = 0.2, \quad a_{2_1} = -1, \quad a_{3_1} = -6, \quad d_0 = 2, \quad \varphi_{0_1} = 0.2, \quad \psi_{0_1} = 0.5; \\
& a_{1_2} = -7.1, \quad a_{2_2} = 2, \quad a_{3_2} = -0.5, \quad \varphi_{0_2} = 0.4, \quad \psi_{0_2} = 0.6.
\end{aligned} \quad (31)$$

В ходе вычислительных экспериментов, результаты одного из которых показаны на рис. 1 – 3, параметры нелинейно-периодического регулятора (24) были подобраны со значениями

$$\begin{aligned}
& \gamma_{1_1} = \gamma_{1_2} = 100, \quad \gamma_{21_1} = \gamma_{21_2} = 500, \quad \gamma_{22_1} = \gamma_{22_2} = 600, \\
& \gamma_{23_1} = \gamma_{23_2} = 400, \quad \gamma_{3_1} = \gamma_{3_2} = 200, \quad \gamma_{4_1} = \gamma_{4_2} = 200, \\
& \bar{T}_1 = \bar{T}_2 = 10.
\end{aligned} \quad (32)$$

Представленные временные характеристики свидетельствуют о том, что предложенная система управления (1) – (9), (25) – (32) обладает достаточно высоким качеством: величина ошибки регулирования с начала функционирования системы не превышает 0.15% для первой подсистемы и 0.06% для второй подсистемы (рис. 1), т.е. за счет сформированных с помощью локальных нелинейных регуляторов (24), (32) управляющих воздействий (рис. 3) в системе обеспечивается практически полное совпадение сигналов $y_{M_i}(t)$ и $y_i(t)$ (рис. 2).

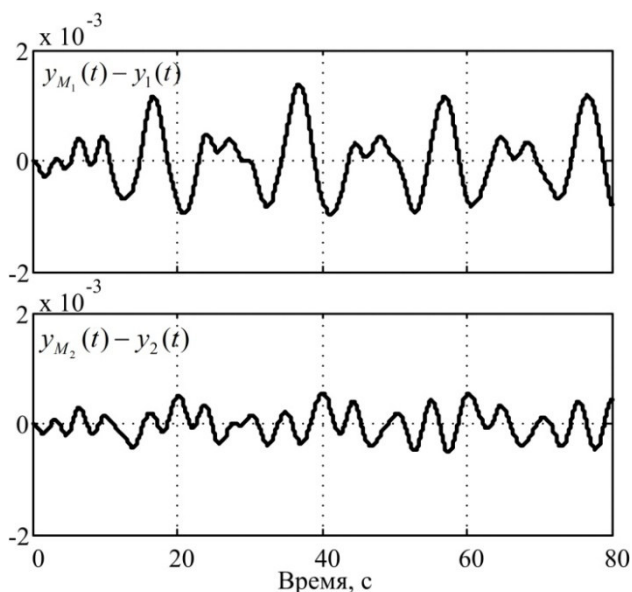


Рис. 1. Сигналы рассогласований между основными выходами локальных эталонов (28) и выходами подсистем (1), (25), (26).

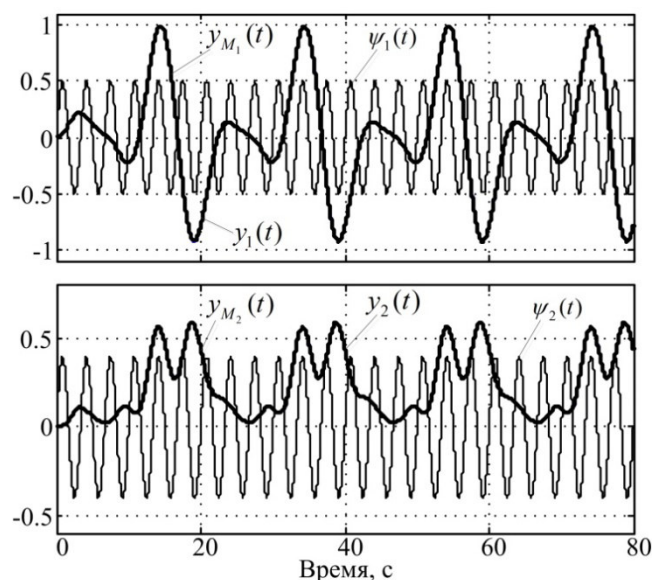


Рис. 2. Динамика основных выходов локальных эталонов, выходов подсистем и внешних возмущений.

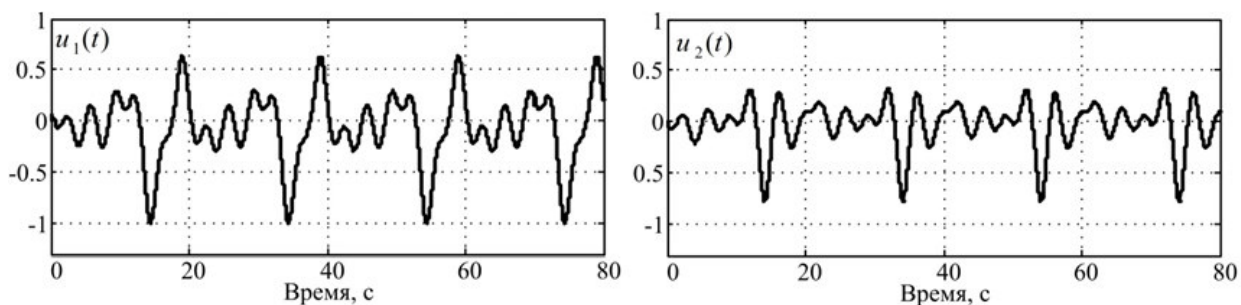


Рис. 3. Локальные сигналы управления.

Заключение

Рассмотрено решение задачи синтеза децентрализованной системы управления для одного класса многосвязных неаффинных динамических объектов в периодических режимах. Построен оригинальный нелинейно-периодический закон, обеспечивающий высокое качество работы системы управления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Zhu Y., Pagilla P.R. Decentralized output feedback control of a class of large-scale interconnected systems // IMA Journal of Mathematical Control and Information. – 2007. – No. 24. – P. 57-69.
2. Dragicevic T., Wu D., Shafiee Q., Meng L. Distributed and Decentralized Control Architectures for Converter-Interfaced Microgrids // Chinese Journal of Electrical Engineering. – 2017. – Vol. 3, No. 2. – P. 41-52.
3. Shukla S., Mili L. Hierarchical Decentralized Control for Enhanced Rotor Angle and Voltage Stability of Large-Scale Power Systems // IEEE Transactions on Power Systems. – 2017. – Vol. 32, Issue 6. – P. 1-11.
4. Cho D., Kato Y., Spilman. D. Sliding mode and classical controllers in magnetic levitation systems // IEEE Control Systems Magazine. – 1993. – V. 13. –P. 42–48.

5. *Пушхопов В.Х., Медведев М.Ю.* Синтез систем управления подводными аппаратами с нелинейными характеристиками исполнительных органов // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2011. – №3 (116). – С.147-156.
6. *Tavakol F., Binazadeh T.* Robust Control Design for Path Tracking of Non-Affine UAV // Systems Science & Control Engineering. – 2017. – Vol. 5, No. 1. – P. 474-480.
7. *De Oliveira I.G., Lages W.F.* Repetitive Control Applied to Robot Manipulators // Proc. 2016 IEEE 21st Int. Conf. on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA). – Germany, Berlin, Sept. 6-9, 2016.
8. *He X., Guo D., Leang K.K.* Repetitive Control Design and Implementation for Periodic Motion Tracking in Aerial Robots // Proc. 2017 American Cont. Conf. – USA, Seattle, May 24-26, 2017.
9. *Li D., Ye Y.* Phase Compensation Second-Order Repetitive Control for CVCF PWM Inverters // Int. J. of Electronics. – 2018. – Vol. 105, Issue 2. – P. 324-336.
10. *Еремин Е.Л.* Робастный регулятор для неаффинного по управлению нестационарного объекта // Информатика и системы управления. – 2016. – № 1(47). – С.106-116.
11. *Еремин Е.Л., Шеленок Е. А.* Система нелинейного робастного управления для неаффинного нестационарного динамического объекта с запаздыванием // Автометрия. – 2017. – № 2 (53). – С. 6-71.
12. *Еремин Е.Л., Шеленок Е. А.* Робастное управление для одного класса многосвязных динамических объектов // Автоматика и телемеханика. – 2017. – № 6. – С. 106 – 121.
13. *Еремин Е.Л.* L -диссипативность гиперустойчивой системы управления при структурном возмущении. I // Информатика и системы управления. – 2006. – № 2(12). – С. 94-101.
14. *Еремин Е.Л.* L -диссипативность гиперустойчивой системы управления при структурном возмущении. II // Информатика и системы управления. – 2007. – № 1(13). – С.130-139.
15. *Еремин Е.Л.* L -диссипативность гиперустойчивой системы управления при структурном возмущении. III // Информатика и системы управления. – 2007. – № 2(14). – С.153-165.
16. *Еремин Е.Л.* L -диссипативность гиперустойчивой системы управления при структурном возмущении. IV // Информатика и системы управления. – 2013. – № 2(36). – С.100-106.
17. *Еремин Е.Л., Чепак Л.В.* Комбинированный регулятор для одного класса неаффинных объектов с запаздыванием по управлению // Информатика и системы управления. – 2017. – № 4(54). – С. 125-134.
18. *Еремин Е.Л., Капитонова М.С.* Адаптивная система управления T -периодическими нелинейными объектами // Проблемы управления. – 2007. – № 1. – С. 2-7.
19. *Еремин Е.Л., Теличенко Д.А., Шеленок Е.А.* Комбинированные алгоритмы системы робастно-периодического управления нелинейным объектом с запаздыванием // Информатика и системы управления. – 2009. – № 3(21). – С. 125-135.
20. *Еремин Е.Л., Шеленок Е.А.* Адаптивно-периодическая следящая система для нелинейного объекта, аффинного по управлению // Автометрия. – 2015. – Т. 51, № 5. – 113-119.
21. *Еремин Е.Л., Шеленок Е.А.* Нелинейно-периодическая система для неаффинного по управлению стационарного объекта // Информатика и системы управления. – 2018. – № 1. – С. 130-141.

E-mail:

Еремин Евгений Леонидович – ereminel@mail.ru

Годяев Александр Иванович – zav_at@festu.khv.ru

Шеленок Евгений Анатольевич – cidshell@mail.ru