



УДК 631.6. (575.2)

© 2019 г. **К.А. Пресняков**, д-р техн. наук,  
**Г.К. Керимкулова**, канд. физ.-мат. наук,  
**Г.О. Аскалиева**, канд. техн. наук,  
**Е.Ю. Першакова**

(Институт автоматизации и информационных технологий НАН КР, Бишкек)

## МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ИНТЕРВАЛА СПЕКТРА ПУЛЬСАЦИЙ ВЕРТИКАЛЬНОЙ КОМПОНЕНТЫ СКОРОСТИ В ЛАМИНАРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКА ВОДЫ

Предложена оценка размеров вихря Тейлора, размера турбулентного и ламинарного пограничных слоев воды, дисперсии скорости, диссипативной функции Тейлора и высокочастотного интервала спектра пульсаций вертикальной компоненты скорости в ламинарном пограничном слое турбулентного потока воды, основанная на оценке размеров вихря Тейлора и дисперсии скорости воды на границе турбулентного и ламинарного пограничных слоев, а также на верхней границе нижнего мономолекулярного слоя воды, находящегося в непосредственном контакте с дном водотока.

**Ключевые слова:** вихрь Тейлора, турбулентный пограничный слой, ламинарный пограничный слой, дисперсия вертикальной компоненты скорости воды, диссипативная функция Тейлора, высокочастотный интервал спектра, пульсация вертикальной компоненты скорости, турбулентный поток.

DOI: 10.22250/isu.2019.61.133-140

### Введение

В гидродинамике в рамках физических моделей изотропной и локально изотропной турбулентности [1] известен способ определения высокочастотного интервала спектра пульсаций вертикальной компоненты скорости в ламинарном пограничном слое турбулентного потока воды, заключающийся в измерении дисперсии вертикальной компоненты скорости воды и вычисле-

нии искомой частоты по формуле

$$v_1 = \frac{\sigma_v}{\lambda}, \quad (1)$$

где  $\sigma_v$  – дисперсия вертикальной компоненты скорости воды, м/с;  $\lambda$  – характерный размер высокочастотного вихря Тейлора, м.

### **Постановка задачи исследований**

Недостатком известного метода является отсутствие четкого указания на способы (теоретические и экспериментальные) определения характерного размера вихря Тейлора, хотя эта характеристика входит в совокупность геометрических, кинематических и энергетических параметров и характеристик ламинарного изотропного течения воды.

Задача исследования – определить высокочастотный интервал спектра пульсаций вертикальной компоненты скорости в ламинарном пограничном слое турбулентного потока воды.

### **Решение поставленной задачи**

Определение высокочастотного интервала спектра пульсаций вертикальной компоненты скорости в ламинарном пограничном слое турбулентного потока воды заключается в следующем:

измеряют пульсации скорости в ламинарном пограничном слое турбулентного потока воды;

оценивают характерный размер вихря Тейлора, с учетом ограничения его нахождения в указанной выше зоне;

оценивают размеры характерных областей течения в придонной части турбулентного потока воды;

вычисляют среднеквадратичное значение пульсации вертикальной компоненты скорости воды в упомянутой зоне;

на основе проведенных измерений вычисляют значение диссипации механической энергии в теплоту в пределах ламинарного пограничного слоя воды;

оценивают нижний предел искомого интервала частоты на границе турбулентного и ламинарного пограничных слоев и верхний предел указанного интервала частоты на верхней границе нижнего мономолекулярного слоя воды, находящегося в непосредственном контакте с дном водотока;

составляют высокочастотный интервал спектра пульсаций вертикальной компоненты скорости воды в ламинарном пограничном слое;

сравнивают теоретические и экспериментальные значения упомянуто-

го интервала частот и делают вывод о степени сравнимости полученных значений частоты.

Подобное осуществление метода определения высокочастотного интервала спектра пульсаций вертикальной компоненты скорости в ламинарном пограничном слое турбулентного потока воды позволяет определить всю совокупность геометрических, кинематических и энергетических характеристик ламинарного течения турбулентного потока воды и тем самым прояснить физическую картину ламинарного течения воды.

В гидродинамике [1] (в рамках физических моделей изотропного и локально изотропного течения воды) изложение ведется зачастую в туманном (неопределенном) стиле. Например, встречаются термины: «мельчайшие вихри», «высокочастотные колебания», при этом не содержится никаких указаний на то, как определяются (теоретически, экспериментально) соответствующие характеристики. В большинстве кинематических характеристик указанных моделей фигурирует характерный размер вихря Тейлора.

Оценка характерного размера вихря Тейлора. Здесь будем исходить из следующего:

в работе [2] была оценена безразмерная толщина ламинарного пограничного слоя, которая по упомянутой оценке составляет  $10^{-5}$ ;

вихри Тейлора находятся в пределах ламинарного пограничного слоя.

Поэтому характерный размер вихря Тейлора не превышает указанной толщины, т.е.  $\tilde{\lambda} \leq 10^{-5}$  ( $10^{-5}$  м при глубине наполнения водотока  $H = 1$  м).

Оценка размеров характерных областей изотропного течения воды.

Различают [1] две области локально изотропного течения воды:

$$r \gg \lambda;$$

$$r \ll \lambda,$$

где  $r$  – характерный размер области течения.

Полагаем, что знак « $\gg$ » означает «больше в 1000 раз», а « $\ll$ » «меньше в 1000 раз», тогда первая область будет простирается от  $10^{-5}$  до  $10^{-2}$  (от  $10^{-5}$  до  $10^{-2}$  м при  $H = 1$  м), вторая область будет находиться в пределах от  $10^{-8}$  до  $10^{-5}$  (от  $10^{-8}$  до  $10^{-5}$  м при  $H = 1$  м).

Первую область логично связывать с турбулентным пограничным слоем, вторую – с ламинарным пограничным слоем.

Оценка диссипативной функции Тейлора. Диссипативная функция Тейлора [1] имеет вид

$$\Phi = 15 \cdot \mu \cdot \left( \frac{\sigma_v}{\lambda} \right)^2, \quad (2)$$

где  $\mu$  – динамический коэффициент вязкости. Учитывая, что  $\mu = \nu \cdot \rho$ , где  $\nu$  –

кинематический коэффициент вязкости,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $\rho$  – плотность воды,  $\text{кг}/\text{м}^3$ , формулу (2) перепишем в виде

$$\Phi = 15 \cdot \nu \cdot \rho \cdot \left( \frac{\sigma_v}{\lambda} \right)^2. \quad (3)$$

Размерность диссипативной функции

$$[\Phi] = [\nu \cdot \rho \cdot \left( \frac{\sigma_v}{\lambda} \right)^2] = [\text{L}^2\text{T}^{-1}\text{ML}^{-3}\text{T}^{-2}] = [\text{L}^{-3}\text{L}^2 \text{M T}^{-3}] = [\text{L}^{-3}\text{T}^{-1}\text{L}^2\text{MT}^{-2}] \quad (4)$$

или единица измерения  $\left[ \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 \cdot \text{с}} \right]$ .

Интенсивность диссипации механической энергии единичного объема жидкости в теплоту:

$$\Phi_1 = \Phi \cdot V_0 = 15 \cdot \nu \cdot \rho \cdot V_0 \cdot \left( \frac{\sigma_v}{\lambda} \right)^2, \quad (5)$$

где  $V_0 = 1 \text{ м}^3$ ;  $[\Phi_1] = \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{с}} \right]$ .

Оценка дисперсии вертикальной компоненты скорости воды. Следует заметить, что дисперсию вертикальной компоненты скорости  $\sigma_v$  точно определить сложно, так как не существует универсального профиля вертикальной компоненты скорости воды, т.е. подобное распределение нужно определять экспериментально в каждом конкретном случае. Из данного положения можно найти выход, если учесть, что распределения вертикальной компоненты скорости и ее пульсаций имеют равные по величине порядки.

Тогда  $\sigma_v$  заменяем на  $\sigma$ , которую можно легко вычислить, опираясь на универсальный профиль пульсаций вертикальной компоненты скорости воды по И.К. Никитину [3].

Формула (5) запишется в виде

$$\Phi_1 = \Phi \cdot V_0 = 15 \cdot \nu \cdot \rho \cdot V_0 \cdot \left( \frac{\sigma_{v'}}{\lambda} \right)^2, \quad (6)$$

где  $\sigma_{v'}$  – дисперсия пульсаций вертикальной компоненты скорости воды,  $\text{м}/\text{с}$ .

Теперь вычислим среднеквадратичное значение пульсаций вертикальной компоненты скорости на границе турбулентного и ламинарного пограничных слоев воды (по типу выражения динамической скорости воды) – первая граница:

$$\sigma_\lambda = \sqrt{g \cdot \lambda \cdot i} = \sqrt{9,81 \cdot 10^{-5} \cdot 0,005} = 7,0 \cdot 10^{-4} \text{ м}/\text{с}. \quad (7)$$

Затем вычислим аналогичную характеристику на верхней границе нижнего мономолекулярного слоя воды, находящегося в непосредственном

контакте с дном водотока, – вторая граница:

$$\sigma_{\lambda} = \sqrt{g \cdot \lambda \cdot i} = \sqrt{9,81 \cdot 6 \cdot 10^{-10} \cdot 0,005} = 5,4 \cdot 10^{-6} \text{ м/с.} \quad (8)$$

Оценка интенсивности диссипации механической энергии в теплоту.

Далее оценим значения интенсивности диссипации механической энергии в теплоту на указанных границах

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= 15 \cdot \nu \cdot \rho \cdot V_0 \cdot \left( \frac{\sigma_{v'}}{\lambda} \right)^2 = \\ &= 15 \cdot (1,049 \cdot 10^{-6}) \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot \left( \frac{7,0 \cdot 10^{-4}}{10^{-5}} \right)^2 = 7,7 \cdot 10^1 \frac{\text{Дж}}{\text{с}}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= 15 \cdot \nu \cdot \rho \cdot V_0 \cdot \left( \frac{\sigma_{v'}}{\lambda} \right)^2 = \\ &= 15 \cdot (1,049 \cdot 10^{-6}) \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot \left( \frac{5,4 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-10}} \right)^2 = 1,3 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{с}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Оценка высокочастотного интервала спектра пульсаций вертикальной компоненты скорости воды. Оценим:

*нижний предел* интервала высокочастотной части спектра пульсаций вертикальной компоненты скорости воды

$$\nu_1 = \frac{\sigma_{\lambda}}{\lambda} = \frac{7,0 \cdot 10^{-4}}{10^{-5}} = 7,0 \cdot 10^1 \text{ Гц}; \quad (11)$$

*верхний предел* интервала высокочастотной части спектра пульсаций вертикальной компоненты скорости воды

$$\nu_2 = \frac{\sigma_{\lambda}}{\lambda} = \frac{5,4 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-10}} = 9,0 \cdot 10^3 \text{ Гц.} \quad (12)$$

Таким образом, искомый интервал частот составляет ряд значений от  $7,0 \cdot 10^1$  Гц до  $9,0 \cdot 10^3$  Гц.

Полученные результаты подтверждают робкие рассуждения М.А. Великанова о «мельчайших», «высокочастотных вихрях Тейлора», диссипирующих механическую энергию в теплоту.

Заметно, что с приближением ко дну водотока происходит уменьшение характерного размера вихря Тейлора, уменьшение дисперсии вертикальной компоненты скорости воды, увеличение интенсивности диссипации механической энергии в теплоту и увлечение частоты пульсаций вертикальной компоненты скорости воды. Совокупность геометрических ( $\lambda \approx 10^{-5} \dots 10^{-10}$  м), кинематических ( $\sigma_{\lambda} = 7,0 \cdot 10^{-4} \dots 4 \cdot 10^{-6}$  м/с) и энергетических ( $\Phi_1 = 7,7 \cdot 10^1 \dots 1,3 \cdot 10^6$  Дж/с) параметров и характеристик, а также

высокочастотного интервала ( $7,0 \cdot 10^1 \dots 9,0 \cdot 10^3$  Гц) спектра пульсаций вертикальной компоненты скорости воды проясняет физическую картину ламинарного течения в турбулентном потоке воды.

Структурная блок-схема метода определения высокочастотного интервала спектра пульсаций вертикальной компоненты скорости в ламинарном пограничном слое турбулентного потока воды показана на рисунке.



Рис. 1. Структурная блок-схема предлагаемого метода определения высокочастотного интервала спектра пульсаций вертикальной компоненты скорости в ламинарном пограничном слое турбулентного потока воды.

Структурная блок-схема метода определения высокочастотного интервала спектра пульсаций вертикальной компоненты скорости в ламинарном пограничном слое турбулентного потока воды содержит 9 блоков:

блок 1 – измерение пульсаций вертикальной компоненты скорости воды в ламинарном пограничном слое;

блок 2 – оценка характерного размера вихря Тейлора с учетом его нахождения в ламинарном пограничном слое воды;

блок 3 – оценка размеров характерных областей локально-изотропного течения воды на основе установленного характерного размера вихря Тейлора;

блок 4 – вычисление дисперсии вертикальной компоненты скорости воды на основе установленного характерного размера вихря Тейлора;

блок 5 – определение значений интенсивности диссипации механической энергии в теплоту на основе установленных дисперсии вертикальной компоненты скорости воды и характерного размера вихря Тейлора;

блок 6 – оценка высокочастотного интервала спектра пульсаций вертикальной компоненты скорости воды на основе установленных дисперсии вертикальной компоненты скорости воды и характерного размера вихря Тейлора;

блок 7 – тестовые измерения частоты пульсаций вертикальной компоненты скорости воды в ламинарном пограничном слое;

блок 8 – сравнение теоретических и экспериментальных значений частоты пульсаций вертикальной компоненты скорости воды в ламинарном пограничном слое;

блок 9 – вывод о степени сравнимости теорий и эксперимента.

Определение высокочастотного интервала спектра пульсаций вертикальной компоненты скорости в ламинарном пограничном слое турбулентного потока воды осуществляют следующим образом:

измеряют пульсации вертикальной компоненты скорости воды в ламинарном пограничном слое (блок 1);

оценивают характерный размер вихря Тейлора с учетом его нахождения в ламинарном пограничном слое воды (блок 2);

оценивают размеры характерных областей локально-изотропного течения воды на основе установленного характерного размера вихря Тейлора (блок 3);

устанавливают границы ламинарного пограничного слоя турбулентного потока воды (1 – граница между турбулентными и ламинарными пограничными слоями турбулентного потока воды; 2 – верхняя граница нижнего мономолекулярного слоя воды, находящегося в непосредственном контакте с дном водотока);

вычисляют по формуле (7) и (8) дисперсии вертикальной компоненты

скорости воды на основе установленного характерного размера вихря Тейлора (блок 4);

определяют по формуле (9) и (10) значение интенсивности диссипации механической энергии в теплоту на основе установленных дисперсий вертикальной компоненты скорости воды и характерного размера вихря Тейлора (блок 5);

оценивают по формуле (11) и (12) высокочастотный интервал спектра пульсаций вертикальной компоненты скорости воды на основе установленных дисперсий вертикальной компоненты скорости воды и характерного размера вихря Тейлора (блок 6);

проводят тестовые измерения частоты пульсаций вертикальной компоненты скорости воды в ламинарном пограничном слое (блок 7);

сравнивают теоретические и экспериментальные значения частоты пульсаций вертикальной компоненты скорости воды в ламинарном пограничном слое (блок 8);

делают вывод о степени сравнимости теорий и эксперимента (блок 9).

## Заключение

Эффективность предлагаемого метода определения высокочастотного интервала спектра пульсаций вертикальной компоненты скорости в ламинарном пограничном слое турбулентного потока воды заключается в конкретной количественной оценке совокупности геометрических, кинематических, энергетических параметров и характеристик ламинарного течения воды, а также высокочастотного интервала спектра пульсаций вертикальной компоненты скорости воды, что позволяет прояснить физическую картину ламинарного течения турбулентного потока воды.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Великанов М.А. Динамика русловых потоков. – Т.1 Структура потока. – М.: Госиздат техн.-геог. лит., 1954.
2. Аскалиева Г.О. О динамической скорости водного потока // Проблемы автоматизации и управления. – 2014. – №1(26). – С. 121-125.
3. Никитин И.К. Турбулентный русловой поток и процессы в придонной области. – Киев: Изд-во АН УССР, 1963.

*Статья представлена к публикации членом редколлегии Ж.Ш. Шаршеналиевым.*

*E-mail:*

*Пресняков Константин Александрович – gulsaat@mail.ru;*

*Керимкулова Гулсаат Кубатбековна – gulsaat@mail.ru;*

*Аскалиева Гулзада Орозобаевна – 87guzya@mail.ru;*

*Першакова Елена Юрьевна – hellper64@mail.ru.*