

УДК 681.51

© 2019 г. **Е.Л. Еремин**, д-р техн. наук

(Амурский государственный университет, Благовещенск),

**Е.А. Шеленок**, канд. техн. наук

(Тихоокеанский государственный университет, Хабаровск)

## ГИБРИДНАЯ СИСТЕМА НЕЛИНЕЙНОГО УПРАВЛЕНИЯ НЕАФФИННЫМ ОБЪЕКТОМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПО СОСТОЯНИЮ В ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕЖИМАХ\*

Рассматривается проблема построения дискретных алгоритмов системы нелинейно-периодического управления для класса неаффинных стационарных динамических объектов непрерывного действия с запаздыванием, функционирующих в условиях априорной параметрической неопределенности. В качестве методов решения поставленной в работе задачи используются критерий гиперустойчивости, условия  $L$ -диссипативности и метод непрерывных моделей. С помощью вычислительных экспериментов показано качество работы системы управления.

**Ключевые слова:** комбинированный регулятор, априорная неопределенность, неаффинный по входу объект управления, критерий гиперустойчивости,  $L$ -диссипативность, фильтр-корректор, метод непрерывных моделей.

DOI: 10.22250/isu.2019.62.120-131

### Введение

Для современной теории управления весьма актуальными являются задачи разработки универсальных регуляторов для сложных динамических объектов периодического действия, работающих в условиях неопределенности и неаффинности. Хорошо известно, что для большинства технических объектов, помимо априорной неопределенности и/или нелинейности их па-

---

\* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 17-08-00871) и при поддержке гранта Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук (проект МК-5150.2018.8).

раметров, практически всегда приходится учитывать влияние различных внешних и параметрических возмущений, а также различные типы запаздываний [1 – 5]. Известно, что использование методов классической теории управления не всегда позволяет построить систему с высокими показателями качества (в частности, с малым значением ошибки регулирования). В этой связи необходимо использовать новые методы разработки систем управления. Также при разработке современных автоматических систем нужно учитывать и тот факт, что большинство законов управления реализуется с использованием средств цифровой электроники. Поэтому еще одной актуальной задачей является построение гибридных систем управления, для решения которой можно использовать метод непрерывных моделей, позволяющий строить цифровые контуры управления на основании предварительного синтеза их непрерывного вида [6 – 8].

В настоящей статье с использованием результатов [9 – 20] разрабатывается гибридная нелинейно-периодическая система управления неаффинным одноканальным стационарным объектом, содержащим известное запаздывание по состоянию.

### Математическое описание и постановка задачи синтеза системы

*Исходное математическое описание системы.* Рассматривается неаффинный стационарный динамический объект управления с запаздыванием, движение которого описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= Ax(t) + B(u(t)f(x(t), u(t)) + d^T x(t - \tau) + \varphi(u(t)) + \psi(t)), \\ y(t) &= x_1(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T \in R^n$  – вектор состояния;  $A$  – некоторая матрица в форме Фробениуса;  $d^T = [d_1, d_2, \dots, d_n]$  – некоторый вектор соответствующей размерности;  $\tau_j$  – известное постоянное запаздывание;  $B = [0, \dots, 0, b_n]$ ,  $b_n = \text{const} > 0$  – стационарный вектор;  $u(t) \in R$  – сигнал управления;  $f(x(t), u(t))$  и  $\varphi(u(t))$  – гладкие нелинейные зависимости;  $\psi(t) \in R$  – сигнал внешних помех;  $y(t) \in R$  – выход объекта.

Предполагается, что работа объекта (1) протекает при выполнении следующих *допущений*:

1) параметры матрицы  $A$ , векторов  $B$ ,  $d$ , сигналов  $f(x(t), u(t))$ ,  $\varphi(u(t))$  и  $\psi(t)$  априорно неизвестны:

$$\begin{aligned} A &= A(\xi), d = d(\xi), B = B(\xi), f(x(t), u(t)) = f_\xi(x(t), u(t)), \\ \varphi(u(t)) &= \varphi_\xi(u(t)), \psi(t) = \psi_\xi(t), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\xi$  неизвестный набор параметров, принадлежащих известному ограни-

ченному числовому множеству  $\Xi$ ;

2) относительный порядок линейной части объекта превышает единичное значение, является известным и равен  $n$ ;

3) переменные состояния объекта недоступны для измерения, полностью измеряемым является только скалярный сигнал  $y(t)$ ;

4) нелинейные функции  $f(x(t), u(t))$ ,  $\varphi(u(t))$  и сигнал внешних возмущений  $\psi(t)$  удовлетворяют условиям

$$\varepsilon_1 < f(x(t), u(t)) \leq \varepsilon_2, \quad |\varphi(u(t))| \leq \varepsilon_3, \quad |\psi(t)| = |\psi(t+T)| \leq \varepsilon_4. \quad (3)$$

В силу особенностей рассматриваемого объекта, в соответствии с [9, 10, 15, 19, 20], подключим к его выходу динамический фильтр-корректор

$$\begin{aligned} \frac{dx_F(t)}{dt} &= A_F x_F(t) + B_F y(t), \quad z_F(t) = C_F^T x_F(t) + D_F y(t), \\ W_F(s) &= \frac{z_F(s)}{y(s)} = C_F^T (sE_{(n-1)} - A_F)^{-1} B_F + D_F = \frac{g(s)}{(Ts+1)^{(n-1)}}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $x_F(t) = [x_{F1}(t), x_{F2}(t), \dots, x_{F(n-1)}(t)]^T \in R^{(n-1)}$  – переменные состояния фильтра;  $z_F(t) \in R$  – выходной сигнал корректора;  $A_F, B_F, C_F, D_F$  – матрицы и вектор соответствующих размерностей;  $s$  – комплексная переменная;  $E_{(n-1)}$  – единичная матрица;  $g(s)$  – полином с заданными коэффициентами;  $T$  – постоянная времени малого значения.

Требуемое движение объекта управления, а также желаемую динамику основного контура системы управления будем формировать с помощью эталонной модели [9 – 11, 19, 20]

$$\begin{aligned} \frac{dx_M(t)}{dt} &= A_M x_M(t) + B_M r(t), \\ y_M(t) &= x_{M1}(t), \quad z_M(t) = g^T x_M(t), \\ A_M &= A + B_M C_0^T, \quad B_M K_0 = B, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $x_M(t) = [x_{M1}(t), x_{M2}(t), \dots, x_{Mn}(t)]^T \in R^n$  – вектор состояния эталона (требуемое поведение);  $A_M$  – гурвицева матрица, последняя строка которой имеет вид  $[a_{M1}, a_{M2}, \dots, a_{Mn}]$ ,  $a_{Mi}$  – заданные числа;  $B_M$  – известный вектор;  $r(t) = r(t+T) \in R$  – задающее воздействие;  $y_M(t) \in R$  – основной выход эталона;  $z_M(t) \in R$  – вспомогательный выход эталона;  $g^T = [1, g_1, g_2, \dots, g_{(n-1)}]$  – вектор с заданными числами.

*Постановка задачи синтеза непрерывной системы.* Для неаффинного объекта (1), функционирующего в условиях неопределенности (2) и постоянных возмущений (3), требуется синтезировать явный вид закона управления

$$u(t) = u(x(t), x(t-\tau), x_M(t), x_F(t), r(t)), \quad (6)$$

который при любых начальных условиях  $x(0)$ , любом уровне априорной не-

определенности  $\xi \in \Xi$ , а также при любых изменениях функций  $f(x(t), u(t))$ ,  $\varphi(u(t))$  и  $\psi(t)$  будет обеспечивать выполнения цели управления

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y_M(t) - y(t)| \leq \Delta_y, \Delta_y = \text{const} > 0, \quad (7)$$

где  $\Delta_y$  – малая величина, относительно максимального значения сигнала основного выхода эталонной модели (5).

### Синтез алгоритмов непрерывной системы

Для синтеза явного вида регулятора системы управления (1) – (6) будем пользоваться критерием гиперустойчивости и рассуждениями из [9 – 20].

Рассматривая вектор рассогласования между состояниями эталонной модели (5) и объекта (1)  $e(t) = (x_M(t) - x(t))$ , эквивалентную математическую модель системы (1) – (6) представим в виде

$$\begin{aligned} \frac{de(t)}{dt} &= A_M e(t) + B_M \mu(t), v(t) = z_M(t) - g^T x(t), \\ \mu(t) &= -[u(t) - \theta(t) - C_0^T x(t) + K_0 d^T x(t - \tau)] - \\ &\quad - [(K_0 f(x(t), u(t)) - 1)u(t) + K_0 \varphi(u(t))], \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\theta(t) = r(t) + K_0 \psi(t)$  – некоторый периодический сигнал.

В соответствии с [11, 19, 20] можно показать, что выбор значений элементов вектора  $g$ , исходя из специальных условий, позволит получить следующий вид передаточной функции линейной стационарной части (ЛСЧ) системы (8):

$$W_{ЛСЧ}(j\omega) = g^T (j\omega E - A_M)^{-1} B_M = \frac{K_0 a_*}{a_* + j\omega},$$

где  $j^2 = -1$ ;  $a_*$  – любой из корней полинома  $a(s) = \det(sE_n - A_M)$ , для которой всегда будет справедливо частотное неравенство

$$\text{Re}[W_{ЛСЧ}(j\omega)] > 0, \forall \omega > 0. \quad (9)$$

Определим управляющий сигнал  $u(t)$  как сумму пяти компонентов:

$$u(t) = \zeta_1(t) + \zeta_2(t) + \zeta_3(t) + \zeta_4(t) + \zeta_5(t), \quad (10)$$

что позволяет преобразовать выражение, соответствующее нелинейной нестационарной части (ННЧ) эквивалентной системы (8), к виду

$$\begin{aligned} \mu(t) &= -[(\zeta_1(t) - \theta(t)) + (\zeta_2(t) - C_0^T x(t)) + (\zeta_3(t) + K_0 \sum_{j=1}^k d_j^T x(t - \tau_j)) + \\ &\quad + (\zeta_4(t) + (K_0 f(x(t), u(t)) - 1)u(t)) + (\zeta_5(t) + K_0 \varphi(u(t)))]. \end{aligned} \quad (11)$$

Выполним требования интегрального неравенства В. М. Попова

$$\eta(0, t) = -\int_0^t \mu(\zeta) v(\zeta) d\zeta \geq -\eta_0^2, \eta_0 = \text{const}, \forall t > 0, \quad (12)$$

левая часть которого с учетом (11) запишется в виде

$$\begin{aligned}
\eta(0,t) &= \eta_1(0,t) + \eta_2(0,t) + \eta_3(0,t) + \eta_4(0,t) + \eta_5(0,t) = \\
&= \int_0^t [\zeta_1(\varsigma) - \theta(\varsigma)] v(\varsigma) d\varsigma + \int_0^t [\zeta_2(\varsigma) - C_0^T x(t)] v(\varsigma) d\varsigma + \\
&+ \int_0^t [\zeta_3(\varsigma) + K_0 \sum_{j=1}^k d_j^T x(t - \tau_j)] v(\varsigma) d\varsigma + \\
&+ \int_0^t [\zeta_4(\varsigma) + (K_0 f(x(\varsigma), u(\varsigma)) - 1) u(\varsigma)] v(\varsigma) d\varsigma + \\
&+ \int_0^t [\zeta_5(\varsigma) + K_0 \varphi(u(\varsigma))] v(\varsigma) d\varsigma.
\end{aligned}$$

В соответствии с результатами [10, 17 – 20] составляющую  $\zeta_1(t)$  закона управления (10) синтезируем в виде

$$\zeta_1(t) = \zeta_1(t - \bar{T}) + \gamma_1 v(t), \quad (13)$$

где  $\gamma_1 = const > 0$ ,  $\bar{T} = const > 0$ . Тогда для интегрального слагаемого  $\eta_1(0, t)$  будет справедлива следующая оценка:

$$\eta_1(0,t) = \gamma_1 \int_0^t v(\varsigma) \left[ \int_0^\varsigma \omega_0(\varsigma - h) v(h) dh - \theta(\varsigma) \right] d\varsigma \geq -\eta_{01}^2, \quad \eta_{01} = const, \quad \forall t > 0,$$

где  $\omega_0(\cdot)$  – весовая функция генератора периодических сигналов с передаточной функцией  $W(s) = \frac{\delta}{1 - e^{-s\bar{T}}}$ ,  $\delta = const \geq 1$ .

Сигнал  $\zeta_2(t)$  синтезируем следующим образом:

$$\zeta_2(t) = \sum_{i=1}^n \gamma_{2i} x_i(t) \int_0^t x_i(\varsigma) v(\varsigma) d\varsigma, \quad \gamma_{2i} = const > 0. \quad (14)$$

В этом случае, следуя [9, 20], слагаемое  $\eta_2(0, t)$  можно оценить в виде

$$\begin{aligned}
\eta_2(0,t) &= \int_0^t \left[ \sum_{i=1}^n \gamma_{2i} x_i(\varsigma) \int_0^t x_i(\vartheta) v(\vartheta) d\vartheta - \sum_{i=1}^n C_{0i} x_i(\varsigma) \right] v(\varsigma) d\varsigma = \\
&= \sum_{i=1}^n \gamma_{2i} \int_0^t x_i(\varsigma) v(\varsigma) \int_0^\varsigma x_i(\vartheta) v(\vartheta) d\vartheta d\varsigma - \sum_{i=1}^n C_{0i} \int_0^t x_i(\varsigma) v(\varsigma) d\varsigma = \\
&= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \gamma_{2i} \left( \int_0^t x_i(\varsigma) v(\varsigma) d\varsigma \right)^2 - \sum_{i=1}^n C_{0i} \int_0^t x_i(\varsigma) v(\varsigma) d\varsigma \pm \sum_{i=1}^n \frac{C_{0i}^2}{2\gamma_{2i}} = \\
&= \left[ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \gamma_{2i} \left( \int_0^t x_i(\varsigma) v(\varsigma) d\varsigma \right)^2 - \sum_{i=1}^n C_{0i} \int_0^t x_i(\varsigma) v(\varsigma) d\varsigma + \sum_{i=1}^n \frac{C_{0i}^2}{2\gamma_{2i}} \right] - \\
&- \sum_{i=1}^n \frac{C_{0i}^2}{2\gamma_{2i}} \geq - \sum_{i=1}^n \frac{C_{0i}^2}{2\gamma_{2i}} = -\eta_{02}^2, \quad \eta_{02} = const, \quad \forall t > 0.
\end{aligned}$$

Сформируем сигнал  $\zeta_3(t)$  следующим образом:

$$\zeta_3(t) = \sum_{i=1}^n \gamma_{3i} x_i(t - \tau) \int_0^t x_i(\varsigma - \tau) v(\varsigma) d\varsigma, \quad \gamma_{3i} = const > 0. \quad (15)$$

Тогда для слагаемого  $\eta_3(0, t)$  получим оценку

$$\begin{aligned}
\eta_3(0,t) &= \sum_{i=1}^n \gamma_{3i} \int_0^t x_i(\zeta - \tau) v(\zeta) \int_0^\zeta x_i(\vartheta - \tau) v(\vartheta) d\vartheta d\zeta - \sum_{i=1}^n K_0 d_i \int_0^t x_i(\zeta - \tau) v(\zeta) d\zeta = \\
&= \sum_{i=1}^n \gamma_{3ij} \left( \int_0^t x_{ij}(\zeta - \tau_j) v(\zeta) d\zeta \right)^2 - \sum_{i=1}^n K_0 d_i \int_0^t x_i(\zeta - \tau) v(\zeta) d\zeta \pm \sum_{i=1}^n \frac{(K_0 d_i)^2}{2\gamma_{3i}} \geq \\
&\geq - \sum_{i=1}^n \frac{(K_0 d_i)^2}{2\gamma_{3i}} = -\eta_{03}^2, \eta_{03} = const, \forall t > 0.
\end{aligned}$$

Выполним эквивалентное преобразование слагаемого  $\eta_4(0, t)$ :

$$\begin{aligned}
\eta_4(0,t) &= \int_0^t [\zeta_4(\zeta) + (K_0 f(x(\zeta), u(\zeta)) - 1)u(\zeta)] v(\zeta) d\zeta = \\
&= \int_0^t \zeta_4(\zeta) v(\zeta) d\zeta + \int_0^t (K_0 f(x(\zeta), u(\zeta)) - 1)u(\zeta) v(\zeta) d\zeta \pm \frac{1}{4\bar{\gamma}_4} \pm \\
&\pm 2\hat{\gamma}_4^2 \bar{\gamma}_4 \int_0^t u(\zeta) v(\zeta) \int_0^\zeta u(\vartheta) v(\vartheta) d\vartheta d\zeta = \\
&= \int_0^t \left[ \zeta_4(\zeta) - 2\hat{\gamma}_4^2 \bar{\gamma}_4 u(\zeta) \int_0^\zeta u(\vartheta) v(\vartheta) d\vartheta \right] v(\zeta) d\zeta + \\
&+ \left\{ \bar{\gamma}_4 \left( \int_0^t (K_0 f(x(\zeta), u(\zeta)) - 1)u(\zeta) v(\zeta) d\zeta \right)^2 + \right. \\
&\left. + \int_0^t (K_0 f(x(\zeta), u(\zeta)) - 1)u(\zeta) v(\zeta) d\zeta + \frac{1}{4\bar{\gamma}_4} \right\} - \frac{1}{4\bar{\gamma}_4},
\end{aligned}$$

где  $\hat{\gamma}_4 = \max |K_0 f(x(t), u(t)) - 1| = const > 0$ ;  $\bar{\gamma}_4 = const > 0$ . Тогда, синтезируя составляющую  $\zeta_4(t)$  в виде

$$\zeta_4(t) = \gamma_4 u(t) \int_0^t u(\zeta) v(\zeta) d\zeta, \quad \gamma_4 = 2\hat{\gamma}_4^2 \bar{\gamma}_4 = const > 0, \quad (16)$$

для  $\eta_4(0, t)$  получим оценку  $\eta_4(0,t) \geq -\frac{1}{4\bar{\gamma}_4} = -\eta_{04}^2, \eta_{04} = const, \forall t > 0$ .

Если составляющую  $\zeta_5(t)$  синтезировать как

$$\zeta_5(t) = \gamma_5 \int_0^t v(\zeta) d\zeta, \quad \gamma_5 = 2\hat{\gamma}_5 \varepsilon_3^2 = const > 0, \quad \hat{\gamma}_5 = const > 0, \quad (17)$$

то для слагаемого  $\eta_5(0, t)$  будет иметь место оценка

$$\begin{aligned}
\eta_5(0,t) &= \int_0^t [\zeta_5(\zeta) + K_0 \varphi(u(\zeta))] v(\zeta) d\zeta \pm 2\hat{\gamma}_5 \varepsilon_3^2 \int_0^t v(\zeta) \int_0^\zeta v(\vartheta) d\vartheta d\zeta = \\
&= \int_0^t \left[ \zeta_5(\zeta) - 2\hat{\gamma}_5 \varepsilon_3^2 \int_0^\zeta v(\vartheta) d\vartheta \right] v(\zeta) + \hat{\gamma}_5 \left( \int_0^t \varphi(u(\zeta)) v(\zeta) d\zeta \right)^2 + \\
&+ K_0 \int_0^t \varphi(u(\zeta)) v(\zeta) d\zeta \pm \frac{K_0^2}{4\hat{\gamma}_5} \geq -\frac{K_0^2}{4\hat{\gamma}_5} = -\eta_{05}^2, \eta_{05}^2 = const, \forall t > 0.
\end{aligned}$$

Таким образом, явный вид закона управления (12), не противоречащий справедливости интегрального неравенства (12), с учетом синтезированных частей (13) – (17), примет вид

$$\begin{aligned}
u(t) &= \left( \zeta_1(t - \bar{T}) + \gamma_1(z_M(t) - g^T x(t)) \right) + \\
&= \sum_{i=1}^n \gamma_{2i} x_i(t) \int_0^t x_i(\zeta) (z_M(\zeta) - g^T x(\zeta)) d\zeta + \\
&+ \sum_{i=1}^n \gamma_{3i} x_i(t - \tau) \int_0^t x_i(\zeta - \tau) (z_M(\zeta) - g^T x(\zeta)) d\zeta + \\
&+ \gamma_4 u(t) \int_0^t u(\zeta) (z_M(\zeta) - g^T x(\zeta)) d\zeta + \gamma_5 \int_0^t (z_M(\zeta) - g^T x(\zeta)) d\zeta.
\end{aligned} \tag{18}$$

Поскольку выполнено частотное условие (9), а также интегральное неравенство (12), эквивалентная система (8) и, следовательно, система (1) – (6), (18) будет гиперустойчивой и для нее будут выполнены вспомогательная  $\lim_{t \rightarrow \infty} |v(t)| \leq \Delta_z$ ,  $\Delta_z = \text{const} > 0$  и основная (7) цели функционирования.

*Техническая реализация закона управления.* Для обеспечения технической реализуемости синтезированного регулятора (18) необходимо иметь доступ к внутренним состояниям  $x_i(t)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) объекта (1), которые в силу особенностей последнего являются неизмеримыми. В этой ситуации будем использовать переменные состояния  $x_{Fj}(t)$  ( $j = 1, 2, \dots, n - 1$ ) фильтра-корректора (4), являющиеся оценками переменных  $x_i(t)$ , задав при этом значение постоянной времени  $T$  исходя из специальных условий [12 – 15, 21]

$$T < T_1 = \frac{0.93}{(n-2)a_{M1}}, \quad T < T_2 = \frac{0.465a_{M1}}{(n-1)a_{M2}}.$$

Тогда рассматриваемая система управления окажется  $L$ -диссипативной и сохранит работоспособность в заданном классе априорной неопределенности, а математическая модель технически реализуемого регулятора примет вид

$$\begin{aligned}
u(t) &= \left( \zeta_1(t - \bar{T}) + \gamma_1(z_M(t) - z_F(t)) \right) + \\
&+ \sum_{i=0}^{(n-1)} \gamma_{2i} x_{F(i+1)}(t) \int_0^t x_{F(i+1)}(\zeta) (z_M(\zeta) - z_F(\zeta)) d\zeta + \\
&+ \sum_{i=0}^{(n-1)} \gamma_{3i} x_{F(i+1)}(t - \tau) \int_0^t x_{F(i+1)}(\zeta - \tau) (z_M(\zeta) - z_F(\zeta)) d\zeta + \\
&+ \gamma_4 u(t) \int_0^t u(\zeta) (z_M(\zeta) - z_F(\zeta)) d\zeta + \gamma_5 \int_0^t (z_M(\zeta) - z_F(\zeta)) d\zeta.
\end{aligned} \tag{19}$$

### Построение гибридной системы нелинейно-периодического управления

С помощью метода непрерывных моделей [6 – 8, 22, 23] осуществим переход от синтезированной непрерывной системы управления (1) – (6), (19)

к ее гибриднему аналогу, в котором дискретные аналоги непрерывных сигналов будут определяться в соответствии со следующими выражениями:

$$\begin{cases} y_M(t) = y_M(t_k) = y_{M,k}, z_M(t) = z_M(t_k) = z_{M,k}, \\ x_{Mi}(t) = x_{Mi}(t_k) = x_{Mi,k}, y(t) = y(t_k) = y_k, \\ r(t) = r(t_k) = r_k, z_F(t) = z_F(t_k) = z_{F,k}, \\ x_{Fj}(t) = x_{Fj}(t_k) = x_{Fj,k}, u(t) = u(t_k) = u_k, \\ x_{Fj}(t - \tau) = x_{Fj}(t_k - \tau_k) = x_{Fj,k - \tau_k}, \\ t_k \leq t < t_{k+1}, \end{cases}$$

где  $t_k = k \cdot \lambda$  – дискретный аналог времени;  $\lambda = const > 0$  – величина шага дискретизации;  $k = 0, 1, 2, \dots$  – номер шага.

Построенная таким образом система управления будет содержать следующие элементы:

- 1) непрерывный объект управления (1);
- 2) дискретную эталонную модель

$$x_{M,k+1} = A_{M,k} x_{M,k} + B_{M,k} r_k, \quad y_{M,k} = x_{M1,k}, \quad z_{M,k} = g^T x_{M,k}, \quad (20)$$

- 3) цифровой фильтр-корректор

$$\begin{aligned} x_{F,k+1} &= A_{F,k} x_{F,k} + B_{F,k} y_k, \quad z_{F,k} = C_{F,k}^T x_{F,k} + D_{F,k} y_k, \\ W_F(z) &= \frac{z_{F,k}}{y_k} = C_{F,k}^T \left( \frac{z-1}{\lambda} E_{(n-1)} - A_{F,k} \right)^{-1} B_{F,k} + D_{F,k} = \frac{g(z)}{(T_* z - (T_* - 1))^{(n-1)}}, \end{aligned} \quad (21)$$

где  $T_* = \frac{T}{\lambda} = const > 0$ ;

- 4) дискретный регулятор

$$\begin{aligned} u_k &= \left( \zeta_{1,k - \bar{T}_k} + \gamma_{1,k} (z_{M,k} - z_{F,k}) \right) + \\ &+ \sum_{i=0}^{(n-1)} \gamma_{2i,k} x_{F(i+1),k} \left( x_{F(i+1),k-1} (z_{M,k-1} - z_{F,k-1}) + \lambda \cdot x_{F(i+1),k} (z_{M,k} - z_{F,k}) \right) + \\ &+ \sum_{i=0}^{(n-1)} \gamma_{3i,k} x_{F(i+1),k - \tau_k} \left( x_{F(i+1),k - \tau_k - 1} (z_{M,k-1} - z_{F,k-1}) + \lambda \cdot x_{F(i+1),k - \tau_k} (z_{M,k} - z_{F,k}) \right) + \\ &+ \gamma_{4,k} u_k \left( u_{k-1} (z_{M,k-1} - z_{F,k-1}) + \lambda \cdot u_k (z_{M,k} - z_{F,k}) \right) + \\ &+ \gamma_{5,k} \left( (z_{M,k-1} - z_{F,k-1}) + \lambda \cdot (z_{M,k} - z_{F,k}) \right), \end{aligned} \quad (22)$$

где  $\gamma_{1,k} = const > 0$ ,  $\gamma_{2i,k} = const > 0$ ,  $\gamma_{3i,k} = const > 0$ ,  $\gamma_{4,k} = const > 0$ ,  $\gamma_{5,k} = const > 0$ .

При этом целевое условие работы полученной дискретно-непрерывной системы (1), (20) – (22) запишется как

$$\lim_{k \rightarrow \infty} |y_{M,k} - y_k| \leq \Delta_{y,k}, \quad \Delta_{y,k} = const > 0. \quad (23)$$



## Пример работы системы управления

Для иллюстрации качества построенной гибридной системы рассмотрим задачу управления неаффинным динамическим объектом (1), параметры которого зададим в виде

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a_1 & a_2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ b_2 \end{pmatrix}, d = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}, f(x(t), u(t)) = \frac{d_0}{0.5 + u^2(t)} + \frac{1}{5 + x_2^3(t)}, \quad (24)$$

$$\tau = 0.1, \varphi(u(t)) = \varphi_0 \sin(2 \cdot u(t)), \psi(t) = \psi_0 \sin(0.1t).$$

Класс априорной неопределенности объекта (1), (24) определим с помощью соотношений

$$\begin{aligned} -3.2 \leq a_1 \leq 2.1, \quad -1.5 \leq a_2 \leq 1, \quad 1 \leq b_2 \leq 5, \quad -2.5 \leq d_1 \leq 5, \\ -1 \leq d_2 \leq 20, \quad 0.2 \leq d_0 \leq 3.2, \quad 0.02 \leq \varphi_0 \leq 1, \quad 0 \leq \psi_0 \leq 0.8. \end{aligned} \quad (25)$$

Структуру матриц и векторов эталонной модели (20) и динамического фильтра-корректора, а также их числовые параметры зададим следующим образом:

$$A_{M,k} = \begin{pmatrix} a_{M11,k} & a_{M12,k} \\ a_{M21,k} & a_{M22,k} \end{pmatrix}, B_{M,k} = \begin{pmatrix} b_{M11,k} \\ b_{M21,k} \end{pmatrix}, g = \begin{pmatrix} 1 \\ g_1 \end{pmatrix},$$

$$a_{M11,k} = 0.9645, a_{M12,k} = 0.0597, a_{M21,k} = -0.5966, a_{M22,k} = 0.3082, \quad (26)$$

$$b_{M11,k} = 0.0355, b_{M21,k} = 0.5966, g_1 = 1;$$

$$A_{F,k} = a_{F1,k}, B_{F,k} = b_{F1,k}, C_{F,k} = c_{F1,k}, D_F = d_{F,k}, \quad (27)$$

$$a_{F1,k} = 0.1353, b_{F1,k} = 0.8647, c_{F1,k} = -19, d_{F,k} = 20.$$

Определим командный сигнал системы с помощью периодической функции:

$$r(t_k) = 0.7 \cdot (\sin(t_k + 1) - \cos(0.5t_k + 0.1)) \quad (28)$$

и промоделируем систему управления (1), (20) – (22), (24) – (27) при следующих параметрах объекта управления:

$$a_1 = 0.2, a_2 = -1.3, d_1 = -0.2, d_2 = 0.5, \quad (29)$$

$$b_2 = 1.5, d_0 = 1, \varphi_0 = 0.9, \psi_0 = 0.7, \lambda = 0.1.$$

В ходе нескольких этапов имитационного моделирования параметры дискретного нелинейно-периодического регулятора были подобраны со следующими значениями:

$$\gamma_1 = 2, \gamma_{21} = 0.4, \gamma_{22} = 0.4, \gamma_{31} = 0.01, \gamma_{32} = 0.01, \quad (30)$$

$$\gamma_4 = 1, \gamma_5 = 150, \bar{T}_k = 20, \lambda = 0.1.$$

На рис. 1 – 3 показаны некоторые динамические характеристики системы управления (1), (20) – (22), (24) – (30), полученные в ходе одного из вычислительных экспериментов.

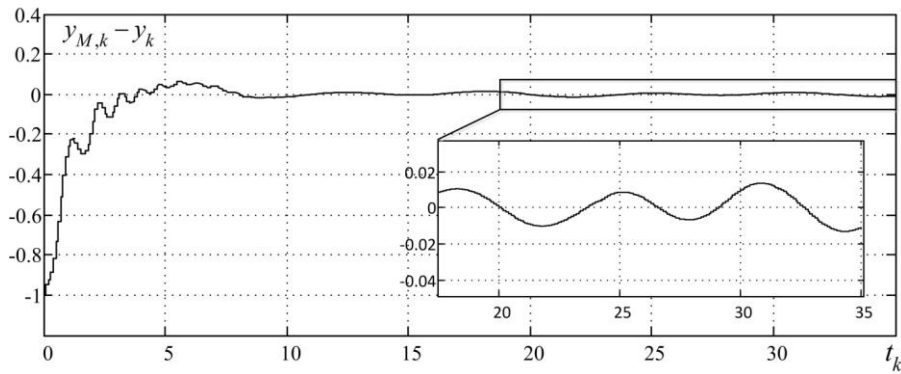


Рис. 1. Сигнал рассогласования основного выхода эталона (20), (26) и выхода объекта управления (1), (24), (29).

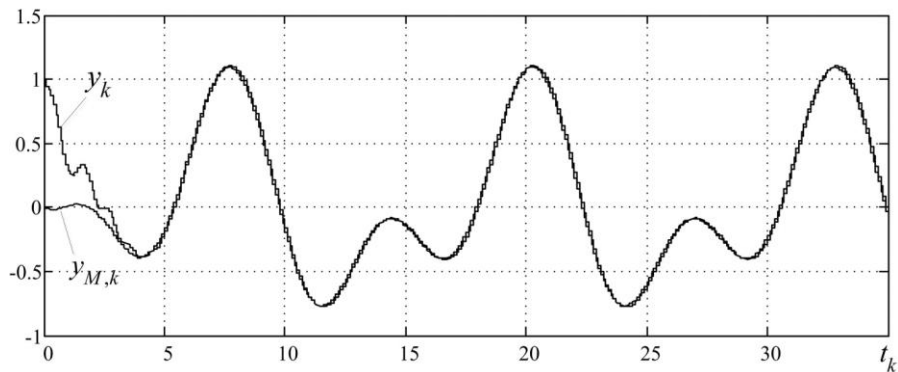


Рис. 2. Сигналы основного выхода эталонной модели (20), (26) и объекта управления (1), (24), (29).

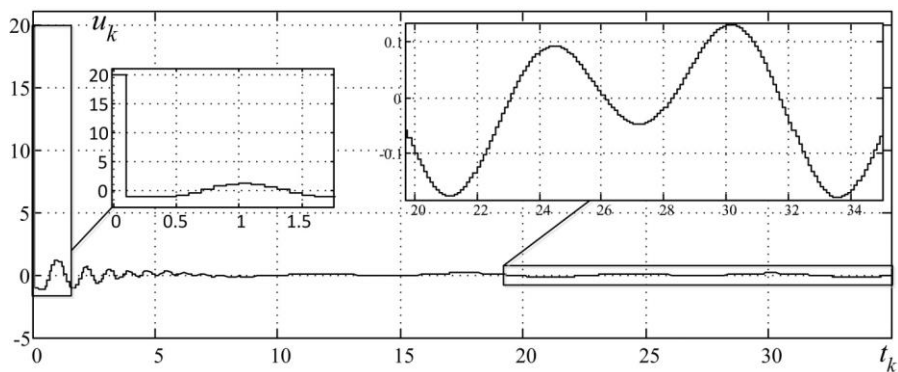


Рис. 3. Сигнал управления.

Представленные результаты свидетельствуют о достаточно высоком качестве функционирования системы управления: ошибка регулирования в установившемся режиме не превышает 1,5% (рис. 1). Таким образом, формируемый построенным дискретным регулятором (22), (30) сигнал управления (рис. 3) позволяет обеспечить практически полное совпадение требуемой и фактической траекторий движения объекта (рис. 3).

### Заключение

С использованием критерия гиперустойчивости, условий  $L$ -диссипативности и метода непрерывных моделей решена задача построения дис-

кредно-непрерывной системы управления априорно неопределенным неаффинным стационарным объектом периодического действия, работающим в условиях постоянно действия помех и при наличии известного запаздывания по состоянию. С помощью имитационного моделирования показано высокое качество функционирования разработанной гибридной системы.

Полученные результаты могут быть использованы при практической реализации автоматических систем рассматриваемого класса, в частности для построения систем управления роботами-манипуляторами и другими техническими установками (например, роторными системами), работающими в периодических режимах.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Spurny M., Mahdal M., Richtl L., Staniček P.* Control of plants with a time delay // 13th International Carpathian Control Conference (ICCC). – 2012, 28-31 May, High Tatras, Slovakia.
2. *Furtat I. B.* Adaptive Predictor-free Control of a Plant with Delayed Input Signal // Automation and Remote Control. – 2014. – Vol. 75, No. 1. – P. 139–151.
3. *Gessing R.* Parallel compensator versus Smith predictor for control of the plants with delay // Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Technical Sciences. – 2008. – Vol. 56, No. 4. – P. 339-345.
4. *Kawaguchi K., Shibasaki H., Tanaka R., Ogawa H., Murakami T., Ishida Y.* Sliding Mode Control for a Plant with a Time Delay // The 3rd International Conference on Circuits, Control, Communication, Electricity, Electronics, Energy, System, Signal and Simulation. – Proceedings, 2013.
5. *Morales L., Camacho O., Leica P., Chavez D.* Sliding-Mode Control Based on a Model Reference Applied to a Non-Linear Ball and Plate System with Time delay // 2017 IEEE 3rd Colombian Conference on Automatic Control (CCAC). – 2017, 18-20 Oct., Cartagena, Colombia.
6. *Цыкунов А.М.* Адаптивное управление объектами с последствием. – М.: Наука, 1984.
7. *Дерезицкий Д.П., Фрадков А.Л.* Прикладная теория дискретных адаптивных систем управления. – М.: Наука, 1981.
8. *Андреевский Б.Р., Фрадков А.Л.* Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MATLAB. – СПб.: Наука, 1999.
9. *Еремин Е.Л.* Робастный регулятор для неаффинного по управлению нестационарного объекта // Информатика и системы управления. – 2016. – № 1(47). – С. 106-117.
10. *Eremin E.L., Shelenok E.A.* Nonlinear Robust Control System for an Unsteady Nonaffine Dynamic Plant with a Delay // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2017. – No. 53(2). – P. 151-158.
11. *Eremin E.L., Shelenok E.A.* Robust control for one class of multivariable dynamic plants //Automation and Remote Control. – 2017. – Vol. 78, Is. 6. – P. 1046-1058.
12. *Еремин Е.Л.* L-диссипативность гиперустойчивой системы управления при структурном возмущении. I // Информатика и системы управления. – 2006. – № 2(12). – С. 94-

13. *Еремин Е.Л.* *L*-диссипативность гиперустойчивой системы управления при структурном возмущении. II // Информатика и системы управления. – 2007. – № 1(13). – С. 130-139.
14. *Еремин Е.Л.* *L*-диссипативность гиперустойчивой системы управления при структурном возмущении. III // Информатика и системы управления. – 2007. – № 2(14). – С. 153-165.
15. *Еремин Е.Л.* *L*-диссипативность гиперустойчивой системы управления при структурном возмущении. IV // Информатика и системы управления. – 2013. – № 2(36). – С.100-106.
16. *Еремин Е.Л., Чепак Л.В.* Комбинированный регулятор для одного класса неаффинных объектов с запаздыванием по управлению // Информатика и системы управления. – 2017. – № 4(54). – С. 125-134.
17. *Еремин Е.Л., Капитонова М.С.* Адаптивная система управления *T*-периодическими нелинейными объектами // Проблемы управления. – 2007. – № 1. – С. 2-7.
18. *Еремин Е.Л., Теличенко Д.А., Шеленок Е.А.* Комбинированные алгоритмы системы робастно-периодического управления нелинейным объектом с запаздыванием // Информатика и системы управления. – 2009. – № 3(21). – С. 125-135.
19. *Eremine E.L., Shelенок E.A.* Adaptive Periodic Servo-System for Nonlinear Control-Affine Objects // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2015. – No. 51(5). – P. 523-529.
20. *Еремин Е.Л., Шеленок Е.А.* Нелинейно-периодическая система для неаффинного по управлению стационарного объекта // Информатика и системы управления. – 2018. – № 1(55). – С. 130-141.
21. *Еремин Е.Л., Шеленок Е.А.* Адаптивно-периодическая следящая система для нелинейного объекта, аффинного по управлению // Автометрия. – 2015. – Т. 51, № 5. – С. 113-119.
22. *Еремин Е.Л., Теличенко Д.А., Чепак Л.В.* Дискретно-непрерывная система адаптивного управления температурным режимом пароперегревателя // Информатика и системы управления. – 2004. – № 1(7). – С. 117-129.
23. *Еремин Е.Л., Леянов Б.Н., Шеленок Е.А.* Дискретные алгоритмы робастного управления нелинейно-нестационарным объектом в периодических режимах // Вестник Тихоокеанского государственного университета. – 2010. – № 1(16). – С. 45-54.

*E-mail:*

*Еремин Евгений Леонидович – ereminel@mail.ru;*

*Шеленок Евгений Анатольевич – cidshell@mail.ru.*