



УДК 681.51

© 2020 г. **Е.Л. Еремин**, д-р техн. наук,
Л.В. Никифорова, канд. техн. наук
(Амурский государственный университет, Благовещенск),
Е.А. Шеленок, канд. техн. наук
(Тихоокеанский государственный университет, Хабаровск)

КОМБИНИРОВАННАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ С НЕЯВНЫМ ЭТАЛОНОМ ДЛЯ АПРИОРНО НЕОПРЕДЕЛЕННОГО НЕАФФИННОГО ДВУХКАНАЛЬНОГО ОБЪЕКТА С ЗАПАЗДЫВАНИЯМИ ПО ВЫХОДУ*

В условиях структурно и функционально-параметрической априорной неопределенности рассмотрена задача комбинированного управления по выходу двухканальным неаффинным объектом с запаздываниями по выходу при наличии нелинейных перекрестных связей. В рамках применения критерия гиперустойчивости, метода пассивации и условий L -диссипативности, а также использования при построении системы управления неявных эталонных моделей и фильтр-корректоров предложен способ построения комбинированного регулятора, обеспечивающего достижение заданной цели управления для одного класса двухканальных неаффинных объектов.

Ключевые слова: двухканальный неаффинный объект по управлению с нелинейными перекрестными связями и запаздываниями по выходу, структурная и функционально-параметрическая априорная неопределенность, неявные эталонные модели, фильтр-корректоры, комбинированная система управления, критерий гиперустойчивости, условия L -диссипативности.

DOI: 10.22250/isu.2020.63.95-108

Введение

Несмотря на постоянный интерес к задачам управления многоканальными объектами с различными типами перекрестных связей [1, 2], чаще рассматриваются системы линейные по управлению (аффинные), хотя для ряда неаффинных

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №20-08-00712).

систем с помощью нейронных сетей и/или аппарата нечеткой логики удастся построить соответствующие алгоритмы, – например, в виде [3 – 12]. Тем ни менее, разработка регуляторов на основе аналитических методов синтеза для систем неаффинных по управлению по-прежнему остается весьма актуальной проблемой.

Данная статья развивает результаты работ [13 – 15] и расширяет область их применения в ходе решения задачи управления неаффинными двухканальными объектами с нелинейными перекрестными связями и запаздываниями по выходу в случаях, когда размерности векторов входных и выходных переменных объекта совпадают.

Математическое описание системы управления

Модели неаффинного по управлению нелинейного *двухканального объекта (ДО)* с запаздываниями по выходу можно представить в формах записи ВХОД-ВЫХОД или ВХОД-СОСТОЯНИЕ-ВЫХОД.

Пусть модель ДО в форме ВХОД-ВЫХОД имеет вид

$$\begin{aligned} y_i(t) &= W_i(p)U_i(t) = W_i(p)\{u_i(t)F_i(u_i(t)) + f_i(t) + \Phi_j(y_j(t)) + d_i y_i(t-h_i)\}, \\ y_i(v_i) &= \mathcal{G}_i(v_i), \quad v_i \in [-h_i, 0], \quad i, j = 1, 2, \quad i \neq j, \end{aligned} \quad (1)$$

где $p = d/dt$ – оператор дифференцирования; $U_i(t)$ – некоторый обобщенный вход; $\mathbf{y}^T(t) = (y_1(t), y_2(t))$ – вектор выхода; $\mathbf{u}^T(t) = (u_1(t), u_2(t))$ – вектор управления; $\mathbf{f}^T(t) = (f_1(t), f_2(t))$ – вектор возмущений; $h_i = \text{const} > 0$ – известные задержки (запаздывания); $\mathcal{G}_i(v_i)$ – начальные функции; $d_i = \text{const}$ – неизвестные числа.

Предполагается, что функционирование ДО (1) происходит при следующих *допущениях*:

1) элементы вектора возмущений $f_i(t)$, а также неизвестные скалярные функции $\Phi_i(y_i(t))$ и $F_i(u_i(t))$ или соответственно – нелинейные перекрестные связи и неаффинности по управлениям удовлетворяют неравенствам:

$$|f_i(t)| \leq f_i^* = \text{const}, \quad \forall t \geq 0, \quad (2)$$

$$\Phi_i(y_i(t)) \leq \Phi_i^* = \text{const} > 0, \quad \forall y_i(t) \neq 0, \quad \Phi_i(0) = 0, \quad (3)$$

$$F_i(u_i(t)) \geq F_i^* = \text{const} > 0, \quad \forall t \geq 0, \quad (4)$$

где f_i^* , Φ_i^* , F_i^* – неизвестные числа;

2) передаточные функции линейных звеньев имеют вид

$$W_i(p) = \frac{b_i(p)}{a_i(p)}, \quad i = 1, 2, \quad (5)$$

где $a_i(p) = p^{n_i} + a_{1i}p^{n_i-1} + \dots + a_{n_i}$ и $b_i(p) = b_{0i}p^{m_i} + b_{1i}p^{m_i-1} + \dots + b_{m_i}$ – нормированные полиномы с неизвестными числовыми коэффициентами; $b_i(p)$ – гурвицевы полиномы, $b_{i0} > 0$; $a_i(s)$ – полиномы с произвольными корнями; $m_i = \text{deg } b_i(s) \geq 0$,

$n_i = \deg a_i(s) \geq 1$ – неизвестные порядки; $(\max n_i)$, $(\min m_i)$ – известные предельные значения; $\rho_i = (\deg a_i(s) - \deg b_i(s)) = (n_i - m_i) \geq 1$ – относительные степени $W_i(p)$; $\bar{\rho}_i = \max \rho_i = (\max n_i - \min m_i)$ – известные значения;

3) непосредственному измерению доступен только вектор выхода $y(t)$, т.е. переменные $y_1(t)$ и $y_2(t)$, часто называемые выходами локальных подсистем.

Поскольку неизвестные значения $\rho_i = \text{const}$ принадлежат известному интервалу $\bar{\rho}_i \geq \rho_i \geq 1$ (допущение 2), целесообразно измеряемые сигналы $y_i(t)$, следуя [15], пропустить через выходные фильтр-корректоры (ВФК)

$$y_{\phi_i}(t) = W_{\phi_i}(p)y_i(t) = \left(\frac{T_i p + 1}{T_i^* p + 1} \right)^{\bar{\rho}_i - 1} y_i(t), \quad i = 1, 2, \quad (6)$$

где $y_{\phi_i}(t)$, $y_i(t)$ – выходные и входные сигналы; $W_{\phi_i}(p)$ – передаточные функции, относительные степени которых имеют максимально допустимые значения $\bar{\rho}_i$; T_i, T_i^* – постоянные времени. В результате такого соединения модель ДО (1) и ВФК (6), записанная в форме вход-выход, получит следующий вид:

$$\begin{aligned} y_{\phi_i}(t) &= W_{\phi_i}(p) W_i(p) U_i(t) = \left(\frac{T_i p + 1}{T_i^* p + 1} \right)^{\bar{\rho}_i - 1} \frac{b_i(p)}{a_i(p)} U_i(t) = \frac{\tilde{b}_i(p)}{\tilde{a}_i(p)} U_i(t) = \\ &= \tilde{W}_i(p) U_i(t) = \tilde{W}_i(p) \{ u_i(t) F_i(u_i(t)) + f_i(t) + \Phi_j(y_j(t)) + d_i y_i(t - h_i) \}, \quad (7) \\ y_i(v_i) &= \mathfrak{F}_i(v_i), \quad v_i \in [-h_i, 0], \quad i = 1, 2, \quad j = 1, 2, \end{aligned}$$

где $\tilde{b}_i(p) = b_i(p) \cdot (T_i p + 1)^{\bar{\rho}_i - 1}$, $\tilde{a}_i(p) = a_i(p) \cdot (T_i^* p + 1)^{\bar{\rho}_i - 1}$.

Учитывая, что произведения передаточных функций $W_{\phi_i}(p)W_i(p)$ имеют относительные степени $\Delta_i = \deg \tilde{a}_i - \deg \tilde{b}_i \geq 1$, где $\deg \tilde{a}_i = n_i + \bar{\rho}_i - 1$, $\deg \tilde{b}_i = m_i + \bar{\rho}_i - 1$, а также опираясь на существование тождеств

$$\begin{aligned} \tilde{W}_i(p) &= \frac{b_i(p)}{a_i(p)} \cdot \left(\frac{T_i p + 1}{T_i^* p + 1} \right)^{\bar{\rho}_i - 1} = \frac{b_i(p)}{a_i(p)} \cdot \frac{(T_i p + 1)^{\bar{\rho}_i - 1}}{(T_i^* p + 1)^{\bar{\rho}_i - n_i + m_i}} \cdot \frac{1}{(T_i^* p + 1)^{n_i - m_i - 1}} = \\ &= \frac{\tilde{b}_i(p)}{\hat{a}_i(p)} \cdot \frac{1}{(T_i^* p + 1)^{n_i - m_i - 1}} = \hat{W}_i(p) \cdot \frac{1}{(T_i^* p + 1)^{n_i - m_i - 1}}, \quad i = 1, 2, \end{aligned} \quad (8)$$

где $\hat{a}_i(p) = a_i(p) \cdot (T_i^* p + 1)^{\bar{\rho}_i + m_i - n_i}$, $\deg \hat{a}_i(p) = \bar{\rho}_i + m_i$ и выбор достаточно малых значений постоянных времени T_i^* , можно показать, аналогично тому, как это сделано в работе [15], что в силу соотношений

$$\frac{1}{(T_i^* p + 1)^{n_i - m_i - 1}} \cong 1, \quad i = 1, 2$$

всегда допустима замена модели ДО с ВФК вида (7), записанной в форме вход-выход, на приближенную модель в этой же форме записи:

$$\begin{aligned}
y_{\phi_i}(t) &\cong \frac{\tilde{b}_i(p)}{\hat{a}_i(p)} y_i(t) = \hat{W}_i(p) U_i(t) = \\
&= \hat{W}_i(p) \{ u_i(t) F_i(u_i(t)) + f_i(t) + \Phi_j(y_j(t)) + d_i y_i(t-h_i) \}, \\
y_i(v_i) &= \mathcal{G}_i(v_i), \quad v_i \in [-h_i, 0], \quad i=1,2, \quad j=1,2,
\end{aligned} \tag{9}$$

где относительные степени передаточных функций $\hat{W}_i(p)$ будут удовлетворять условию $\hat{\rho}_i = \deg \hat{a}_i - \deg \tilde{b}_i = \bar{\rho}_i + m_i - (\bar{\rho}_i + m_i - 1) = 1$. Здесь уместно подчеркнуть, что порядки числителей $(\bar{\rho}_i + m_i)$ и знаменателей $(\bar{\rho}_i + m_i - 1)$ передаточных функций $\hat{W}_i(p)$ априорно неизвестны.

Если теперь модель в форме вход-выход (9) эквивалентно переписать в форме вход-состояние-выход, то ее можно будет представить следующим образом:

$$\begin{aligned}
\frac{d\mathbf{x}_i(t)}{dt} &= \mathbf{N}_i \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{b}_i \{ \hat{\mathbf{a}}_i^T \mathbf{x}_i(t) + u_i(t) F_i(u_i(t)) + f_i(t) + \Phi_i(y_j(t)) + d_i y_i(t-h_i) \}, \\
y_{\phi_i}(t) &= \mathbf{c}_i^T \mathbf{x}_i(t), \\
\mathbf{x}_i(t_0) &= \mathbf{x}_{i0}, \quad t \geq t_0 = 0, \quad y_i(v_i) = \mathcal{G}_i(v_i), \quad v_i \in [-h_i, 0], \quad i, j = 1, 2, \quad i \neq j,
\end{aligned} \tag{10}$$

где $\mathbf{x}_i(t) = (x_{1i}(t), \dots, x_{(\bar{\rho}_i+m_i)i}(t))^T \in R^{(\bar{\rho}_i+m_i)}$ – векторы переменных состояния; \mathbf{N}_i – нильпотентные матрицы размера $(\bar{\rho}_i + m_i) \times (\bar{\rho}_i + m_i)$; $\mathbf{b}_i = [0, \dots, 0, 1]^T$ – векторы размера $(\bar{\rho}_i + m_i) \times 1$; $\hat{\mathbf{a}}_i^T = (\hat{a}_{(\bar{\rho}_i+m_i)i}, \dots, \hat{a}_{2i}, \hat{a}_{1i})$ и $\mathbf{c}_i^T = (\tilde{b}_{(\bar{\rho}_i+m_i-1)i}, \dots, \tilde{b}_{1i}, \tilde{b}_{0i})$ – векторы размера $(\bar{\rho}_i + m_i) \times 1$ и $(\bar{\rho}_i + m_i - 1) \times 1$ с соответствующими коэффициентами.

Цели управления

Пусть основная цель управления заключается в обеспечении желаемой динамики выходов $y_i(t)$, которая состоит в качественной обработке заданных сигналов $r_i(t)$, т.е. при $t \rightarrow \infty$ в достижении условий

$$|r_i(t) - y_i(t)| \leq \Delta_{0i} = const, \tag{11}$$

где Δ_{0i} – требуемые величины.

При этом требуемый характер изменения выходов основного контура управления $y_{\phi_i}(t)$ и одновременно выходов ВФК, подобно [15], сформируем с помощью задающих фильтр-корректоров (ЗФК)

$$\hat{r}_i(t) = W_{\phi_i}(p) r_i(t) = \left(\frac{T_i p + 1}{T_i^* p + 1} \right)^{\bar{\rho}_i - 1} r_i(t), \tag{12}$$

где $\hat{r}_i(t)$ – дополнительные задающие сигналы.

Тогда для неаффинного ДО с ВФК (10), функционирующего в условиях

функционально-параметрической неопределенности, можно сформулировать следующую дополнительную цель управления – синтезировать явный вид закона управления

$$u_i(t) = u_i(y_{\phi_i}(t), \hat{r}_i(t)), \quad (13)$$

причем таким образом, чтобы при измерении только регулируемых переменных $y_i(t)$, любых начальных условиях $\mathbf{x}_i(0)$ и функциях $\mathcal{G}_i(\nu_i)$, действии возмущений $f_i(t)$, со свойствами (2), наличии нелинейных перекрестных связей (3) и неаффинности (4) по управлениям было обеспечено (при $t \rightarrow \infty$) выполнение требований

$$|y_i^*(t) - y_{\phi_i}(t)| \cong |\hat{r}_i(t) - y_{\phi_i}(t)| \leq \hat{\Delta}_{0i}, \quad (14)$$

где $\hat{\Delta}_{0i}$ – предельно допустимые ошибки в режиме слежения; $y_i^*(t)$ – выходные переменные *неявной эталонной модели (НЭМ)* в форме вход-выход

$$y_i^*(t) = \frac{1}{\chi_{*i}^{-1} p + 1} \hat{r}_i(t) = \frac{\chi_{*i}}{p + \chi_{*i}} \hat{r}_i(t), \quad \chi_{*i} = const > 0. \quad (15)$$

Известно, что при $\chi_{*i} \gg 0$, выражение (15) можно переписать в виде

$$y_i^*(t) \cong \hat{r}_i(t). \quad (16)$$

Таким образом, если удастся обеспечить существование дополнительных условий (14), то будут достижимы в силу эквивалентности передаточных функций в уравнениях (6), (12) и требования основной цели управления (11).

Отметим, что для модели *ДО* с *ВФК* в форме вход-состояние-выход (10), вместо *НЭМ* вида (15) целесообразно рассматривать их эквивалентные аналоги

$$y_i^*(t) = \frac{\chi_{*i} \hat{\beta}_i(p) \hat{b}_{(n_i-1)i}}{(p + \chi_{*i}) \hat{\beta}_i(p) \hat{b}_{(n_i-1)i}} \hat{r}_i(t) = \frac{\hat{\chi}_{*i} \hat{\beta}_i(p) \hat{b}_{(n_i-1)i}^{-1}}{(p + \chi_{*i}) \hat{\beta}_i(p)} \hat{r}_i(t), \quad (17)$$

где $\hat{\chi}_{*i} = \chi_{*i} \hat{b}_{(n_i-1)i}^{-1}$, модели которых в форме вход-состояние-выход будут иметь следующий вид:

$$\frac{d\mathbf{x}_i^*(t)}{dt} = \mathbf{A}_* \mathbf{x}_i^*(t) + \mathbf{b}_i \hat{\chi}_{*i} \hat{r}_i(t), \quad y_i^*(t) = \mathbf{c}_i^T \mathbf{x}_i^*(t), \quad \mathbf{x}_i^*(t_0) = 0, \quad i = 1, 2, \quad t \geq t_0 = 0, \quad (18)$$

где $\mathbf{x}_i^*(t) = (x_{1i}^*(t), \dots, x_{(\bar{\rho}_i + m_i)i}^*(t))^T \in R^{(\bar{\rho}_i + m_i)}$; $\mathbf{A}_* = \mathbf{N}_i + \mathbf{b}_i \hat{\mathbf{a}}_{*i}^T = \mathbf{N}_i + \mathbf{b}_i (\hat{\mathbf{a}}_i - \chi_{*i} \mathbf{c}_i)^T$ – гурвицева матрица размера $(\bar{\rho}_i + m_i) \times (\bar{\rho}_i + m_i)$; $\chi_{*i}, \hat{\chi}_{*i} = const \gg 0$ – большие числа; $\hat{\mathbf{a}}_{*i}^T = (\hat{a}_{*(\bar{\rho}_i + m_i)i}, \dots, \hat{a}_{*2i}, \hat{a}_{*1i}) = (\mathbf{a}_i - \chi_{*i} \mathbf{c}_i)^T = (a_{(\bar{\rho}_i + m_i)i} - \chi_{*i} \tilde{b}_{(\bar{\rho}_i + m_i - 1)i}, \dots, a_{2i} - \chi_{*i} \tilde{b}_{1i}, a_{1i} - \chi_{*i} \tilde{b}_{0i})^T$ – вектор, значения элементов определяются величиной коэффициентов полинома, полученного из произведения $(p + \chi_{*i}) \tilde{b}_i(p) / \tilde{b}_{(\bar{\rho}_i + m_i - 1)i}$, где коэффициент при старшей степени равен единице.

Разработка комбинированного закона управления

Рассматривая отклонение $\mathbf{e}_i(t) = \mathbf{x}_i^*(t) - \mathbf{x}_i(t)$ векторов состояния $HЭМ$ (18) и $ДО$ с $ВФК$ (10), модель этой системы можно описать уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{e}_i(t)}{dt} &= \mathbf{A}_* \mathbf{e}_i(t) + \mathbf{b}_i \mu_i(t), \quad v_i(t) = \mathbf{c}_i^T \mathbf{e}_i(t) = y_i^*(t) - y_{\Phi i}(t) = \hat{r}_i(t) - y_{\Phi i}(t), \\ \mu_i(t) &= \hat{\chi}_{*i} \hat{r}_i(t) - \chi_{*i} y_{\Phi i}(t) - u_i(t) F_i(u_i(t)) - f_i(t) - \Phi_i(y_j(t)) - d_i y_i(t - h_i), \\ \mathbf{e}_i(t_0) &= -\mathbf{x}_{i0}, \quad t \geq t_0 = 0, \quad y_i(v_i) = \mathcal{G}_i(v_i), \quad v_i \in [-h_i, 0], \quad i, j = 1, 2, \quad i \neq j, \end{aligned} \quad (19)$$

где $v_i(t)$ и $\mu_i(t)$ – соответственно видоизмененные регулируемые выходы и управляющие воздействия.

Известно [13 – 15], что в рамках применения критерия гиперустойчивости определение явного вида составляющих $u_i(t)$ системы управления (19) связано с обеспечением условий существования двух неравенств

$$\operatorname{Re} [\mathbf{c}_i^T (j\omega \mathbf{E} - \mathbf{A}_*)^{-1} \mathbf{b}_i] > 0, \quad \forall \omega \geq 0; \quad (20)$$

$$h_i(0, t) = -\int_0^t v_i(v) \mu_i(v) dv > -h_{0i} = \text{const}, \quad \forall t > 0, \quad i = 1, 2. \quad (21)$$

Поскольку частотное неравенство (20) имеет место в силу

$$\mathbf{c}_i^T (s\mathbf{E} - \mathbf{A}_*)^{-1} \mathbf{b}_i = \frac{1}{\chi_{*i}^{-1} s + 1},$$

где s – комплексная переменная, то, следовательно, осталось определить условия, приводящие к выполнению неравенств (21).

С этой целью, учитывая вид $\mu_i(t)$ и полагая, что $u_i(t) = \sum_{k=1}^4 u_{ik}(t)$, представим интеграл (21) следующим образом:

$$\begin{aligned} h_i(0, t) &= -\int_0^t v_i(v) \mu_i(v) dv = \sum_{k=1}^4 h_{ik}(0, t), \\ h_{i1}(0, t) &= \int_0^t \{F_i(u_i(v)) u_{i1}(v) - \hat{\chi}_{*i} \hat{r}_i(v)\} v_i(v) dv, \\ h_{i2}(0, t) &= \int_0^t \{F_i(u_i(v)) u_{i2}(v) + \chi_{*i} y_{\Phi i}(v)\} v_i(v) dv, \\ h_{i3}(0, t) &= \int_0^t \{F_i(u_i(v)) u_{i3}(v) + [f_i(v) + \Phi_i(y_j(v))]\} v_i(v) dv, \\ h_{i4}(0, t) &= \int_0^t \{F_i(u_i(v)) u_{i4}(v) + d_i y_i(v - h_i)\} v_i(v) dv, \\ i &= 1, 2. \end{aligned} \quad (22)$$

При этом, если явный вид управляющих воздействий $u_i(t)$ синтезировать следующим образом:

$$\begin{aligned}
u_i(t) = & \left\{ h_{i11} \int_0^t \hat{r}_i(v) v_i(v) dv + h_{i12} \hat{r}_i(t) v_i(t) \right\} \hat{r}_i(t) + \\
& + \left\{ h_{i21} \int_0^t y_{\phi_i}(v) v_i(v) dv + h_{i22} y_{\phi_i}(t) v_i(t) \right\} y_{\phi_i}(t) + \\
& + h_{i31} \int_0^t v_i(v) dv + h_{i32} v_i(t) + \\
& + \left\{ h_{i41} \int_0^t y_i(v - h_i) v_i(v) dv + h_{i42} y_i(t - h_i) v_i(t) \right\} y_i(t - h_i),
\end{aligned} \tag{23}$$

$$h_{ik1}, h_{ik2} = \text{const} > 0, \quad i = 1, 2, \quad k = \overline{1, 4}.$$

то этого окажется достаточно для существования интегральных неравенств (21), что и показано в приложении.

Замечание. В работе [19] отмечается, что одним из недостатков наблюдателей с сильной обратной связью является появление в переходных процессах пиков, часто приводящих к неустойчивости системы. В нашем случае подобная ситуация может возникать из-за наличия в системе управления быстродействующих ВФК. Действительно, ВФК – это форсирующие звенья, на выходе которых при малых по величине постоянных времени T_i^* и ненулевых начальных условиях, как правило, формируются существенные пиковые выбросы.

Поэтому с целью ослабления влияние пиков на формирование управляющих сигналов, подобно [20], ограничим выходные сигналы ВФК с помощью нелинейностей типа «насыщения» и перепишем закон управления (23) в виде:

$$\begin{aligned}
u_i(t) = & \left\{ h_{i11} \int_0^t \hat{r}_i(v) v_i(v) dv + h_{i12} \hat{r}_i(t) v_i(t) \right\} \hat{r}_i(t) + \\
& + \left\{ h_{i21} \int_0^t y_{\phi_i}(v) v_i(v) dv + h_{i22} y_{\phi_i}(t) v_i(t) \right\} \text{sat}(y_{\phi_i}(t)) + \\
& + h_{i31} \int_0^t v_i(v) dv + h_{i32} v_i(t) + \\
& + \left\{ h_{i41} \int_0^t y_i(v - h_i) v_i(v) dv + h_{i42} y_i(t - h_i) v_i(t) \right\} y_i(t - h_i),
\end{aligned} \tag{24}$$

$$h_{ik1}, h_{ik2} = \text{const} > 0, \quad i = 1, 2, \quad k = \overline{1, 4}.$$

Вычислительный эксперимент

С целью анализа качества функционирования системы управления (1) – (6), (24) в условиях структурно и функционально-параметрической априорной неопределенности (при $n_1 = 3$, $m_1 \leq 1$ и $n_2 = 2$, $m_2 \leq 1$) рассматривались два варианта математических моделей ДО вида (1) – (5), показанные в таблице.

	<i>Вариант I</i>	<i>Вариант II</i>
Передаточные функции	$W_1(p) = \frac{1.3}{p^3 - 0.2p^2 + 1.2p - 1.2},$ $W_2(p) = \frac{p + 2.2}{p^2 + 0.7p - 0.3},$	$W_1(p) = \frac{11p + 1.6}{p^3 - 0.3p^2 + 0.2p - 1.7},$ $W_2(p) = \frac{1.4}{p^2 - 0.4p - 0.8},$
Нелинейные перекрестные связи	$\Phi_1(y_1(t)) = 1.1 \sin(y_1(t)),$ $\Phi_2(y_2(t)) = 0.6 \sin(y_2(t)),$	$\Phi_1(y_1(t)) = 2.1 \sin(y_1(t)),$ $\Phi_2(y_2(t)) = 0.4 \sin(y_2(t)),$
Неаффинности по управлениям	$F_1(u_1(t)) = \left(\frac{1}{\sqrt{0.5 + u_1(t) \cdot \cos y_1(t) }} + 1 \right),$ $F_2(u_2(t)) = \left(0.2 \cdot \frac{1 - e^{-2u_2(t)}}{1 + e^{-2u_2(t)}} \cdot \sin y_2(t) + 0.7 \right),$	$F_1(u_1(t)) = \left(\frac{1}{\sqrt{0.2 + u_1(t) }} + 0.5 \right),$ $F_2(u_2(t)) = \left(0.3 \cdot \frac{1 - e^{-0.4u_2(t)}}{1 + e^{-0.4u_2(t)}} + 0.9 \right),$
Выходные сигналы с запаздываниями	$d_1 y_1(t - h_1), d_1 = 1.3, h_1 = 25,$ $d_2 y_2(t - h_2), d_2 = 1.7, h_2 = 10,$	$d_1 y_1(t - h_1), d_1 = 0.3, h_1 = 20,$ $d_2 y_2(t - h_2), d_2 = 0.7, h_2 = 12,$
Внешние возмущения	$f_1(t) = 0.8 \cdot \left(\sin(0.1t) - (0.4 \cdot \cos(t))^2 \right),$ $f_2(t) = 0.5 \cdot \left(0.5 \cos(t) - (\sin(0.2t))^2 \right),$	$f_1(t) = 0.5 \cdot \left(\sin(0.1t) - (\cos(0.4t))^2 \right),$ $f_2(t) = 0.3 \cdot \left(\cos(0.3t) - (\sin(0.2t))^2 \right).$

Задающие воздействия формировались с помощью суммы гармонических функций:

$$r_1(t) = 0.5 \sin(\omega_1) - 0.3 \sin(\omega_2) - 0.5 \sin(\omega_3);$$

$$r_2(t) = 0.3 \sin(\omega_4) + 0.5 \sin(\omega_5) + 0.5 \sin(\omega_6),$$

где $\omega_1 = 0.1 \text{ рад/с}$, $\omega_2 = 0.2 \text{ рад/с}$, $\omega_3 = 0.25 \text{ рад/с}$, $\omega_4 = 0.25 \text{ рад/с}$, $\omega_5 = 0.2 \text{ рад/с}$, $\omega_6 = 0.15 \text{ рад/с}$, которые для разных моделей ДО оставались неизменными.

Динамика ВФК и ЗФК, согласно (6), (12), была определена уравнениями

$$y_{\phi 1}(t) = \left(\frac{0.1p + 1}{0.002p + 1} \right)^2 y_1(t), \quad \hat{r}_1(t) = \left(\frac{0.1p + 1}{0.002p + 1} \right)^2 r_1(t),$$

$$y_{\phi 2}(t) = \left(\frac{0.2p + 1}{0.003p + 1} \right) y_2(t), \quad \hat{r}_2(t) = \left(\frac{0.2p + 1}{0.003p + 1} \right) r_2(t),$$

поскольку подсистемы ДО имели порядки $n_1 = 3$, $m_1 \leq 1$, $n_2 = 2$, $m_2 \leq 1$, а максимальные значения их относительных степеней были равны $\bar{\rho}_1 = 3$ и $\bar{\rho}_2 = 2$.

Закон управления (24) был задан следующим образом:

$$\begin{aligned}
u_1(t) = & \left\{ 3500 \int_0^t \hat{r}_1(v) v_1(v) dv + 300 \hat{r}_1(t) v_1(t) \right\} \hat{r}_1(t) + 1500 \int_0^t v_i(v) dv + 150 v_i(t) + \\
& + \left\{ 5000 \int_0^t y_{\phi 1}(v) v_1(v) dv + 300 y_{\phi 1}(t) v_1(t) \right\} \text{sat}(y_{\phi 1}(t)) + \\
& + \left\{ 50 \int_0^t y_1(v - h_1) v_1(v) dv + 10 y_1(t - h_1) v_1(t) \right\} y_1(t - h_1), \\
v_1(t) = & \hat{r}_1(t) - \text{sat}(y_{\phi 1}(t));
\end{aligned}$$

$$u_2(t) = \left\{ 800 \int_0^t \hat{r}_2(v) v_2(v) dv + 80 \hat{r}_2(t) v_2(t) \right\} \hat{r}_2(t) + 200 \int_0^t v_2(v) dv + 100 v_2(t) +$$

$$+ \left\{ 600 \int_0^t y_{\phi 2}(v) v_2(v) dv + 60 y_{\phi 2}(t) v_2(t) \right\} \text{sat}(y_{\phi 2}(t)) +$$

$$+ \left\{ 10 \int_0^t y_2(v - h_2) v_2(v) dv + 5 y_2(t - h_2) v_2(t) \right\} y_2(t - h_2),$$

$$v_2(t) = \hat{r}_2(t) - \text{sat}(y_{\phi 2}(t)),$$

$$\text{sat}(y_{\phi i}(t)) = \begin{cases} -10 & \text{при } y_{\phi i}(t) \leq -10, \\ y_{\phi i}(t) & \text{при } |y_{\phi i}(t)| < 10, \\ 10 & \text{при } y_{\phi i}(t) \geq 10, \quad i = 1, 2. \end{cases}$$

Имитационное моделирование вариантов математических моделей ДО вида (1) – (5), рассматривались при следующих начальных условиях и функциях:

$$y_1(0) = \dot{y}_1(0) = \ddot{y}_1(0) = 1; y_2(0) = \dot{y}_2(0) = 1; y_i(v_i) = \mathcal{G}_i(v_i) = 0, \quad v_i \in [-h_i, 0], \quad i = 1, 2.$$

Как показали результаты имитационного моделирования в программной среде MatLab-Simulink, функционирование системы управления (1) – (6), (24) обладает достаточно высокой эффективностью. На рис. 1 приведены графики изменения задающих воздействий $r_1(t)$, $r_2(t)$ и выходных сигналов $y_1(t)$, $y_2(t)$, а на рис. 2 и рис. 3 – графики их отклонений $\Delta_1(t) = (r_1(t) - y_1(t))$, $\Delta_2(t) = (r_2(t) - y_2(t))$.

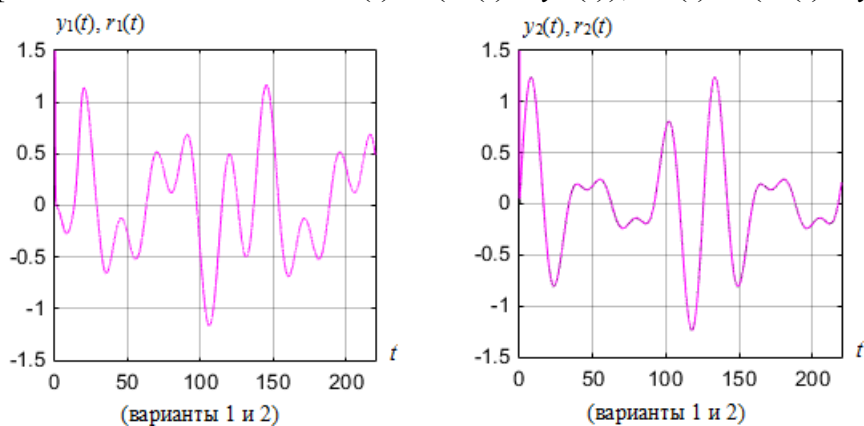


Рис. 1. Динамика задающих воздействий $r_1(t)$, $r_2(t)$ и выходных сигналов $y_1(t)$, $y_2(t)$ в системе управления (1) – (6), (24).

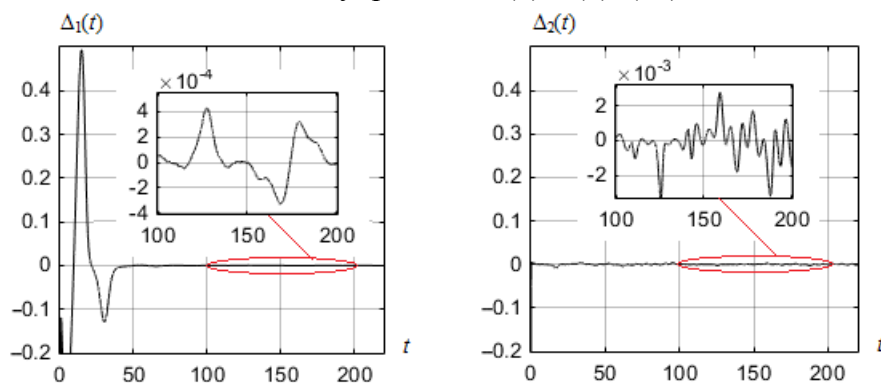


Рис. 2. Динамика отклонений $\Delta_1(t)$ и $\Delta_2(t)$ – вариант 1.

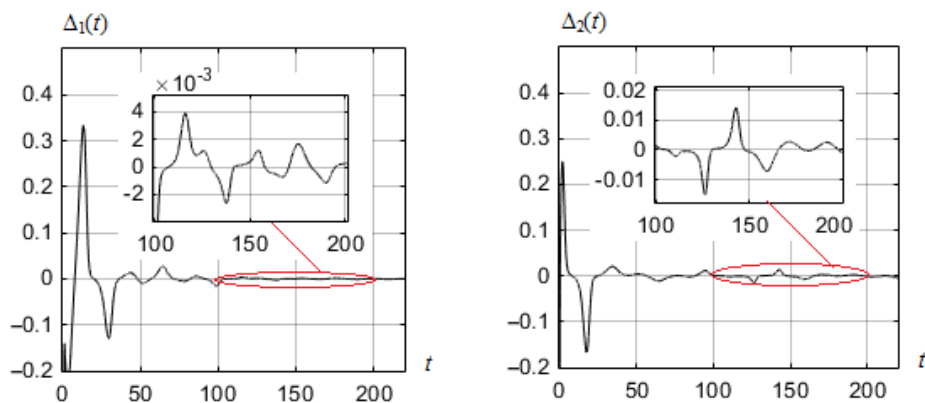


Рис. 3. Динамика отклонений $\Delta_1(t)$ и $\Delta_2(t)$ – вариант 2.

Динамика управляющих воздействий $u_1(t)$, $u_2(t)$ и внешних возмущений $f_1(t)$, $f_2(t)$ – на рис. 4 и рис. 5.

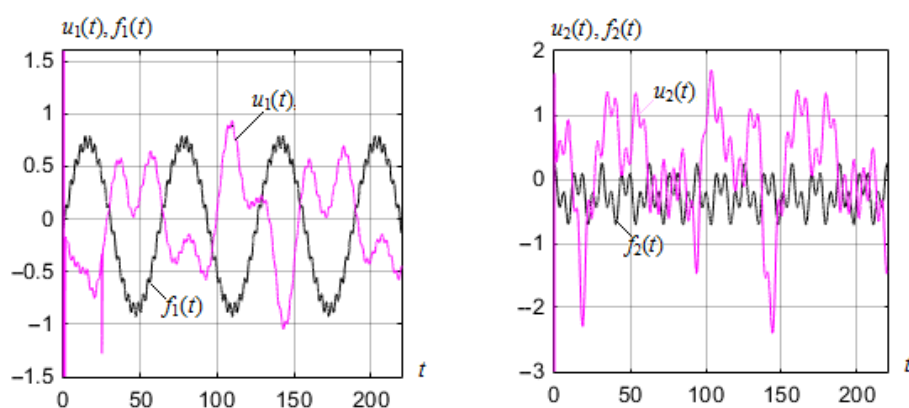


Рис. 4. Графики управлений $u_1(t)$, $u_2(t)$ и возмущений $f_1(t)$, $f_2(t)$ – вариант 1.

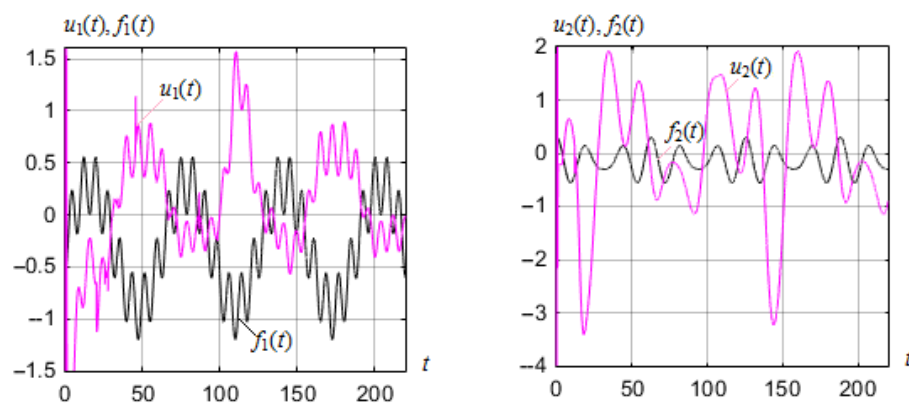


Рис. 5. Графики управлений $u_1(t)$, $u_2(t)$ и возмущений $f_1(t)$, $f_2(t)$ – вариант 2.

Таким образом, как показывают результаты компьютерного моделирования системы управления неустойчивым двухканальным неаффинным по управлению объектом с нелинейными перекрестными связями и запаздываниями по выходу в условиях структурной и функционально-параметрической априорной неопределенности (математические модели объекта – варианты 1 и 2), регулятор (24), для объекта (1) – (5) с фильтр-корректорами (6) обеспечивает системе управления с неявным эталоном желаемую динамику функционирования.

Заключение

Способ построения комбинированной нелинейной системы управления с неявным эталоном для априорно неопределенного неаффинного двухканального объекта с запаздываниями по выходу (1) – (6), (24) опирается на использование метода пассивации, критерия гиперустойчивости и условий L -диссипативности.

Отличительная особенность предложенной системы, ориентированной на объекты с неаффинностью по управлению и структурно-функционально-параметрической неопределенностью, заключается в том, что достижение поставленных целей управления обеспечивается, с одной стороны, с помощью регулятора, инвариантного к изменению свойств неаффинности в заданном классе, а с другой, – за счет наличия в системе управления механизма самоорганизации, учитывающего структурные изменения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Покажем, учитывая (2) – (4), что синтез управляющих воздействий $u_i(t)$ в (13) связан с разрешением неравенств (21) относительно интегралов вида (22).

Пусть управляющие воздействия $u_{i1}(t)$ синтезированы в виде

$$u_{i1}(t) = \left\{ h_{i11} \int_0^t \hat{r}_i(v) v_i(v) dv + h_{i12} \hat{r}_i(t) v_i(t) \right\} \hat{r}_i(t), \quad h_{i11}, h_{i12} = \text{const} > 0, \quad i = 1, 2, \quad (\text{П.1})$$

тогда для интегралов $h_{i1}(0, t)$ будут справедливы оценки

$$\begin{aligned} h_{i1}(0, t) &= \int_0^t \left\{ F_i(u_i(v)) u_{i1}(v) v_i(v) - \hat{\chi}_{*i} \hat{r}_i(v) v_i(v) \right\} dv = \\ &= h_{i11} \int_0^t F_i(u_i(v)) \hat{r}_i(v) v_i(v) \int_0^v \hat{r}_i(\theta) v_i(\theta) d\theta dv + \\ &+ h_{i12} \int_0^t F_i(u_i(v)) (\hat{r}_i(v) v_i(v))^2 dv - \hat{\chi}_{*i} \int_0^t \hat{r}_i(v) v_i(v) dv \geq \\ &\geq \frac{h_{i11} F_i^*}{2} \left(\int_0^t \hat{r}_i(v) v_i(v) dv \right)^2 - \hat{\chi}_{*i} \int_0^t \hat{r}_i(v) v_i(v) dv \pm \frac{\hat{\chi}_{*i}^2}{2h_{i11} F_i^*} \geq \\ &\geq -\frac{\hat{\chi}_{*i}^2}{2h_{i11} F_i^*} = \text{const}, \quad \forall t > 0, \quad i = 1, 2. \end{aligned} \quad (\text{П.2})$$

Синтезируя управляющие воздействия $u_{i2}(t)$ следующим образом:

$$u_{i2}(t) = \left\{ h_{i21} \int_0^t y_{\phi i}(v) v_i(v) dv + h_{i22} y_{\phi i}(t) v_i(t) \right\} y_{\phi i}(t), \quad (\text{П.3})$$

$$h_{i21}, h_{i22} = \text{const} > 0, \quad i = 1, 2,$$

для интегралов $h_{i2}(0,t)$, можно получить оценки

$$\begin{aligned}
h_{i2}(0,t) &= \int_0^t \left\{ F_i(u_i(v)) u_{i2}(v) v_i(v) + \chi_{*i} y_{\phi i}(v) v_i(v) \right\} dv = \\
&= h_{i21} \int_0^t F_i(u_i(v)) y_{\phi i}(v) v_i(v) \int_0^v y_{\phi i}(\theta) v_i(\theta) d\theta dv + \\
&+ h_{i22} \int_0^t F_i(u_i(v)) \left(y_{\phi i}(v) v_i(v) \right)^2 dv + \chi_{*i} \int_0^t y_{\phi i}(v) v_i(v) dv \geq \\
&\geq \frac{h_{i21} F_i^*}{2} \left(\int_0^t y_{\phi i}(v) v_i(v) dv \right)^2 + \chi_{*i} \int_0^t y_{\phi i}(v) v_i(v) dv \pm \frac{\chi_{*i}^2}{2h_{i21} F_i^*} \geq \\
&\geq -\frac{\chi_{*i}^2}{2h_{i21} F_i^*} = const,
\end{aligned} \tag{П.4}$$

$\forall t > 0, i = 1, 2.$

Формируя управляющие воздействия $u_{i3}(t)$ с помощью уравнений

$$\begin{aligned}
u_{i3}(t) &= h_{i31} \int_0^t v_i(v) dv + h_{i32} v_i(t), \\
h_{i31}, h_{i32} &= const > 0, i = 1, 2,
\end{aligned} \tag{П.5}$$

интегралы $h_{i3}(0,t)$ можно оценить в виде

$$\begin{aligned}
h_{i3}(0,t) &= \int_0^t \left\{ F_i(u_i(v)) u_{i3}(v) + [f_i(v) + \Phi_i(y_j(v))] \right\} v_i(v) dv = \\
&= h_{i31} \int_0^t F_i(u_i(v)) v_i(v) \int_0^v v_i(\theta) d\theta dv + h_{i32} \int_0^t F_i(u_i(v)) v_i^2(v) dv + \\
&+ \int_0^t [f_i(v) + \Phi_i(y_j(v))] v_i(v) dv \pm [f_i^* + \Phi_i^*] \left| \int_0^t v_i(v) dv \right| \geq \\
&\geq \frac{h_{i31} F_i^*}{2} \left(\int_0^t v_i(v) dv \right)^2 - [f_i^* + \Phi_i^*] \left| \int_0^t v_i(v) dv \right| \pm \\
&\pm \frac{[f_i^* + \Phi_i^*]^2}{2h_{i31} F_i^*} \geq -\frac{[f_i^* + \Phi_i^*]^2}{2h_{i31} F_i^*} F_i^* = const,
\end{aligned} \tag{П.6}$$

$\forall t > 0, i = 1, 2.$

При определении явного вида управляющих воздействий $u_{i4}(t)$ с помощью уравнений

$$\begin{aligned}
u_{i4}(t) &= \left\{ h_{i41} \int_0^t y_i(v - h_i) v_i(v) dv + h_{i42} y_i(t - h_i)(t) v_i(t) \right\} y_i(t - h_i), \\
h_{i41}, h_{i42} &= const > 0, i = 1, 2,
\end{aligned} \tag{П.7}$$

и оценке интегралов $h_{i4}(0, t)$ будут иметь место, следующие оценки:

$$\begin{aligned}
 h_{i4}(0, t) &= \int_0^t \{F_i(u_i(v))u_{i4}(v)v_i(v) + d_i y_i(v - h_i)v_i(v)\} dv = \\
 &= h_{i41} \int_0^t F_i(u_i(v)) y_i(v - h_i)v_i(v) \int_0^v y_i(\theta - h_i)v_i(\theta) d\theta dv + \\
 &+ h_{i42} \int_0^t F_i(u_i(v)) (y_i(v - h_i)v_i(v))^2 dv + d_i \int_0^t y_i(v - h_i)v_i(v) dv \geq \quad (П.8) \\
 &\geq \frac{h_{i41} F_i^*}{2} \left(\int_0^t y_i(v - h_i)v_i(v) dv \right)^2 + d_i \int_0^t y_i(v - h_i)v_i(\theta) dv \pm \frac{d_i^2}{2h_{i41} F_i^*} \geq \\
 &\geq -\frac{d_i^2}{2h_{i41} F_i^*} = const, \quad \forall t > 0, \quad i = 1, 2.
 \end{aligned}$$

Таким образом, в результате использования оценок (П.2), (П.4), (П.6), (П.8) становится очевидной справедливость интегрального неравенства (19), что и требовалось показать.

При этом, формируя явный вид закона управления (13) на основе соотношений (П.1), (П.3), (П.5), (П.7), получаем уравнения (23).

ЛИТЕРАТУРА

1. Бобцов А.А., Николаев Н.А. Синтез управления нелинейными системами с функциональными и параметрическими неопределенностями на основе теоремы Фрадкова // *АиТ.* – 2005. – №1. – С. 118-129.
2. Пыркин А.А., Арановский С.В., Бобцов А.А., Колюбин С.А., Николаев Н.А. Управление многоканальными нелинейными системами вида Лурье на основе теоремы Фрадкова // *АиТ.* – 2018. – №6. – С. 140-154.
3. Ge S.S., Hang C.C., Tao Zhang. Adaptive Neural Network Control of Nonlinear Systems by State and Output Feedback // *IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics.* – Part B: cybernetics. – 1999. – Vol. 29, No. 6. – P.818-828.
4. Zhao Tong. Adaptive Control for a Class of Non-affine Nonlinear Systems via Neural Networks, Adaptive Control / Edited by Kwanho You. – Shanghai: InTech. – 2009. – P.338-372.
5. Lavretsky E., Hovakimyan N. Adaptive dynamic inversion for nonaffine-in-control systems via time-scale separation: Part II // *Proc. of American Control Conference.* – 2005. – P.3548-3553.
6. Hovakimyan N., Lavretsky E., Cao C. Dynamic inversion of multi-input nonaffine systems via time-scale separation // *Proc. of American Control Conference.* – 2006. – P.3594-3599.
7. Boukezzoula R., Galichet S., Foulloy L. Fuzzy adaptive control for non-affine systems, in: *Proc. IEEE Internat. Conf. Fuzzy Systems.* – 2003. – P.543–548.
8. Yoon P.-S., Park J.-H., Park G.-T. Adaptive fuzzy control of nonaffine nonlinear systems using Takagi–Sugeno fuzzy models. // *Proc. IEEE Internat. Conf. Fuzzy Systems.* – 2001. – P.642-645.
9. Labiod Salim, Guerra Thierry Marie. Adaptive fuzzy control of a class of SISO nonaffine nonlinear systems // *Fuzzy Sets and Systems.* – 2007. – 158. – P.1126-1137.
10. Ghasemi R., Menhaj M.B., Afshar A. A New Decentralized Fuzzy Model Reference Adaptive Controller for a Class of Large-scale Nonaffine Nonlinear Systems // *Eur. J. Control.* – 2009. – No. 5. – P.

534-544.

11. *Ghasemi R.* Adaptive State Tracking Controller for Multi-Input Multi-Output Nonaffine Non-linear Systems // *Int. J. Comput. Electrical Engin.* – 2010. – V. 3, No. 3. – P. 426-431.
12. *Wang H., Zhou Q., Yang X., et al.* Robust Decentralized Adaptive Neural Control for a Class of Nonaffine Nonlinear Large-Scale Systems with Unknown Dead Zones // *Math. Probl. Engin.* – 2014. – V. 2014. – 640960.
13. *Еремин Е.Л.* Робастное управление для одного класса неаффинных нелинейных SISO-систем // *Информатика и системы управления.* – 2015. – №3(45). – С.89-100.
14. *Еремин Е.Л.* Робастный регулятор для неаффинного по управлению нестационарного объекта // *Информатика и системы управления.* – 2016. – №1(47). – С.106-116.
15. *Еремин Е.Л.* Комбинированная система с неявным эталоном для класса априорно неопределенных одноканальных объектов неаффинных по управлению на множестве состояний функционирования // *Информатика и системы управления.* – 2018. – №3(57). – С.93-103.
16. *Еремин Е.Л., Теличенко Д.А.* Алгоритмы адаптивной системы с запаздыванием по управлению в схеме с расширенной ошибкой и эталонным упредителем // *Мехатроника, автоматизация, управление.* – 2006. – № 6. – С. 9-16.
17. *Еремин Е.Л., Шеленок Е.А.* Робастное управление для одного класса многосвязных динамических объектов // *Автоматика и телемеханика.* – 2017. – № 6. – С. 106-121
18. *Еремин Е.Л., Шеленок Е.А.* Система нелинейного робастного управления для неаффинного нестационарного динамического объекта с запаздыванием // *Автометрия.* – 2017. – Т.53, № 2. – С. 63-71
19. *Халил Х.К.* Нелинейные системы. –М.; Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика» / пер. с англ. – Институт компьютерных исследований, 2009.
20. *Еремин Е.Л., Чепак Л.В.* Комбинированный регулятор для неаффинной многосвязной системы с запаздыванием по управлению // *Информатика и системы управления.* – 2019. – №1(59). – С.118-130.

E-mail:

Еремин Евгений Леонидович – ereminel@mail.ru;

Никифорова Лариса Владимировна – chepak@inbox.ru;

Шеленок Евгений Анатольевич – cidshell@mail.ru.