



УДК 004.627:681.5.015.23

© 2020 г. Д.А. Назаров, канд. техн. наук

(Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН, Владивосток)

ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА КОДИРОВАНИЯ ДЛИН СЕРИЙ ДЛЯ УМЕНЬШЕНИЯ ОБЪЕМА ДАННЫХ ДИСКРЕТНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ОБЛАСТЕЙ РАБОТОСПОСОБНОСТИ

Рассматривается проблема хранения большого объема данных областей работоспособности аналоговых технических систем. Предлагается использование алгоритма кодирования длин серий RLE, рассматривается проблема снижения скорости доступа к произвольному элементу хранимых данных и пути ее решения.

Ключевые слова: надежность, область работоспособности, алгоритм сжатия, алгоритм кодирования длин серий, RLE.

DOI: 10.22250/isu.2020.66.85-94

Введение

Задача построения областей работоспособности (ОР) возникает на этапе проектирования технических систем с учетом параметрических возмущений и требований надежности. Данные о конфигурации ОР позволяют существенно снизить вычислительные затраты при получении оценок надежности по стохастическим критериям, а также применять детерминированные критерии выбора оптимальных значений параметров и анализировать тенденции дрейфа.

Задача построения ОР наиболее характерна для функционально-параметрического подхода в теории надежности, когда заданы зависимости выходных характеристик системы от параметров ее элементов (внутренних параметров) [1]. В этом случае ОР представляет собой отображение требований к выходным характеристикам в пространство значений внутренних параметров и является множеством точек этого пространства, в которых система считается работоспособной.

Как правило, конфигурация ОР неизвестна, а получение ее характеристик сводится к построению некоторого многомерного аналога с помощью различных фигур (многогранники, гиперпараллелепипеды, эллипсоиды, использование R-функций). В данной работе рассматривается подход, основанный на методе многомерного зондирования и аппроксимации многомерной фигуры дискретным множеством элементарных гиперпараллелепипедов, заданных узлами регулярной сетки. Данный подход дает исчерпывающую информацию об ОР, однако имеет существенный недостаток, связанный с необходимостью хранить большой объем данных. Приведенный в работе анализ специфики данных ОР показывает наличие достаточно длинных серий повторяющихся значений, что дает возможность применения известного метода кодирования длин серий (Run-Length Encoding, RLE) для уменьшения объема данных без потерь [2]. Важным требованием к применяемому методу сжатия данных ОР является сохранение высокой скорости доступа к ним без полной их распаковки. При существенной кратности сжатия данных алгоритм кодирования длин серий замедляет доступ к произвольному элементу сетки. В работе приводится анализ снижения скорости доступа к произвольному элементу массива, а также рассматриваются пути по снижению этого явления.

Дискретное представление ОР

Перед рассмотрением используемой модели дискретного представления ОР имеет смысл ознакомиться с самой задачей построения ОР. Объектом исследования является модель аналоговой технической системы, связывающая свои выходные характеристики, заданные m -мерным вектором

$$\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_m) \quad (1)$$

с параметрами ее элементов (*внутренние параметры*), заданными n -мерным вектором

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (2)$$

в виде зависимостей:

$$y_j = y_j(\mathbf{x}), \forall j = 1, 2, \dots, m. \quad (3)$$

На выходные и внутренние параметры налагаются ограничения. Внутренние параметры ограничиваются производственными допусками

$$x_{i \min} \leq x_i \leq x_{i \max}, \quad (4)$$

а выходные параметры – требованиями к выходным характеристикам системы, как правило, заданным в техническом задании условиями:

$$y_{j \min} \leq y_j \leq y_{j \max}, \forall j = 1, 2, \dots, n. \quad (5)$$

Ограничения (5) называются *условиями работоспособности* и опреде-

ляют критерий корректного функционирования системы. Нарушение какого-либо из неравенств (5) квалифицируется как отказ. Такого рода отказы возникают обычно по причине изменений внутренних параметров вследствие их дрейфа под влиянием факторов внешней среды (влажность, температура, излучения) и внутренних процессов износа и старения. Условия работоспособности (5) определяют в пространстве внутренних параметров область, которая называется областью работоспособности:

$$D_x = \{\mathbf{x} \in R^n : y_{j \min} \leq y_j(\mathbf{x}) \leq y_{j \max}, \forall j = 1, 2, \dots, m\}. \quad (6)$$

Основную трудность определения характеристик ОР составляют размерность пространства параметров и отсутствие явных аналитических выражений модели (3) для большинства сложных систем ввиду того, что они часто задаются алгоритмически или в виде имитационной модели, вычисляющей выходные характеристики для заданного набора внутренних параметров [3].

В данной работе рассматривается способ построения ОР на основе аппроксимации многомерной фигуры дискретным множеством *элементарных гиперпараллелепипедов* (ЭГ), заданных узлами регулярной сетки, и методе многомерного зондирования внутри этих ЭГ.

Построение ОР выполняется внутри ограничивающего бруса B , заданного интервалами:

$$B = \{[x_{i \min}, x_{i \max}], \forall i = 1, 2, \dots, n\}. \quad (7)$$

В качестве этого бруса может выступать как брус допусков (4), так и описанный вокруг ОР брус, найденный методом Монте-Карло [4].

Каждый диапазон $[x_{i \min}, x_{i \max}]$ разбивается эквидистантно на q_i интервалов – квантов. Их пересечения формируют узлы сетки, которые являются вершинами ЭГ. Каждый ЭГ задается набором n целочисленных индексов (k_1, k_2, \dots, k_n) , $k_i = 1, 2, \dots, q_i$. По этим индексам, зная диапазоны ограничивающего бруса (9) и количества квантов q_i , $i = 1, 2, \dots, n$, можно однозначно восстановить геометрические характеристики ЭГ:

$$\begin{aligned} x_{i \min}^{k_i} &= x_{i \min} + h_i \cdot (k_i - 1), \\ x_{i \max}^{k_i} &= x_{i \min}^{k_i} + h_i = x_{i \min} + h_i \cdot k_i, \end{aligned} \quad (8)$$

где $h_i = (x_{i \max} - x_{i \min})/q_i$ – шаг сетки по каждому параметру внутри бруса B .

В центре каждого ЭГ выбирается точка-представитель:

$$\mathbf{x}_r(k_1, k_2, \dots, k_n) = \left(\frac{x_{1 \min}^{k_1} + x_{1 \max}^{k_1}}{2}, \dots, \frac{x_{n \min}^{k_n} + x_{n \max}^{k_n}}{2} \right), \quad (9)$$

в которой вычисляются выходные характеристики системы (1). Если полученные выходные характеристики удовлетворяют ограничениям (5), то ЭГ с

индексами (k_1, k_2, \dots, k_n) присваивается признак «1», в противном случае – «0». Таким образом, для хранения признаков принадлежности ОР каждого ЭГ используется множество индикаторов (МИ):

$$S = (s_1, s_2, \dots, s_R), \quad (10)$$

где $R = q_1 \cdot q_2 \cdot \dots \cdot q_n$ – количество ЭГ; $s_i \in \{0, 1\}$ – результат вычисления функции принадлежности:

$$\chi(k_1, k_2, \dots, k_n) = \begin{cases} 1, & y_{j \min} \leq y_j(\mathbf{x}_r(k_1, k_2, \dots, k_n)) \leq y_{j \max}, \forall j = 1, 2, \dots, m, \\ 0, & (\text{иначе}). \end{cases} \quad (11)$$

Между индексом p элемента s_i множества индикаторов S и набором индексов (k_1, k_2, \dots, k_n) существует взаимно однозначное соответствие [5]:

$$p(k_1, k_2, \dots, k_n) = k_1 + q_1(k_2 - 1) + q_1 q_2(k_3 - 1) + \dots + q_1 q_2 \dots q_{n-1}(k_n - 1). \quad (12)$$

Таким образом, модель дискретного представления ОР описывается четверкой:

$$G_R = (n, B, Q, S), \quad (13)$$

где n – размерность пространства внутренних параметров; B – ограничивающий брус (7); $Q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ – вектор с количеством квантов по каждому параметру; S – множество индикаторов принадлежности каждого ЭГ в соответствии с функцией (11). Построение ОР на основе этой модели состоит в вычислении всех элементов множества S индикаторов принадлежности.

На рис. 1 проиллюстрирован принцип построения двумерной ОР на основе модели (13).

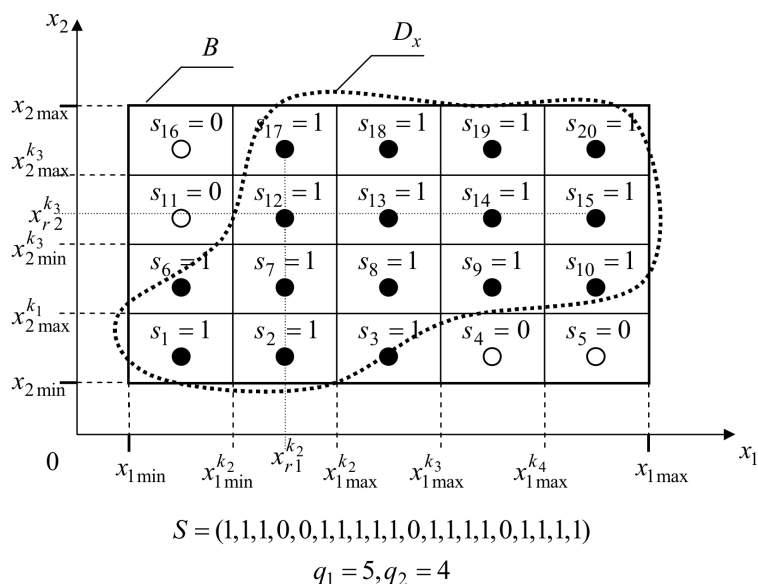


Рис. 1. Дискретное представление области работоспособности.

Кодирование длин серий элементов массива индикаторов

Как видно из описания модели (13), основной объем данных ОР приходится на множество индикаторов S (10). Оно состоит из $R = q_1 \cdot q_2 \cdot \dots \cdot q_n$

элементов, каждый из которых принимает значения «0» или «1». Специфика этих данных состоит в том, что они представляют собой последовательно записанные одномерные сечения дискретного представления ОР, что дает основание предполагать наличие длинных подпоследовательностей элементов с одинаковыми значениями.

Таким образом, размер массива можно сократить путем кодирования длин серий повторяющихся элементов. Например, исходный МИ на рис. 1, имеющий вид: $S = (1,1,1,0,0,1,1,1,1,1,0,1,1,1,1,0,1,1,1,1)$, будет записан в виде: $S_{RLE} = ((3,1),(2,0),(5,1),(1,0),(4,1),(1,0),(4,1))$. В результате, вместо 20 цифр исходного МИ S будет получен массив S_{RLE} из 14 цифр, представляющих собой 7 пар значений, кодирующих серию элементов массива S . Данный способ сжатия данных без потери информации называется алгоритмом кодирования длин серий (Run-Length Encoding, RLE) [2]. Обозначим элемент сжатого массива S_{RLE} как s_c^i :

$$s_c^i = (l^i, v^i), i = 1, 2, \dots, R_{RLE}, \quad (14)$$

где l^i – длина серии повторяющихся значений v^i ; R_{RLE} – количество кодирующих элементов массива S_{RLE} .

При программной реализации данного алгоритма важно учитывать разрядность (количество используемых байтов) полей l^i и v^i каждого элемента S_{RLE} . Так, в приведенном выше примере при использовании одного байта под каждое значение v^i элемента МИ и кода длины серии l^i эффективность сжатия составит $20/14 = 1,43$. Использование одного байта для записи длины серии l^i ограничивает эту длину значением 255, а при высокой детализации дискретного представления длина серии может быть больше 255. В этом случае встает вопрос либо об увеличении разрядности поля l^i , либо о создании большего количества элементов $s_c^{i+1}, s_c^{i+2}, \dots, s_c^{i+k}$ с одинаковым значением $v^i = v^{i+1} = v^{i+2} = \dots = v^{i+k}$, что даст избыточность в размере $(i + k)$ байтов. Увеличение разрядности поля l^i будет давать избыточность в виде неиспользованных разрядов для коротких серий длиной значительно меньше 255.

Очевидно, что эффективность сжатия МИ методом кодирования длин серий зависит от конфигурации ОР и без предварительного анализа исходных данных невозможно выработать самый эффективный способ кодирования серий повторяющихся элементов. На рис. 2 показано, сколько раз встречается серия одинаковых элементов определенной длины в массиве S_{RLE} на примере модели ТТЛ [4, 5] и делителя напряжения [6] при разбиении области построения на 40 квантов по каждому параметру. Как можно видеть, большинство серий имеют длину менее 255, при этом в массиве также присутствуют единичные серии длиной в десятки тысяч элементов.

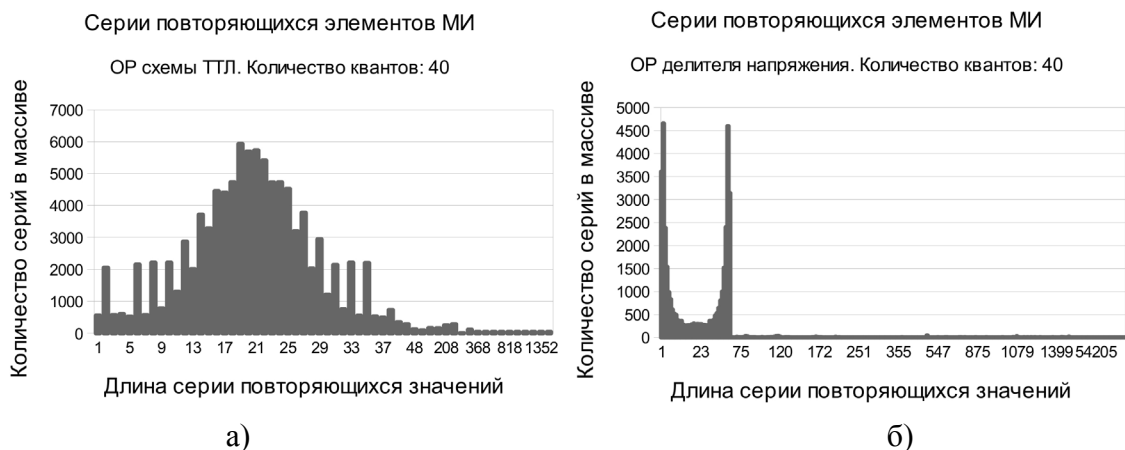


Рис.2. Количество серий повторов в МИ для:
 а – ОР модели TTL; б – модели делителя напряжения.

Если их разбить на серии по 255 элементов, сократив размер, то возникнет избыточность, однако, как показано ниже, такая избыточность несущественна и именно такой способ кодирования длин серий показывает наиболее высокую кратность сжатия. В табл.1 показана эффективность сжатия методом RLE при различной ширине поля кода длины серии для указанных выше моделей TTL и делителя напряжения при квантовании области построения на 40, 60, 80 и 100 квантов по каждому параметру.

Таблица 1

Кол-во квантов по всем параметрам	Ширина поля длины серии l^i , байт	Кратность сжатия	
		Модель TTL	Модель делителя напряжения
40	1	12,58	28,84
	2	8,50	22,75
	4	5,10	13,65
60	1	18,59	39,44
	2	12,74	33,45
	4	7,46	20,07
80	1	24,46	48,69
	2	16,96	44,18
	4	10,17	26,51
100	1	30,24	56,83
	2	21,18	54,88
	4	12,71	32,93

Анализ скорости доступа к произвольному элементу массива индикаторов

Использование сжатого МИ S_{RLE} накладывает ограничения, связанные со скоростью доступа. Доступ к произвольному i -му элементу s_i несжатого МИ осуществляется по смещению адреса (индекс элемента) относительно

адреса начала массива, а алгоритмическая сложность самой операции оценивается как $O(1)$. Для доступа к этому же элементу в сжатом по алгоритму RLE массиве S_{RLE} требуется определить индекс k кодирующего его элемента s_c^k . Поиск номера этого элемента состоит в последовательном переборе элементов S_{RLE} с вычислением суммы длин серий: $L_1 = l_1$, $L_2 = l_1 + l_2$, $L_3 = l_1 + l_2 + l_3, \dots$, и далее:

$$L_k = \sum_{j=1}^k l_j, k = 1, 2, \dots, R_{RLE}, \quad (15)$$

пока не будет выполнено условие:

$$L_k > i. \quad (16)$$

Таким образом, с учетом (15) и (16), искомый индекс k элемента s_c^k массива S_{RLE} , кодирующего искомый i -й элемент МИ, формально является минимальным из всего множества индексов, удовлетворяющих условию (16), а выражение выглядит следующим образом:

$$k = \min \{ p \in \{1, 2, \dots, R_{RLE}\} \mid L_p > i \}. \quad (17)$$

Алгоритмически поиск индекса k элемента s_c^k выполняется последовательным перебором элементов массива S_{RLE} , пока не будет выполнено условие (16). Например, чтобы узнать значение элемента s_6 (рис. 3), выполняется перебор элементов $s_c^1, s_c^2, s_c^3, \dots$, с вычислением суммы длин серий: $L_1 = 3$, $L_2 = 5$, $L_3 = 10 > 6$. Таким образом, элемент s_c^3 кодирует значение $s_6 = v_3 = 1$.

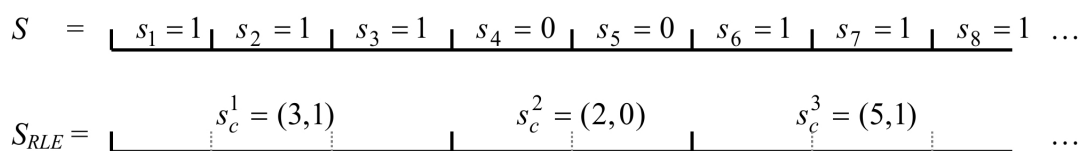


Рис.3. Иллюстрация к алгоритму поиска элемента для сжатого МИ.

Как можно видеть, для декодирования одного элемента МИ требуется перебор элементов массива S_{RLE} , поэтому алгоритмическая сложность этой процедуры составляет $O(N)$. Замедление доступа, очевидно, усиливается с увеличением индекса МИ, что сказывается на скорости выполнения ряда процедур, связанных с анализом ОР [7]. В особой степени это касается несложной в вычислительном смысле процедуры построения двумерного сечения ОР. В табл. 2 приведено время, затраченное СНИОР на построение двумерного сечения ОР модели делителя напряжения (4 параметра по 40 квантов) в плоскости параметров k_1 и k_2 при заданной сетке значений фиксированных параметров k_3 и k_4 . Согласно выражению (12) вычисления номера элемента МИ по значениям индексов квантов и значениям фиксированных параметров, видно, что время, необходимое для построения, увеличивается с ростом индексов элементов МИ. Так, для построения первого сечения (при

фиксированных параметрах $k_3 = 1, k_4 = 1$) необходимо получить значения элементов МИ с индексами, находящимися в диапазоне от 1 до 1600. Как видно, элементы первого сечения расположены в начале массива и время доступа к ним наименьшее. Второе сечение (с фиксированными параметрами $k_3 = 20, k_4 = 1$) содержит элементы, расположенные в диапазоне индексов с 30400 до 32000. Доступ к ним в сжатом массиве потребовал больше времени – 76 мсек. Наибольшее время заняло построение сечения с фиксированными параметрами $k_3 = 40, k_4 = 40$, поскольку его элементы расположены в конце МИ, в диапазоне индексов от 2 558 400 до 2 560 000.

Таблица 2

Сечение, индексы квантов					Время построения, мсек.	
№	k_1	k_2	k_3	k_4	Сжатие RLE	Без сжатия
1	–	–	1	1	4	3
2	–	–	20	1	76	3
3	–	–	40	1	130	3
4	–	–	1	20	1148	2
5	–	–	20	20	1145	5
6	–	–	40	20	1102	3
7	–	–	1	40	1404	3
8	–	–	20	40	1418	3
9	–	–	40	40	1464	3

Использование меток индексов для ускорения доступа

Одним из очевидных решений проблемы снижения скорости доступа к произвольному элементу МИ в сжатом массиве S_{RLE} является введение дополнительных меток индексов, позволяющих с существенно меньшими затратами перемещаться к требуемой части сжатого массива и выполнять поиск нужного элемента массива путем перебора меньшего их числа.

Чтобы ускорить доступ к произвольному элементу приблизительно в T раз, сжатый массив S_{RLE} условно делится на T равных частей, в каждой из которых $R_T = R_{RLE}/T$ элементов (в случае, если массив нацело не делится, то допустимо в каком-либо из интервалов наличие большего или меньшего их числа). Для сжатого массива S_{RLE} задается набор $I_{RLE} = (i^1_{RLE}, i^2_{RLE}, \dots, i^{T-1}_{RLE})$ меток вида:

$$i^j_{RLE} = (i^j, k^j), j = 1, 2, \dots, T-1,$$

где i^j – индекс элемента МИ, закодированный в k^j -м элементе s_c^{kj} сжатого массива S_{RLE} . На рис. 4 проиллюстрировано введение набора меток для сжатого МИ, состоящего из 7 элементов s_c^j вида (14). Набор I_{RLE} состоит из двух меток i^1_{RLE}, i^2_{RLE} , разбивающих массив на три части. Каждая метка указывает,

с какого индекса k^j массива S_{RLE} начинать поиск элемента, кодирующего значение МИ с индексом i^j . Например, чтобы получить значение элемента s_{16} МИ, нет необходимости выполнять перебор элементов S_{RLE} с самого начала. Критерий поиска нужной метки аналогичен описанному выше алгоритму поиска элемента массива S_{RLE} . Путем перебора двух меток устанавливается, что нужно выполнять поиск, начиная с 5-го элемента массива S_{RLE} . s_c^5 . Далее, выполняя описанный выше алгоритм поиска кодирующего s_{16} элемент массива S_{RLE} , находим элемент s_c^6 , кодирующий искомым элемент МИ s_{16} . Таким образом, вместо перебора 6 элементов массива S_{RLE} был выполнен перебор двух элементов набора меток и двух элементов массива S_{RLE} .

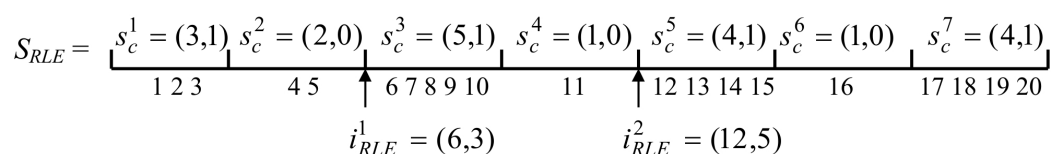


Рис. 4. Метки индексов элементов сжатого массива для ускорения доступа к произвольному элементу.

Заключение

Рассмотрена проблема уменьшения объема данных дискретного представления ОР технических систем. Наибольший объем данных в таком представлении приходится на множество индикаторов принадлежности элементов ОР. Исходя из специфики этих данных, отмечаем присутствие в них большого количества серий из одинаковых элементов, что дает возможность применить алгоритм кодирования длин серий (RLE), который также позволяет считывать исходные данные за один проход без полной распаковки всего массива, алгоритмическая сложность доступа к произвольному элементу сжатого массива составляет $O(N)$. Экспериментально на двух моделях технических систем показано, что наибольшая эффективность сжатия данных алгоритмом RLE достигается при кодировании длины каждой серии повторяющихся элементов одним байтом, несмотря на наличие существенно более длинных серий, которые приходится разбивать на фрагменты по 255 элементов. Использование сжатого массива индикаторов при решении задач, связанных с исследованием ОР, приводит к замедлению из-за особенностей доступа к произвольному элементу в сжатом алгоритмом RLE массиве. Введение дополнительных меток индексов, разбивающих сжатый массив на T интервалов, позволяет ускорить доступ к произвольному элементу массива индикаторов приблизительно в T раз.

Дальнейшее развитие работы в данном направлении может быть посвящено повышению скорости доступа к произвольному элементу сжатого мас-

сива индикаторов, или применению иного алгоритма сжатия, обеспечивающего алгоритмическую сложность доступа к произвольному элементу массива не выше $O(N)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Абрамов О.В.* Возможности и перспективы функционально-параметрического направления теории надежности // Информатика и системы управления. – 2014. – № 4(42). – С.53-66.
2. *Salomon D.* Data Compression: the complete reference. – Vol. 10. – Springer, 2007.
3. *Норенков И.П.* Основы автоматизированного проектирования. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002.
4. *Катуева Я.В., Назаров Д.А.* Аппроксимация и построение областей работоспособности в задаче параметрического синтеза // Труды Междунар. симпозиума «Надежность и качество». – Пенза: ПГУ. – 2005. – Т.1. – С. 130-134.
5. *Назаров Д.А.* Использование областей работоспособности для оптимального выбора номиналов параметров // Информатика и системы управления. – 2011. – № 2(28). – С. 59-69.
6. *Саушев А.В.* Области работоспособности электротехнических систем. – СПб.: Политехника, 2013.
7. *Абрамов О.В., Назаров Д.А.* Программно-алгоритмический комплекс построения, анализа и использования областей работоспособности // Информационные технологии и вычислительные системы. – 2015. – №2. – С. 3-13.

Статья представлена к публикации членом редколлегии О.В. Абрамовым.

E-mail:

Назаров Дмитрий Анатольевич – nazardim@iacp.dvo.ru.