



УДК 681.51

© 2020 г. **Е.Л. Еремин**, д-р техн. наук,

Л.В. Никифорова, канд. техн. наук

(Амурский государственный университет, Благовещенск),

Е.А. Шеленок, канд. техн. наук

(Тихоокеанский государственный университет, Хабаровск)

КОМБИНИРОВАННЫЙ РЕГУЛЯТОР СИСТЕМЫ С НЕЯВНЫМ ЭТАЛОНОМ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ПО ВЫХОДУ СТРУКТУРНО НЕОПРЕДЕЛЕННЫМ НЕАФФИННЫМ ОБЪЕКТОМ С НЕИЗВЕСТНЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПО СОСТОЯНИЮ*

Исследуется проблема управления по выходу неаффинным объектом с запаздыванием по состоянию, математическая модель которого является структурно и параметрически априорно неопределенной. В рамках применения критерия гиперустойчивости и условий L -диссипативности, а также использования в системе управления неявной эталонной модели и фильтр-корректоров рассматриваются вопросы использования комбинированного регулятора, обладающего минимальной структурной сложностью, но обеспечивающего достижение поставленной цели управления в заданном классе неаффинных объектов с неизвестной величиной запаздывания по состоянию.

Ключевые слова: неаффинный объект по управлению с неизвестным запаздыванием по состоянию, структурно-параметрическая неопределенность, неявный эталон, фильтр-корректоры, комбинированный регулятор минимальной структурной сложности, критерий гиперустойчивости, условия L -диссипативности.

DOI: 10.22250/isu.2020.66.118-128

Введение

Аналитический синтез динамических регуляторов для объектов с неаффинностью по управлению – это одна из актуальных проблем в теории ав-

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №20-08-00712).

томатического управления, поскольку подавляющее число известных результатов связано с системами регулирования, в которых объекты являются аффинными по управлению [1 – 8].

Как показано в работах [9 – 12], на основе критерия гиперустойчивости и условий L -диссипативности можно осуществить аналитический синтез систем управления для определенного класса неаффинных систем, обеспечивая их функционирование с заданным качеством. При этом, применяя схему управления с неявным эталонном, можно построить, – например, аналогично [13 – 15] – комбинированные регуляторы и для неаффинных объектов управления с запаздыванием по состоянию.

В данной статье для априорно неопределенного неаффинного объекта управления с неизвестным запаздыванием по состоянию рассматривается построение наиболее простого (с точки зрения реализации) комбинированного регулятора.

Модели объекта управления с фильтр-корректором

Опишем уравнение структурно неопределенного неаффинного объекта с запаздыванием по состоянию в форме вход-выход

$$Q(p)y(t) + D(p)y(t-h) = G(p)[u(t)F(u(t)) + f(t)], \quad (1)$$

$$p^i y(v) = \mathcal{G}_i(v), \quad v \in [-h, 0], \quad p^i y(0) = y_{i0}, \quad i = 0, 1, \dots, n-1, \quad (2)$$

где $y(t)$ и $u(t)$ – выходной и управляющий сигналы; y_{i0} – начальные условия; h – время запаздывания; $\mathcal{G}_i(v)$ – начальные функции; $f(t)$ – внешнее возмущение; $F(u(t))$ – неаффинная (нелинейная) функция по управлению; $p = d/dt$ – оператор дифференцирования; $Q(p)$, $D(p)$ и $G(p)$ – линейные операторы, имеющие порядки соответственно $\deg Q(p) = \deg D(p) = n$ и $\deg G(p) = m$.

Функционирование объекта (1) будем рассматривать в предположении о наличии следующих *допущений*:

Д1. Операторы $Q(p)$, $D(p)$ и $G(p)$ имеют вид

$$Q(p) = p^n + q_1 p^{n-1} + \dots + q_n, \quad D(p) = d_1 p^{n-1} + d_2 p^{n-2} + \dots + d_n, \quad (3)$$

$$G(p) = g_0 p^m + g_1 p^{m-1} + \dots + g_m, \quad (4)$$

где $q_i, d_i = \text{const}, i = \overline{1, n}, g_j = \text{const}, j = \overline{0, m}$ и $n, m = \text{const}, n \geq 1, n > m \geq 0$ – неизвестные соответственно коэффициенты и порядки.

Д2. Возмущения $f(t)$ и нелинейность $F(u(t))$ удовлетворяют ограничениям

$$|f(t)| \leq f_* = \text{const}, \quad \forall t \geq 0, \quad F(u(t)) \geq F_* = \text{const} > 0, \quad \forall t \geq 0, \quad (5)$$

где f_*, F_* – неизвестные числа.

Д3. Величина $h = const > 0$ неизвестна.

Д4. Значения всех априорно неопределенных параметров объекта (1) зависят от некоторого вектора неизвестных параметров $\xi \in \Xi$, где Ξ – известное множество.

Д5. Значения $\max(n)$ и $\min(m)$ известны и максимум относительной степени передаточной функции $W_Q(p) = G(p)/Q(p)$, при $\min(n) = 0$, равен

$$\bar{\rho} = \max(n) - \min(n) = \max(n).$$

Д6. Полином $G(s)$ гурвицев, здесь s – комплексная переменная преобразований Лапласа.

Д7. В системе управления измеряются только величины $y(t)$ и $u(t)$, а не их производные.

При этом, учитывая $n > m \geq 0$ (допущение **Д1**) и в силу $(n - m) > 1$, или же $(n - 1) > m$, целесообразно ввести в рассмотрение *выходной фильтр-корректор (ВФК)* и, подобно [15], преобразовать сигнал $y(t)$ к виду

$$y_\phi(t) = W_\phi(p)y(t) = \frac{(Tp + 1)^{\bar{\rho}-1}}{(T_*p + 1)^{\bar{\rho}-1}}y(t), \quad (T_*p + 1)^{\bar{\rho}-1}y_\phi(t) = (Tp + 1)^{\bar{\rho}-1}y(t), \quad (6)$$

где $y_\phi(t), y(t)$ – выходной и входной сигналы; $W_\phi(p)$ – передаточная функция ВФК; T, T_* – постоянные времени.

Если теперь уравнение последовательного соединения объекта (1) с фильтром (6) представить в форме вход-выход

$$(T_*p + 1)^{\bar{\rho}-1}(Q(p)y_\phi(t) + D(p)y_\phi(t-h)) = (Tp + 1)^{\bar{\rho}-1}G(p)[u(t)F(u(t)) + f(t)],$$

или, эквивалентно, следующим образом:

$$\tilde{Q}(p)y_\phi(t) + \tilde{D}(p)y_\phi(t-h) = \tilde{G}(p)[u(t)F(u(t)) + f(t)], \quad (7)$$

где $\tilde{Q}(p) = (T_*p + 1)^{\bar{\rho}-1}Q(p)$, $\tilde{D}(p) = (T_*p + 1)^{\bar{\rho}-1}D(p)$, $\tilde{G}(p) = (Tp + 1)^{\bar{\rho}-1}G(p)$, а также учесть $(T_*p + 1)^{\bar{\rho}-1} = (T_*p + 1)^{\bar{\rho}-n+m}(T_*p + 1)^{n-m-1}$ и задать малую постоянную времени T_* , то за счет существования оценки

$$(T_*p + 1)^{n-m-1} \cong 1 \quad (8)$$

можно получить упрощенное описание уравнения (7) в виде

$$\hat{Q}(p)y_\phi(t) + \hat{D}(p)y_\phi(t-h) \cong \hat{G}(p)[u(t)F(u(t)) + f(t)], \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \hat{Q}(p) &= (p^n + q_1p^{n-1} + \dots + q_n) \cdot (T_*p + 1)^{\bar{\rho}-n+m} / T_*^{\bar{\rho}-n+m} = \\ &= p^{\bar{\rho}+m} + \hat{q}_1p^{\bar{\rho}+m-1} + \dots + \hat{q}_{\bar{\rho}+m} \cong \tilde{Q}(p) / T_*^{\bar{\rho}-n+m}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{D}(p) &= (d_1p^{n-1} + d_2p^{n-2} + \dots + d_n) \cdot (T_*p + 1)^{\bar{\rho}-n+m} / T_*^{\bar{\rho}-n+m} = \\ &= \hat{d}_1p^{\bar{\rho}+m-1} + \hat{d}_2p^{\bar{\rho}+m-2} + \dots + \hat{d}_{\bar{\rho}+m} \cong \tilde{D}(p) / T_*^{\bar{\rho}-n+m}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{G}(p) &= (g_0p^m + g_1p^{m-1} + \dots + g_m) \cdot (Tp + 1)^{\bar{\rho}-1} / T_*^{\bar{\rho}-n+m} = \\ &= \hat{g}_0p^{\bar{\rho}+m-1} + \hat{g}_1p^{\bar{\rho}+m-2} + \dots + \hat{g}_{\bar{\rho}+m-1} \cong \tilde{G}(p) / T_*^{\bar{\rho}-n+m}, \end{aligned}$$

$\hat{q}_i, \hat{d}_i, i = \overline{1, \bar{\rho} + m}$ и $\hat{g}_j, j = \overline{0, \bar{\rho} + m - 1}$ – соответствующие коэффициенты.

Очевидно, что модель в форме вход-состояние-выход для уравнения (9) будет иметь вид:

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{Q}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{x}(t-h) + \mathbf{b}\{u(t)F(u(t)) + f(t)\}, \quad y_\phi(t) = \hat{\mathbf{g}}^T \mathbf{x}(t), \quad (10)$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \quad \mathbf{x}(v) = \mathcal{G}(v), \quad v \in [-h, 0],$$

где $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_{(\bar{\rho}+m)}(t))^T$ – вектор переменных состояния; \mathbf{Q}, \mathbf{D} – матрицы состояния размера $(\bar{\rho} + m) \times (\bar{\rho} + m)$, причем \mathbf{Q} имеет форму Фробениуса с нижней строкой $\hat{\mathbf{q}}^T = (\hat{q}_{\bar{\rho}+m}, \dots, \hat{q}_2, \hat{q}_1)$, а все элементы \mathbf{D} – нули, за исключением последней строки $\hat{\mathbf{d}}^T = (\hat{d}_{\bar{\rho}+m}, \dots, \hat{d}_2, \hat{d}_1)$; $\mathbf{b} = (0, \dots, 0, 1)^T \in \mathbb{R}^{\bar{\rho}+m}$ – вектор управления; $\hat{\mathbf{g}}^T = (\hat{g}_{\bar{\rho}+m-1}, \dots, \hat{g}_2, \hat{g}_1, \hat{g}_0)$ – вектор выхода.

Постановка задачи

Пусть динамика $y_\phi(t)$ – выхода основного контура управления – определяется задающим *фильтр-корректором* (ЗФК)

$$\hat{r}(t) = W_\phi(p)r(t) = \left(\frac{Tp+1}{T_*p+1} \right)^{\bar{\rho}-1} r(t), \quad (11)$$

где $r(t)$ – задающее воздействие; $\hat{r}(t)$ – модификация $r(t)$.

Требуется, чтобы желаемое поведение выхода объекта $y(t)$ удовлетворяло предельному соотношению

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y(t) - r(t)| \leq \Delta_0 = \text{const}, \quad (12)$$

где Δ_0 – ошибка слежения в установившемся режиме.

При этом достижение цели управления (12) на выходе соединения объекта с ВФК вида (10), функционирующего в условиях структурно-параметрической неопределенности (допущение Д4), будем осуществлять за счет синтеза явного вида закона регулирования

$$u(t) = u(y_\phi(t), \hat{r}(t)), \quad (13)$$

обеспечивая выполнение дополнительного требования

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y_\phi(t) - y_*(t)| = |y_\phi(t) - \hat{r}(t)| \leq \Delta_* = \text{const}, \quad (14)$$

где Δ_* – достаточно малая величина; $y_*(t)$ – выход неявного эталона, удовлетворяющий, аналогично [15], соотношению

$$y_*(t) \cong \hat{r}(t). \quad (15)$$

Иначе говоря, если требование (14) будет выполнено, то благодаря эквивалентности передаточных функций (6), (11) будет иметь место и достижение цели управления (12).

Модели неявного эталона

Известно, например [15], что модель неявного эталона

$$y_*(t) = \frac{1}{\chi_*^{-1}p + 1} \hat{r}(t) = \frac{\chi_*}{p + \chi_*} \hat{r}(t), \quad \chi_* = const > 0, \quad (16)$$

которая, в частности, при $\chi_* \gg 1$ или $\chi_*^{-1} \cong 0$ имеет вид (15), в ряде случаев, может описываться уравнением

$$y_*(t) = \frac{\chi_* \hat{G}(p)}{(p + \chi_*) \hat{G}(p)} \hat{r}(t) \cong \frac{\hat{\chi}_* \hat{G}(p) \hat{g}_{\bar{\rho}+m-1}}{\hat{Q}(p) + \chi_* \hat{G}(p)} \hat{r}(t) = \frac{\hat{\chi}_* \hat{G}(p) \hat{g}_{\bar{\rho}+m-1}}{\hat{Q}_*(p)} \hat{r}(t), \quad (17)$$

где $\hat{Q}_*(p) = p^{\bar{\rho}+m} + (\hat{q}_1 + \chi_* \hat{g}_0) p^{\bar{\rho}+m-1} + (\hat{q}_2 + \chi_* \hat{g}_1) p^{\bar{\rho}+m-2} + \dots + (\hat{q}_{\bar{\rho}+m} + \chi_* \hat{g}_{\bar{\rho}+m-1})$; $\hat{\chi}_* = \chi_* \hat{g}_{\bar{\rho}+m-1}^{-1}$, которое в форме вход-состояние-выход будет следующим:

$$\frac{d\mathbf{x}_*(t)}{dt} = \mathbf{Q}_* \mathbf{x}_*(t) + \mathbf{b} \hat{\chi}_* \hat{r}(t), \quad y_*(t) = \hat{\mathbf{g}}^T \mathbf{x}_*(t), \quad \mathbf{x}_*(0) = 0, \quad (18)$$

где $\mathbf{x}_*(t) = (x_{*1}(t), x_{*2}(t), \dots, x_{*(\bar{\rho}+m)}(t))^T \in \mathbb{R}^{\bar{\rho}+m}$ – вектор состояния; матрица состояния \mathbf{Q}_* размера $(\bar{\rho} + m) \times (\bar{\rho} + m)$ в форме Фробениуса, с последней строкой $(\hat{q}_{\bar{\rho}+m} - \chi_* \hat{g}_{\bar{\rho}+m-1}, \dots, \hat{q}_2 - \chi_* \hat{g}_1, \hat{q}_1 - \chi_* \hat{g}_0)$ – гурвицева.

Синтез комбинированного регулятора

Введем в рассмотрение вектор отклонения состояний $\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}_*(t) - \mathbf{x}(t)$ неявного эталона (18) и объекта управления с ВФК вида (10), описывая модель системы управления в пространстве состояний уравнениями вида

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{e}(t)}{dt} &= \mathbf{Q}_* \mathbf{e}(t) + \mathbf{D} \mathbf{x}(t-h) + \mathbf{b} \mu(t), \quad v(t) = \hat{\mathbf{g}}^T \mathbf{e}(t) = \hat{r}(t) - y_\phi(t), \\ \mu(t) &= \hat{\chi}_* \hat{r}(t) - \chi_* y_\phi(t) - u(t) F(u(t)) - f(t), \\ \mathbf{e}(0) &= -\mathbf{x}_0, \quad \mathbf{x}(v) = \mathcal{G}(v), \quad v \in [-h, 0], \end{aligned} \quad (19)$$

где $v(t), \mu(t)$ – видоизмененные выход и управление основного контура.

Так как передаточная функция этой системы управления $W(s)$ описывается выражением

$$W(s) = \frac{v(s)}{\mu(s)} = \hat{\mathbf{g}}^T (s\mathbf{E}_* - \mathbf{Q}_* - \mathbf{D}e^{-hs})^{-1} \mathbf{b} = \frac{\hat{\mathbf{g}}^T (s\mathbf{E}_* - \mathbf{Q}_* + \chi_* \mathbf{b} \hat{\mathbf{g}}^T - \mathbf{D}e^{-hs})^+ \mathbf{b}}{\det(s\mathbf{E}_* - \mathbf{Q}_* + \chi_* \mathbf{b} \hat{\mathbf{g}}^T - \mathbf{D}e^{-hs})},$$

где $\hat{\mathbf{g}}^T (s\mathbf{E}_* - \mathbf{Q}_* + \chi_* \mathbf{b} \hat{\mathbf{g}}^T - \mathbf{D}e^{-hs})^+ \mathbf{b}$ – гурвицев полином $(\bar{\rho} + m - 1)$ -го порядка; $(\cdot)^+$ – соответствующая присоединенная матрица; $\mathbf{E}_* = \mathbf{E}_{\bar{\rho}+m}$ – единичная матрица размера $(\bar{\rho} + m) \times (\bar{\rho} + m)$; $\det(s\mathbf{E}_* - \mathbf{Q}_* + \chi_* \mathbf{b} \hat{\mathbf{g}}^T - \mathbf{D}e^{-hs}) = \hat{Q}(s) - \hat{D}(s)e^{-hs}$ – квазиполином $(\bar{\rho} + m)$ -го порядка, то для гурвицевости квазиполинома, согласно [16], достаточно выполнить два условия:

1) $\hat{Q}(s)$ – гурвицев для любых $\xi \in \Xi$.

$$2) \inf_{\xi \in \Xi} \hat{Q}(j\omega) > \sup_{\xi \in \Xi} \hat{D}(j\omega),$$

которые в силу (16) при $\chi_* \gg 1$ будут иметь место. В результате, учитывая (16) и (18), частотное условие

$$\operatorname{Re} \left\{ \hat{\mathbf{g}}^T \left(j\omega \mathbf{E}_* - \mathbf{Q}_* - \mathbf{D}e^{-jh\omega} \right)^{-1} \mathbf{b} \right\} > 0, \quad \forall \omega \geq 0 \quad (20)$$

окажется справедливо, поскольку $\hat{\mathbf{g}}^T \left(s\mathbf{E}_* - \mathbf{Q}_* - \mathbf{D}e^{-hs} \right)^{-1} \mathbf{b} \cong \frac{\chi_*}{s + \chi_*}$.

Для синтеза закона регулирования $u(t)$ в системе управления (19), в частности с помощью критерия гиперустойчивости [9, 10, 13 – 15], кроме выполнения частотного неравенства (20), также требуется обеспечить и условия существования интегрального неравенства Попова

$$h(0, t) = -\int_0^t \nu(v) \mu(v) dv = \sum_{k=1}^3 h_k(0, t) > -\sum_{k=1}^3 h_{0k} = \text{const}, \quad \forall t > 0, \quad (21)$$

где, учитывая вид $\mu(t)$ и полагая $u(t) = \sum_{k=1}^3 u_k(t)$, приняты обозначения

$$\begin{aligned} h_1(0, t) &= \int_0^t \left\{ F(u(v)) u_1(v) - \hat{\chi}_* \hat{r}(v) \right\} \nu(v) dv, \\ h_2(0, t) &= \int_0^t \left\{ F(u(v)) u_2(v) + \chi_* y_\phi(v) \right\} \nu(v) dv, \\ h_3(0, t) &= \int_0^t \left\{ F(u(v)) u_3(v) + f(v) \right\} \nu(v) dv. \end{aligned} \quad (22)$$

Если теперь составляющие $u_k(t)$ синтезировать следующим образом: *во-первых*, определить описание $u_1(t)$ соотношением

$$u_1(t) = \left\{ h_{11} \int_0^t \hat{r}(v) \nu(v) dv + h_{12} \hat{r}(t) \nu(t) \right\} \hat{r}(t), \quad h_{11}, h_{12} = \text{const} > 0 \quad (23)$$

и воспользоваться для интеграла $h_1(0, t)$ оценкой

$$\begin{aligned} h_1(0, t) &= h_{11} \int_0^t F(u(v)) \hat{r}(v) \nu(v) \int_0^v \hat{r}(\theta) \nu(\theta) d\theta dv + \\ &+ h_{12} \int_0^t F(u(v)) (\hat{r}(v) \nu(v))^2 dv - \hat{\chi}_* \int_0^t \hat{r}(v) \nu(v) dv \geq \\ &\geq \frac{h_{11} F_*}{2} \left(\int_0^t \hat{r}(v) \nu(v) dv \right)^2 - \hat{\chi}_* \int_0^t \hat{r}(v) \nu(v) dv \pm \frac{\hat{\chi}_*^2}{2h_{11} F_*} \geq \\ &\geq -\frac{\hat{\chi}_*^2}{2h_{11} F_*} = \text{const}, \quad \forall t > 0; \end{aligned} \quad (24)$$

во-вторых, сформировать динамику $u_2(t)$ уравнением

$$u_2(t) = \left\{ h_{21} \int_0^t y_\phi(v) v(v) dv + h_{22} y_\phi(t) v(t) \right\} y_\phi(t), h_{21}, h_{22} = const > 0 \quad (25)$$

и оценить интеграл $h_2(0, t)$ неравенством

$$\begin{aligned} h_2(0, t) &= h_{21} \int_0^t F(u(v)) y_\phi(v) v(v) \int_0^v y_\phi(\theta) v(\theta) d\theta dv + \\ &+ h_{22} \int_0^t F(u(v)) (y_\phi(v) v(v))^2 dv + \chi_* \int_0^t y_\phi(v) v(v) dv \geq \\ &\geq \frac{h_{21} F_*}{2} \left(\int_0^t y_\phi(v) v(v) dv \right)^2 + \chi_* \int_0^t y_\phi(v) v(v) dv \pm \frac{\chi_*^2}{2h_{21} F_*} \geq \\ &\geq -\frac{\chi_*^2}{2h_{21} F_*} = const; \end{aligned} \quad (26)$$

в-третьих, задать вид $u_3(t)$ выражением

$$u_3(t) = h_{31} \int_0^t v(v) dv + h_{32} v(t), h_{31}, h_{32} = const > 0 \quad (27)$$

и найти для интеграла $h_3(0, t)$ оценку

$$\begin{aligned} h_3(0, t) &= h_{31} \int_0^t F(u(v)) v(v) \int_0^v v(\theta) d\theta dv + h_{32} \int_0^t F(u(v)) v^2(v) dv + \\ &+ \int_0^t f(v) v(v) dv \pm f_* \left| \int_0^t v(v) dv \right| \geq \frac{h_{31} F_*}{2} \left(\int_0^t v(v) dv \right)^2 - \\ &- f_* \left| \int_0^t v(v) dv \right| \pm \frac{f_*^2}{2h_{31} F_*} \geq -\frac{f_*^2}{2h_{31} F_*} = const, \end{aligned} \quad (28)$$

то становится вполне очевидным, что сумма оценок (24), (26), (28) эквивалентна интегральному неравенству Попова (21).

Таким образом, уравнение регулятора системы (19) приобретает вид

$$\begin{aligned} u(t) &= \left\{ h_{11} \int_0^t \hat{r}(v) v(v) dv + h_{12} \hat{r}(t) v(t) \right\} \hat{r}(t) + h_{31} \int_0^t v(v) dv + h_{32} v(t) + \\ &+ \left\{ h_{21} \int_0^t y_\phi(v) v(v) dv + h_{22} y_\phi(t) v(t) \right\} y_\phi(t). \end{aligned} \quad (29)$$

Здесь необходимо подчеркнуть, что присутствие в основном контуре системы управления форсирующего звена (*ВФК*) допускает возможность появления на его выходе существенных пиковых выбросов из-за наличия ненулевых начальных условий и у *ВФК* – малой постоянной T_* . Поэтому на выходе *ВФК* с целью ограничения влияния пиков на процесс управления, ана-

логично [13 – 15], целесообразно подключить нелинейность типа «насыщение». В результате закон управления (29) окончательно получит вид:

$$\begin{aligned}
 u(t) &= \left\{ h_{11} \int_0^t \hat{r}(v) \hat{v}(v) dv + h_{12} \hat{r}(t) \hat{v}(t) \right\} \hat{r}(t) + h_{31} \int_0^t \hat{v}(v) dv + h_{32} \hat{v}(t) + \\
 &= \left\{ h_{21} \int_0^t y_\phi(v) \hat{v}(v) dv + h_{22} y_\phi(t) \hat{v}(t) \right\} \text{sat}(y_\phi(t)), \hat{v}(t) = \hat{r}(t) - \text{sat}(y_\phi(t)).
 \end{aligned} \tag{30}$$

Иллюстративный пример

Для оценки работоспособности системы управления (1) – (6), (11), (30) в условиях структурно-параметрической априорной неопределенности одно-канального неаффинного объекта с неизвестным запаздыванием по состоянию рассматривались три модели:

1) модель объекта с относительным порядком $\rho = 2$,

$$\begin{aligned}
 &(p^3 - 1.4p^2 + 1.6p + 2.1)y(t) + (-1.1p^2 - 2p + 0.8)y(t-5) = \\
 &= (2.6p + 2) \left[u(t) \frac{1}{\sqrt{u^2(t) + 0.7}} + f(t) \right], f(t) = 0.8(\sin(0.1t) - \cos^2(0.4t));
 \end{aligned} \tag{31}$$

2) модель объекта, где $\rho = 3$,

$$\begin{aligned}
 &(p^3 - 0.6p^2 - 0.8p + 0.8)y(t) + (3p^2 - 0.4p + 1.4)y(t-15) = \\
 &= 1.2 \left[u(t) \left(0.2 \frac{1 - e^{-0.3u(t)}}{1 + e^{-0.3u(t)}} + 0.6 \right) + f(t) \right], f(t) = \cos(0.2t) - \sin^2(0.3t);
 \end{aligned} \tag{32}$$

3) модель объекта, где $\rho = 1$,

$$\begin{aligned}
 &(p^3 + 0.7p^2 - 0.4p + 0.5)y(t) + (-0.2p^2 + 0.5p + 0.3)y(t-10) = \\
 &= (0.6p^2 + 4.2p + 3) \left[u(t) \frac{1}{\sqrt{|u(t)| + 0.3}} + f(t) \right], f(t) = 1.1(\sin(0.3t) - |\cos(0.2t)|),
 \end{aligned} \tag{33}$$

при $\ddot{y}(v) = \dot{y}(v) = y(v) = 0$, $v \in [-15, 0]$; $y(0) = \dot{y}(0) = \ddot{y}(0) = 1$.

Так как в моделях (31) – (33) максимум относительной степени объекта $\bar{\rho} = 3$, динамика ВФК (6) и ЗФК (11) была определена уравнениями

$$y_\phi(t) = \frac{(0.05p + 1)^2}{(0.001p + 1)^2} y(t), \hat{r}(t) = \frac{(0.05p + 1)^2}{(0.001p + 1)^2} r(t), \tag{34}$$

а задающее воздействие $r(t)$ и закон управления (30) имели вид

$$\begin{aligned}
 r(t) &= 0.3 \sin(0.2t) - 0.5 \sin(0.1t) + 0.5 \sin(0.25t), \\
 u(t) &= \left\{ 3500 \int_0^t \hat{r}(v) \hat{v}(v) dv + 300 \hat{r}(t) \hat{v}(t) \right\} \hat{r}(t) + 1500 \int_0^t \hat{v}(v) dv + 100 \hat{v}(t) + \\
 &+ \left\{ 5000 \int_0^t y_\phi(v) \hat{v}(v) dv + 400 y_\phi(t) \hat{v}(t) \right\} \text{sat}(y_\phi(t)),
 \end{aligned} \tag{35}$$

$$\text{где } \text{sat}(y_\phi(t)) = \begin{cases} -15 & \text{при } y_\phi(t) \leq -15, \\ y_\phi(t) & \text{при } |y_\phi(t)| < 15, \\ 15 & \text{при } y_\phi(t) \geq 15. \end{cases}$$

На рис. 1 показаны графики изменений задающего воздействия $r(t)$, выходного сигнала объекта $y(t)$, внешнего возмущения $f(t)$, управляющего воздействия $u(t)$ и ошибки регулирования $(r(t) - y(t))$ в системе управления (31), (34), (35).

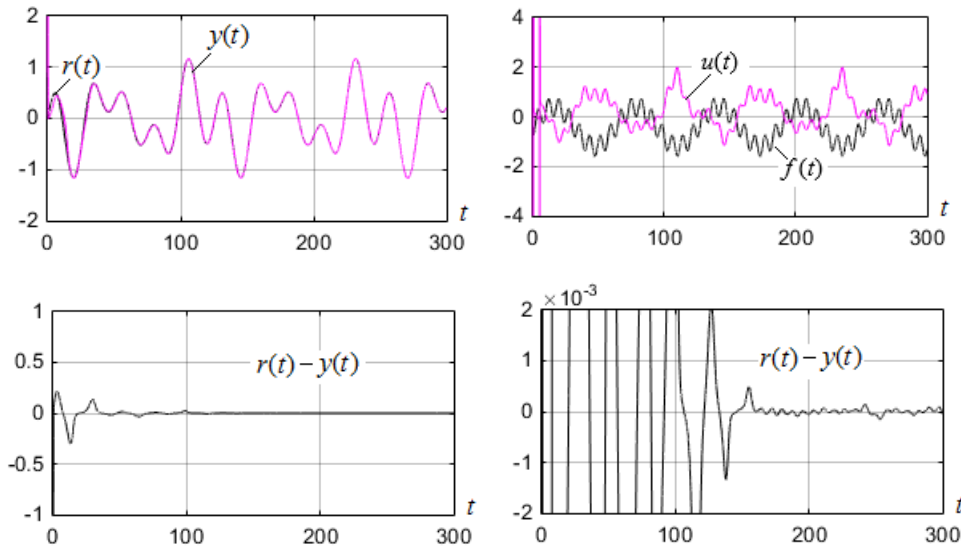


Рис. 1. Динамика сигналов $r(t)$, $y(t)$, $f(t)$, $u(t)$ и $(r(t) - y(t))$ системы (31), (34), (35).

Характер изменения сигналов $r(t)$, $y(t)$, $f(t)$, $u(t)$ и $(r(t) - y(t))$, протекающих в системе управления (32), (34), (35), отражен на рис. 2.

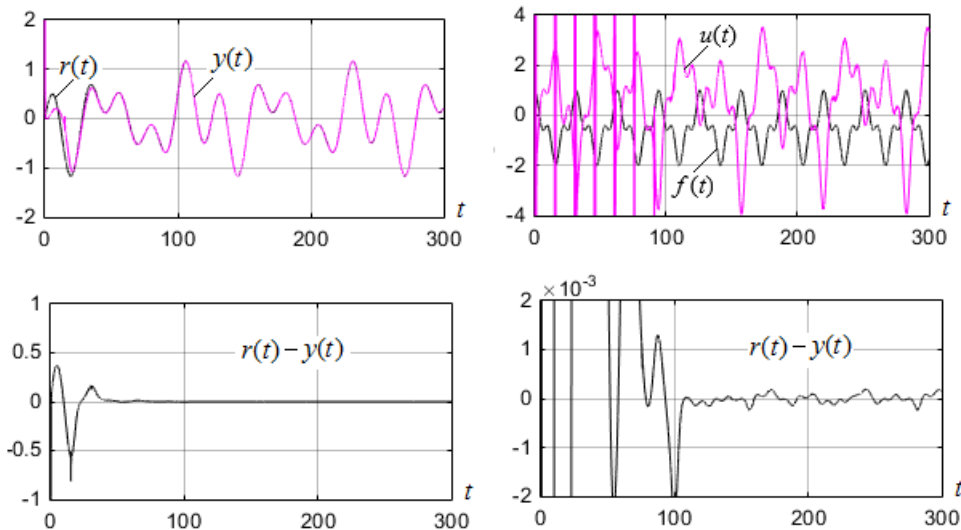


Рис. 2. Графики процессов $r(t)$, $y(t)$, $f(t)$, $u(t)$ и $(r(t) - y(t))$ системы (32), (34), (35).

Поведение временных сигналов $r(t)$, $y(t)$, $f(t)$, $u(t)$ и $(r(t) - y(t))$, возникающих в системе управления (33) – (35), показано на рис. 3.

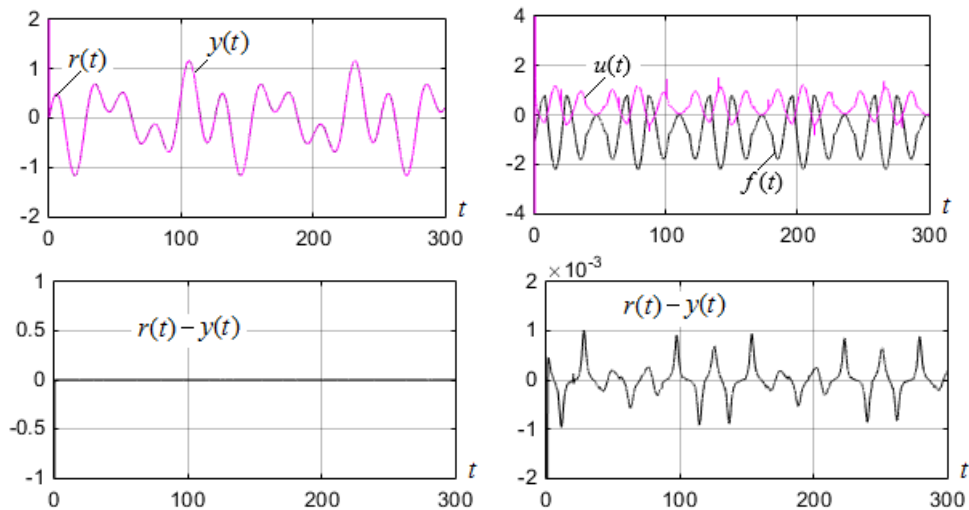


Рис. 3. Динамика сигналов $r(t)$, $y(t)$, $f(t)$, $u(t)$ и $(r(t) - y(t))$ системы управления (33) – (35).

Как следует из результатов компьютерного моделирования на основе имитационных MatLab-Simulink моделей вида (31), (34), (35); (32), (34), (35); (33) – (35), обладающих структурно-параметрической неопределенностью, неустойчивостью, неаффинностью по управлению, неизвестным запаздыванием по состоянию, полученные результаты, тем ни менее, позволяют утверждать, что в синтезированной системе управления (1) – (6), (11), (30) с неявным эталоном гарантированно обеспечивается желаемый режим функционирования с достаточно хорошим качеством.

Заключение

Разработка комбинированного регулятора системы управления с неявным эталоном для управления по выходу структурно и параметрически неопределенным неаффинным объектом с неизвестным запаздываниями по состоянию (1) – (6), (24) опирается на использование критерия гиперустойчивости, условий L -диссипативности и метода пассивации.

Достоинством предложенной системы управления с комбинированным регулятором является ее инвариантность к изменениям неаффинности по управлению и компенсация структурных возмущений объекта при наличии неизвестного запаздывания по состоянию.

ЛИТЕРАТУРА

1. Еремин Е.Л., Цыкунов А.М. Синтез адаптивных систем управления на основе критерия гиперустойчивости. – Бишкек: Илим, 1992.
2. Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. – СПб.: Наука, 2000.
3. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. – М.: Наука, 2002.
4. Никифоров В.О. Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений. – СПб.: Наука, 2003.

5. Буков В.Н. Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем. – Калуга: Изд-во науч. литературы Н.Ф. Бочкаревой, 2006.
6. Халил Х.К. Нелинейные системы. –М.; Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика» / пер. с англ. – Институт компьютерных исследований, 2009.
7. Цыкунов А.М. Адаптивное и робастное управление динамическими объектами по выходу. – М.: Наука, 2009.
8. Еремин Е.Л., Шеленок Е.А. Робастное управление для одного класса многосвязных динамических объектов // Автоматика и телемеханика. – 2017. – № 6. – С.106-121.
Eremin E.L., Shelенок E.A. Robust control for one class of multivariable dynamic plants // Automation and Remote Control. – 2017. – Т. 78, № 6. – P.1046-1058.
9. Еремин Е.Л. Робастное управление для одного класса неаффинных нелинейных SISO-систем // Информатика и системы управления. – 2015. – №3(45). – С.89-100.
10. Еремин Е.Л. Робастный регулятор для неаффинного по управлению нестационарного объекта // Информатика и системы управления. – 2016. – №1(47). – С.106-116.
11. Еремин Е.Л., Шеленок Е.А. Система нелинейного робастного управления для неаффинного нестационарного динамического объекта с запаздыванием // Автометрия. – 2017. – Т. 53, № 2. – С. 63-71.
Eremin E.L., Shelенок E.A. Nonlinear robust control system for an unsteady nonaffine dynamic plant with a delay // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2017. – Т. 53, № 2. – С. 151-158.
12. Еремин Е.Л. Комбинированная система с неявным эталоном для класса априорно неопределенных одноканальных объектов неаффинных по управлению на множестве состояний функционирования // Информатика и системы управления. – 2018. – №3(57). – С.93-103.
13. Еремин Е.Л., Чепак Л.В. Комбинированный регулятор для неаффинной многосвязной системы с запаздыванием по управлению // Информатика и системы управления. – 2019. – № 1(59). – С. 118-130.
14. Еремин Е.Л., Чепак Л.В. Комбинированный регулятор для неаффинного объекта с запаздыванием по управлению // Автометрия. – 2019. – Т. 55, № 6. – С.11-20.
Eremin E.L., Chepak L.V. Combined controller for a nonaffine plant with delay in control // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2019. – Т. 55, № 6. – P.542-549.
15. Еремин Е.Л., Никифорова Л.В., Шеленок Е.А. Комбинированная нелинейная система управления с неявным эталоном для априорно неопределенного неаффинного двухканального объекта с запаздываниями по выходу // Информатика и системы управления. – 2020. – №1(63). – С.95-108.
16. Животовский Л.А. Абсолютная устойчивость решений дифференциальных с несколькими запаздываниями // Труды семинара по теории диф. уравнений с отклоняющимся аргументом. – 1969. – Т. 7. – С. 82-91.

E-mail:

Еремин Евгений Леонидович – ereminel@mail.ru;

Никифорова Лариса Владимировна – chepak@inbox.ru;

Шеленок Евгений Анатольевич – cidshell@mail.ru.