



УДК 004.052.32+681.518.5

© 2021 г. **Д.В. Ефанов**, д-р техн. наук

(Российский университет транспорта, Москва),

**Г.В. Осадчий**

(ООО НТЦ «Комплексные системы мониторинга», Санкт-Петербург),

**М.В. Зуева**

(ООО «Ф-ЛАЙН СОФТВЕР», Санкт-Петербург)

## **КОДЫ БЕРГЕРА В СХЕМАХ ВСТРОЕННОГО КОНТРОЛЯ, РЕАЛИЗОВАННЫХ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ЛОГИЧЕСКОГО ДОПОЛНЕНИЯ**

Установлены ранее неизвестные характеристики обнаружения ошибок классическими кодами Бергера по их кратностям и видам (монотонные, симметричные и асимметричные), что может быть использовано при синтезе схем встроенного контроля, – например, по методу логического дополнения. Показано, что кодами Бергера не обнаруживается некоторая доля как симметричных, так и монотонных и асимметричных ошибок в кодовых словах. В этом имеется отличие от ранее установленных характеристик обнаружения ошибок только в информационных векторах кодов Бергера (в этом случае не обнаруживаются любые симметричные ошибки, а любые монотонные и асимметричные ошибки обнаруживаются, что используется при синтезе систем с обнаружением неисправностей). Доля необнаруживаемых ошибок от общего их количества для кодов Бергера с длинами информационных векторов  $r = 4, \dots, 7$  составляет менее 2%, а для кодов Бергера с длинами информационных векторов  $r = 8, \dots, 15$  – менее 0,5%. Использование классических кодов с суммированием является эффективным при синтезе схем встроенного контроля, в том числе по методу логического дополнения, при котором и информационные и контрольные разряды кодовых слов вычисляются с использованием самого объекта диагностирования.

**Ключевые слова:** схема встроенного контроля, рабочее диагностирование, метод логического дополнения, код с суммированием, код Бергера, обнаружение ошибок, необнаруживаемая ошибка, контроль ошибок.

DOI: 10.22250/isu.2021.67.75-89

## Введение

При построении самопроверяемых вычислительных устройств и систем широко применяются схемы встроенного контроля (СВК) [1, 2]. Такие схемы, по сути, позволяют реализовывать рабочее диагностирование объектов, при котором все рабочие воздействия на них одновременно являются и тестовыми [3 – 6]. Использование СВК позволяет косвенно по результатам вычислений обнаруживать неисправности в исходном объекте диагностирования и вырабатывать контрольный сигнал оповещения о его техническом состоянии.

Часто СВК реализуются отдельно (отдельно от объектов диагностирования) и представляют собой дополнительные аппаратные средства, предназначенные для обнаружения неисправностей по их проявлениям в виде искажений значений на рабочих выходах объектов диагностирования [7]. В основе методов синтеза СВК лежит использование методов теории информации и кодирования, а также методов булевой алгебры. Рабочие выходы объекта диагностирования отождествляются с кодовым вектором определенной длины, а СВК строится таким образом, чтобы формируемый на выходах объекта диагностирования кодовый вектор дополнялся до кодового слова заранее выбранного равномерного двоичного кода (либо преобразовывался в него) [8]. Контроль принадлежности кодового слова, формируемого в процессе эксплуатации объекта диагностирования с СВК, заранее установленному коду осуществляется с помощью самопроверяемого тестера данного кода, являющегося «последним сторожем» в системе диагностирования [9, 10]. Следует отметить, что при организации СВК могут использоваться и диагностические особенности самих функций разрядов кодовых слов, – например, принадлежность их к определенным классам булевых функций [11].

Характеристики обнаружения ошибок избыточными кодами определяют и характеристики СВК, синтезируемых на их основе [12]. Выбранный способ кодирования влияет на число выходов контрольного устройства в СВК, на ее избыточность, на число необходимых для полной проверки СВК элементов и т.д. Характеристики обнаружения ошибок кодами в формируемых на выходах объекта диагностирования кодовых векторах влияют на возможности фиксации возникающих при неисправностях ошибок. К примеру, классические коды с суммированием (коды Бергера [13]) обнаруживают в информационных векторах любые сочетания искажений разрядов, кроме одинакового числа искажаемых нулевых и единичных значений (так называемых симметричных ошибок [14]). Эту особенность используют при контро-

ле устройств автоматики по группам выходов, на которых возможно появление любых ошибок, кроме симметричных [15, 16].

В [17] исследованы свойства кодов Бергера на случай возникновения ошибок только в информационных векторах кодовых слов при безошибочности контрольных разрядов. Такие свойства проявляются в СВК, при построении которых информационный вектор формируется на выходах объекта диагностирования, а контрольный вектор вычисляется на выходах контрольного устройства. Другими словами, информационный вектор дополняется контрольным, а информационные разряды вычисляются только самим объектом диагностирования.

### Постановка задачи

Существует метод синтеза СВК, при котором все или часть выходов объекта диагностирования преобразовываются в кодовое слово заранее выбранного кода [18, 19]. В таком случае и информационные и контрольные разряды (если речь идет о разделимых кодах, – например, тех же кодах Бергера) вычисляются с использованием самого объекта диагностирования. Возникающие в нем неисправности могут искажать сигналы и в информационном и контрольном векторе в СВК. Отсюда следует, что в структурах СВК, где подразумевается преобразование значений рабочих выходов объектов диагностирования, важными являются характеристики обнаружения ошибок во всех кодовых словах кодов, а не только в информационных векторах. Возникает задача исследования особенностей обнаружения ошибок в кодовых словах разделимых кодов как по числу искажаемых разрядов (кратностям ошибок), так и по сочетаниям числа искажаемых нулевых и единичных значений (видам ошибок). Рассмотрим решение этой задачи для классических кодов Бергера.

### Структуры схем встроенного контроля

На рис. 1 изображена традиционная структура организации СВК, в которой подразумевается дополнение кодового вектора, формируемого на выходах объекта диагностирования, до кодового слова заранее выбранного избыточного кода. Объектом диагностирования является устройство  $F(x)$ , вычисляющее булевы функции  $f_1, f_2, \dots, f_{m-1}, f_m$ . Его выходы отождествляются с кодовым вектором  $\langle f_m f_{m-1} \dots f_2 f_1 \rangle$  длиной  $m$ . В СВК данный вектор дополняется контрольным вектором  $\langle g_k g_{k-1} \dots g_2 g_1 \rangle$  длиной  $k$ , формируемом на выходе блока контрольной логики  $G(x)$ . Между векторами  $\langle f_m f_{m-1} \dots f_2 f_1 \rangle$  и  $\langle g_k g_{k-1} \dots g_2 g_1 \rangle$  на этапе проектирования СВК устанавливается однозначное

соответствие. Принадлежность кодового слова, образованного информационным и контрольным векторами, к заранее выбранному избыточному коду проверяется тестером *TSC* (*totally self-checking checker*), как правило, снабжаемым двумя выходами  $z^0$  и  $z^1$ . При штатной работе на выходах тестера всегда присутствует парафазный сигнал  $\langle 01 \rangle$  или  $\langle 10 \rangle$ . Нарушение парафазности свидетельствует о присутствии ошибки в вычислениях одного из блоков системы диагностирования: блоков  $F(x)$ ,  $G(x)$  или же самого тестера *TSC*.

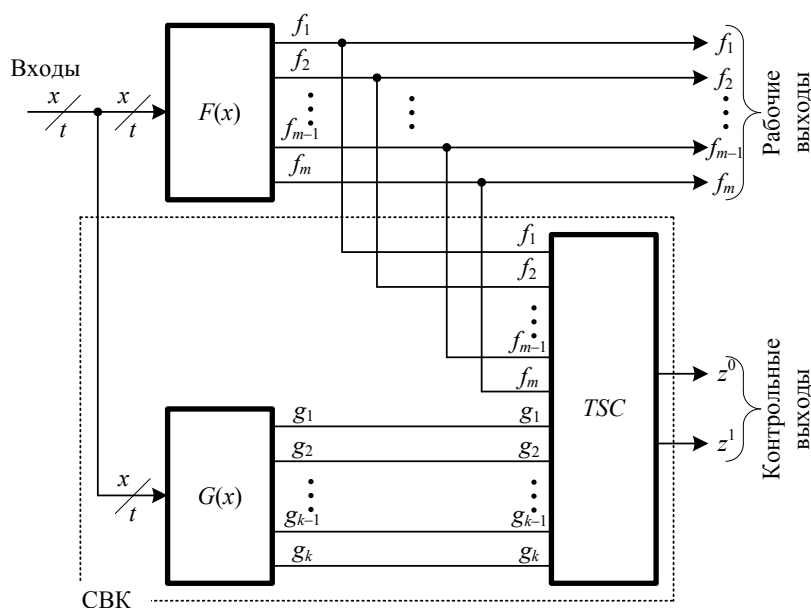


Рис. 1. Структура организации СВК путем дополнения вектора рабочих функций объекта диагностирования до кодового слова заранее выбранного кода.

Представленная структура реализуется, как правило, в условиях ограничений на множество возникающих неисправностей. Наиболее часто обсуждается проблема синтеза СВК на случай одновременного возникновения не более одной неисправности в объекте диагностирования либо в самой СВК [1, 3, 15, 16, 19]. Неисправности в блоке  $G(x)$  обнаруживаются тестером, так как нарушается соответствие между информационным и контрольным векторами. Неисправности тестера обнаруживаются на его входных воздействиях, так как он реализуется полностью самопроверяемым [9]. Устройство  $F(x)$  реализуется в виде проверяемого устройства. Однако неисправности, возникающие в устройстве  $F(x)$ , могут приводить к не обнаруживаемым в СВК искажениям в том случае, если не будет нарушено соответствие между информационными и контрольными векторами, и при неисправности будет сформировано кодовое слово, принадлежащее установленному коду. Это обстоятельство необходимо учитывать при синтезе СВК.

Иначе реализуется структура СВК в условиях преобразования части рабочих функций в контрольные функции (рис. 2).

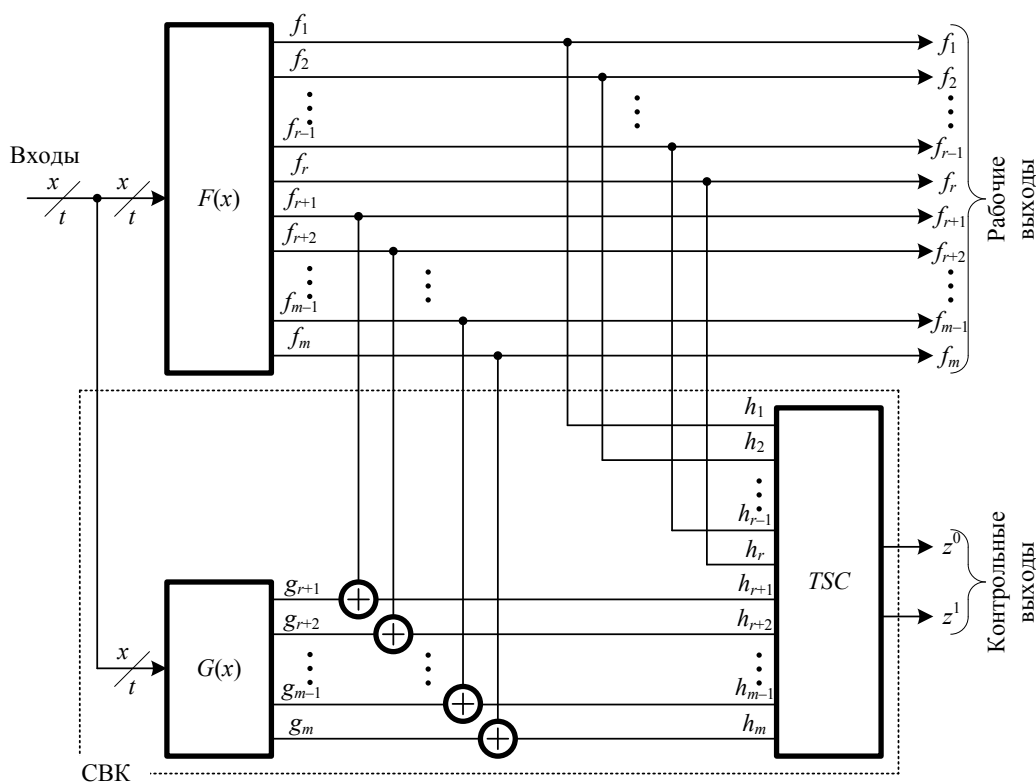


Рис. 2. Структура организации СВК путем преобразования рабочего кодового вектора объекта диагностирования в кодовое слово заранее выбранного кода.

Среди функций  $f_1, f_2, \dots, f_{m-1}, f_m$  не преобразуется только часть функций – функции  $f_1, f_2, \dots, f_{r-1}, f_r$ . Выходы блока  $F(x)$ , на которых формируются данные функции, подключаются непосредственно ко входам тестера  $TSC$ :

$$h_i = f_i, \quad i = 1, 2, \dots, r-1, r. \quad (1)$$

Значения остальных функций ( $f_{r+1}, f_{r+2}, \dots, f_{m-1}, f_m$ ) корректируются в СВК с помощью элементов сложения по модулю два ( $XOR$ ). Для каждой преобразуемой функции используется отдельный двухвходовый элемент  $XOR$ , к одному входу которого подключается выход преобразуемой функции от блока  $F(x)$ , а ко второму – выход блока  $G(x)$ , на котором реализуется соответствующая контрольная функция  $g_{r+1}, g_{r+2}, \dots, g_{m-1}, g_m$ :

$$h_i = f_i \oplus g_i, \quad i = r+1, r+2, \dots, m-1, m. \quad (2)$$

Отметим, что описываемая структура реализуется по известному методу логического дополнения [18, 19].

Если в основе СВК лежит разделимый код, то контрольный вектор формируется не отдельным блоком  $G(x)$ , а под схемой вычисления функций  $f_{r+1}, f_{r+2}, \dots, f_{m-1}, f_m$  блока  $F(x)$  совместно с блоком  $G(x)$ . Таким образом, неисправность, возникающая в блоке  $F(x)$  и искажающая одновременно часть функций  $f_1, f_2, \dots, f_{r-1}, f_r$  и часть функций  $f_{r+1}, f_{r+2}, \dots, f_{m-1}, f_m$ , будет приводить к одновременным искажениям как в информационном, так и в контрольном векторах кодового слова, поступающего на входы тестера. Характеристики

обнаружения ошибок разделимым кодом во всем кодовом слове будут определять и возможности обнаружения ошибок в СВК, реализованной по структуре, представленной на рис. 2.

При синтезе СВК по методу логического дополнения наиболее часто рассматриваются неразделимые равновесные коды [18, 19] или же возможности преобразования функций в самодвойственные [20]. Использованию разделимых кодов посвящено небольшое количество публикаций, – например, [21].

### **Характеристики обнаружения ошибок кодами Бергера**

В монографии [12] исследованы свойства классических кодов Бергера на случай обнаружения ошибок в информационных векторах при безошибочности контрольных разрядов. Установим здесь характеристики обнаружения ошибок в кодовых словах данных кодов.

Согласно [14], ошибки в кодовых словах кодов, применяемых для синтеза цифровых устройств и систем, характеризуются кратностью и видом. Под кратностью  $d$  понимается количество искаженных разрядов. Вид ошибки определяется числом искажаемых нулевых и единичных значений в кодовом слове. Если искажается  $d = 1$  разряд, то ошибка является одиночной. Если искажается  $d \geq 2$  разрядов, то ошибка может быть монотонной, симметричной или асимметричной. Монотонной называется ошибка, при возникновении которой искажаются либо только нулевые разряды, либо только единичные разряды в кодовом слове. Симметричная ошибка всегда имеет четную кратность и возникает в том случае, если число искажаемых нулевых значений равно числу искажаемых единичных значений. Асимметричная ошибка может иметь кратность  $d \geq 3$  и связана с неравным числом искажаемых нулевых и единичных значений.

Коды Бергера строятся следующим образом. Число единичных разрядов в информационном векторе представляется в двоичном виде и записывается в разряды контрольного вектора. Существуют и другие способы построения кодов Бергера, эквивалентных по свойствам. Они описаны в оригинальной работе Джейм Бергером [13]. Таким образом, всем информационным векторам с одинаковым числом единичных разрядов соответствует одинаковый контрольный вектор. Обозначим коды Бергера как  $S(m, m - r)$ -коды, где  $m$  – длина кодового слова, а  $(m - r)$  – длина контрольного вектора.

В [17] доказано, что классическими кодами Бергера не обнаруживаются любые симметричные ошибки в информационных векторах, а доля необнаруживаемых ошибок четной кратностью  $d$  от общего числа ошибок дан-

ной кратностью является постоянной величиной и не зависит от числа информационных разрядов. Исследования показывают, что указанные свойства нарушаются при рассмотрении ошибок, возникающих одновременно и в информационном и в контрольном векторах кодов Бергера.

Анализ характеристик обнаружения ошибок  $S(m, m - r)$ -кодами в кодовых словах (как в информационном, так и в контрольном векторах) показал следующие особенности. В классе не обнаруживаемых  $S(m, m - r)$ -кодами ошибок могут присутствовать только ошибки, возникающие в информационных векторах, и ошибки, возникающие одновременно и в информационном и контрольном векторах; ошибки, возникающие только в контрольных векторах, обнаруживаются всегда, так как при их возникновении нарушается соответствие между информационными и контрольными векторами. Ошибки, возникающие в информационных векторах, составляют меньшую долю всех не обнаруживаемых  $S(m, m - r)$ -кодами ошибок и все принадлежат к виду симметричных [12]. Ошибки же, возникающие в обоих векторах, гораздо разнообразнее: они могут быть любого вида и иметь произвольную кратность (а не только четную, как ошибки в информационных векторах).

Общее количество искажений в кодовых словах  $S(m, m - r)$ -кодов равно:

$$N_m = 2^m(2^m - 1). \quad (3)$$

Общее количество ошибок в информационных векторах (in data vectors)  $S(m, m - r)$ -кодов определяется величиной [12]:

$$N_{r,m-r}^D = \sum_{d=2}^l 2^{r-d} C_d^2 C_r^d = C_{2r}^r - 2^r. \quad (4)$$

Суммирование в формуле (4) производится по всем ошибкам с четной кратностью  $d$ .

Общее же число необнаруживаемых искажений в кодовых словах (in code words)  $S(m, m - r)$ -кодов определяется числом переходов каждого кодового слова (всего имеется  $2^r$  кодовых слов) в каждое:

$$N_{m,m-r}^{CW} = 2^r(2^r - 1). \quad (5)$$

Отнимая (4) от (5), получаем формулу подсчета общего числа необнаруживаемых искажений, возникающих одновременно и в информационных и контрольных векторах (in data and check vectors)  $S(m, m - r)$ -кодов:

$$N_{m,m-r}^{DC} = N_{m,m-r}^{CW} - N_{r,m-r}^D = 2^r(2^r - 1) - (C_{2r}^r - 2^r) = 2^{2r} - C_{2r}^r. \quad (6)$$

В табл. 1 приведены рассчитанные значения числа необнаруживаемых ошибок  $S(m, m - r)$ -кодами для кодов с малой длиной информационных век-

торов.

Покажем, что с увеличением длины информационного вектора величина  $N_{m,m-r}^{DC}$  все больше и больше превосходит величину  $N_{r,m-r}^D$ . Для этого разделим выражение (5) на (3) и найдем предел данного отношения при  $r \rightarrow \infty$ :

$$\begin{aligned}
\lim_{r \rightarrow \infty} \mathcal{G}_r &= \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{N_{m,m-r}^{DC}}{N_{r,m-r}^D} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{2^{2r} - C_{2r}^r}{C_{2r}^r - 2^r} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{2^{2r} - \frac{(2r)!}{(r!)^2}}{\frac{(2r)!}{(r!)^2} - 2^r} = \\
&= \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{2^{2r} - \frac{\sqrt{2\pi} e^{-2r} (2r)^{2r+\frac{1}{2}}}{\left(\sqrt{2\pi} e^{-r} r^{r+\frac{1}{2}}\right)^2}}{\frac{\sqrt{2\pi} e^{-2r} (2r)^{2r+\frac{1}{2}}}{\left(\sqrt{2\pi} e^{-r} r^{r+\frac{1}{2}}\right)^2} - 2^r} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{2^{2r} - \frac{(2r)^{2r+\frac{1}{2}}}{\sqrt{2\pi} r^{2r+\frac{1}{2}} r^{\frac{1}{2}}}}{\frac{(2r)^{2r+\frac{1}{2}}}{\sqrt{2\pi} r^{2r+\frac{1}{2}} r^{\frac{1}{2}}} - 2^r} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{2^{2r} - \frac{2^{2r}}{\sqrt{\pi r}}}{\frac{2^{2r}}{\sqrt{\pi r}} - 2^r} = \\
&= \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\pi r} 2^{2r} - 2^{2r}}{2^{2r} - \sqrt{\pi r} 2^r} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{2^{2r} (\sqrt{\pi r} - 1)}{2^r (2^r - \sqrt{\pi r})} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{2^r (\sqrt{\pi r} - 1)}{2^r - \sqrt{\pi r}} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\pi r} - 1}{1 - \frac{\sqrt{\pi r}}{2^r}} = \\
&= \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{\pi r} - 1)'}{\left(1 - \frac{\sqrt{\pi r}}{2^r}\right)'} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\pi} \left(\frac{1}{r^2}\right)'}{-\sqrt{\pi} \left(\frac{1}{r^2} 2^{-r}\right)'} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2\sqrt{r}}}{-\left(\frac{1}{2\sqrt{r}} 2^{-r} - \ln 2 \cdot \sqrt{r} 2^{-r}\right)} = \quad (7) \\
&= \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{2^r}{2 \ln 2 \cdot r - 1} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{(2^r)'}{(2 \ln 2 \cdot r - 1)'} = \lim_{r \rightarrow \infty} 2^{r-1} = \infty.
\end{aligned}$$

При преобразованиях в выражении (7) была использована формула Стирлинга [22]:

$$r! \approx \sqrt{2\pi} e^{-r} r^{r+\frac{1}{2}}.$$

Из выражения (7) следует, что при достаточно больших значениях длины информационного вектора существенное влияние на общее число обнаруживаемых ошибок оказывают именно ошибки, возникающие в обоих



векторах кодовых слов. Например, при  $r = 16$  величина  $\mathcal{G}_r = 6,146$ , т.е. число необнаруживаемых ошибок, возникающих как в информационных, так и в контрольных векторах, примерно в 6 раз превосходит число возникающих необнаруживаемых ошибок в информационных векторах кодовых слов кодов Бергера.

Для анализа характеристик кодов с суммированием удобно использовать относительные показатели обнаружения ошибок в целом и по их видам.

Коэффициент  $\gamma_m = \left( N_m^{S(m,m-r)} / N_m \right) \cdot 100\%$  характеризует долю необнаруживаемых ошибок в кодовых словах  $S(m, m-r)$ -кодов от общего числа ошибок. Коэффициент  $\nu_m = \left( N_{m,\nu}^{S(m,m-r)} / N_{m,\nu} \right) \cdot 100\%$  характеризует долю необнаруживаемых монотонных ошибок в кодовых словах  $S(m, m-r)$ -кодов от общего их числа монотонных ошибок. Коэффициент  $\sigma_m = \left( N_{m,\sigma}^{S(m,m-r)} / N_{m,\sigma} \right) \cdot 100\%$  характеризует долю необнаруживаемых симметричных ошибок в кодовых словах  $S(m, m-r)$ -кодов от общего их числа симметричных ошибок. Коэффициент  $\alpha_m = \left( N_{m,\alpha}^{S(m,m-r)} / N_{m,\alpha} \right) \cdot 100\%$  характеризует долю необнаруживаемых асимметричных ошибок в кодовых словах  $S(m, m-r)$ -кодов от общего их числа асимметричных ошибок. Коэффициент  $\beta_{m,d} = \left( N_{m,d}^{S(m,m-r)} / N_{m,d} \right) \cdot 100\%$  характеризует долю необнаруживаемых ошибок кратностью  $d$  в кодовых словах  $S(m, m-r)$ -кодов от общего числа ошибок данной кратностью.

В табл. 1 представлена общая характеристика необнаруживаемых ошибок.

Таблица 1

$r$	$m-r$	$m$	$N_{r,m-r}^D$	$N_m$	$N_{r,m-r}^D$	$N_{m,m-r}^{DC}$	$N_{m,m-r}^{CW}$
4	3	7	240	16256	54	186	240
5	3	8	992	65280	220	772	992
6	3	9	4032	261632	860	3172	4032
7	3	10	16256	1047552	3304	12952	16256
8	4	12	65280	16773120	12614	52666	65280
9	4	13	261632	67100672	48108	213524	261632
10	4	14	1047552	268419072	183732	863820	1047552
11	4	15	4192256	1073709056	703384	3488872	4192256
12	4	16	16773120	4294901760	2700060	14073060	16773120
13	4	17	67100672	17179738112	10392408	56708264	67100672
14	4	18	268419072	68719214592	40100216	228318856	268419072
15	4	19	1073709056	274877382656	155084752	918624304	1073709056
16	5	21	4294901760	4398044413952	601014854	3693886906	4294901760

Значения относительных показателей обнаружения ошибок  $S(m, m - r)$ -кодами рассчитаны и занесены в табл. 2.

На рис. 3 – 5 иллюстрируются зависимости данных показателей от длины информационного вектора (или кодового слова, так как в кодах Бергера  $m = r + \lceil \log_2(r + 1) \rceil$ , где запись  $\lceil \dots \rceil$  обозначает целое сверху от вычисляемого значения).

Таблица 2

$r$	$m-r$	$m$	$\gamma_m$	$\nu_m$	$\sigma_m$	$\alpha_m$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$\beta_5$
4	3	7	1,476	1,894	1,877	1,132	2,976	1,339	1,116	1,86
5	3	8	1,52	1,602	2,537	1,173	3,348	0,837	1,674	1,256
6	3	9	1,541	1,424	3,035	1,157	3,646	0,586	1,953	0,868
7	3	10	1,552	1,522	3,132	1,168	3,889	0,547	2,083	0,868
8	4	12	0,389	0,569	0,758	0,298	1,705	0,224	0,721	0,305
9	4	13	0,39	0,589	0,667	0,324	1,803	0,246	0,774	0,365
10	4	14	0,39	0,544	0,584	0,348	1,889	0,251	0,829	0,386
11	4	15	0,39	0,458	0,524	0,365	1,964	0,241	0,885	0,37
12	4	16	0,391	0,366	0,485	0,375	2,031	0,224	0,942	0,337
13	4	17	0,391	0,296	0,463	0,381	2,091	0,209	0,999	0,305
14	4	18	0,391	0,261	0,451	0,383	2,145	0,198	1,055	0,285
15	4	19	0,391	0,262	0,446	0,384	2,193	0,19	1,109	0,278
16	5	21	0,098	0,099	0,115	0,095	1,012	0,079	0,47	0,106

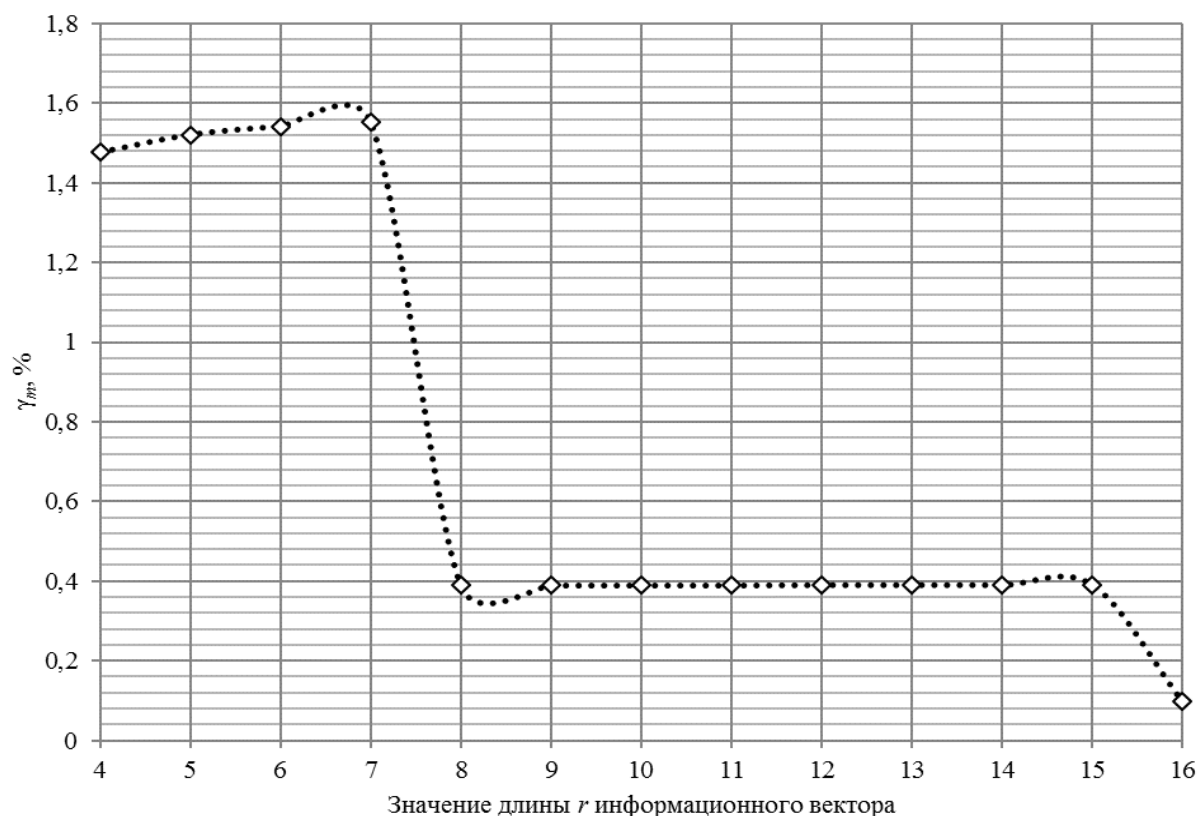


Рис. 3. Значения показателей  $\gamma_m$  для различных  $S(m, m - r)$ -кодов.

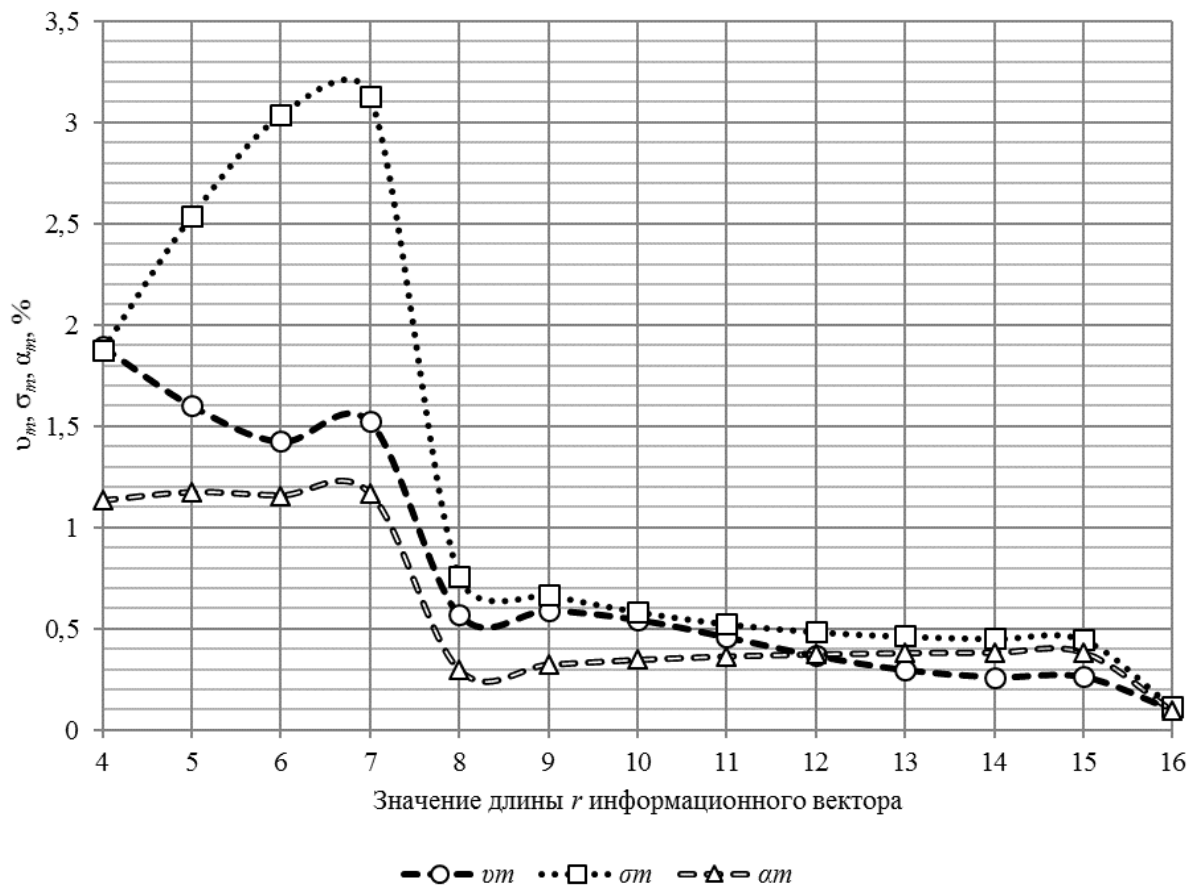


Рис. 4. Значения показателей  $v_m$ ,  $\sigma_m$ ,  $\alpha_m$  для различных  $S(m, m-r)$ -кодов.

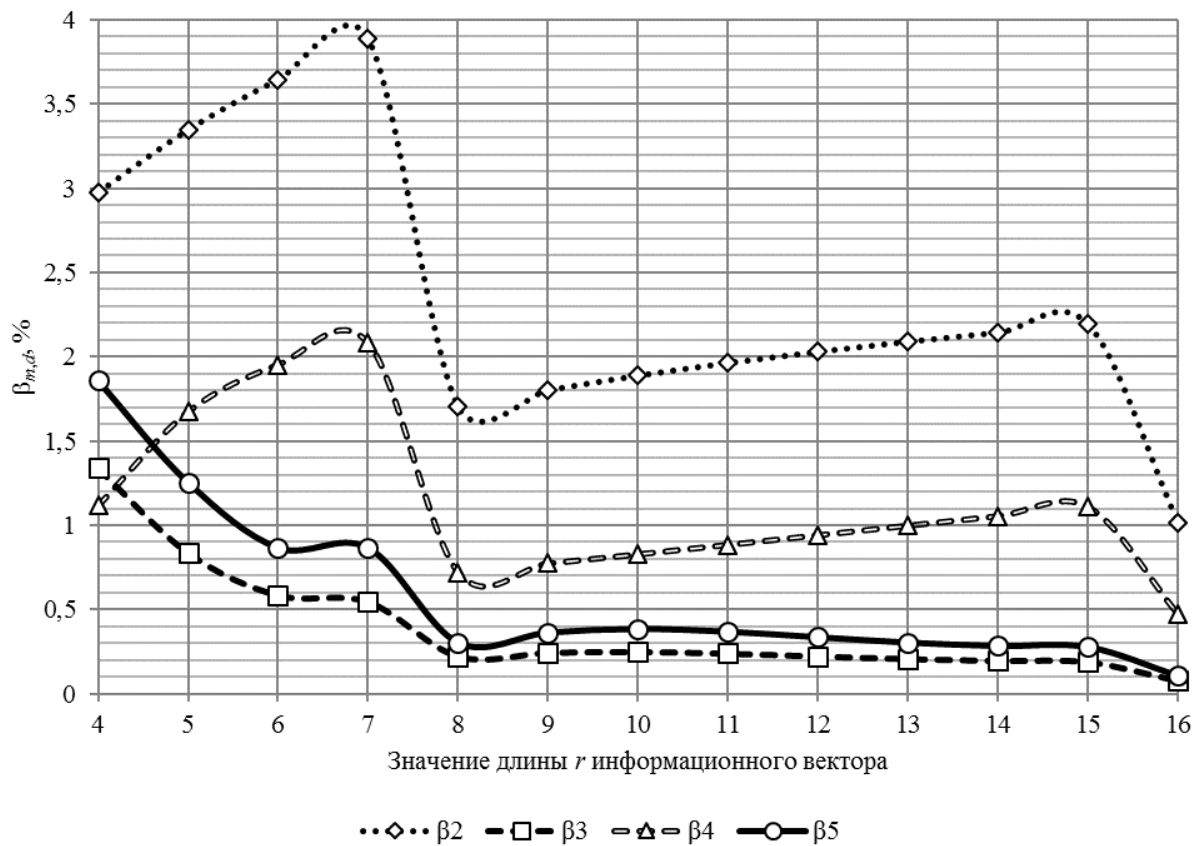


Рис. 5. Значения показателей  $\beta_{m,d}$  для различных  $S(m, m-r)$ -кодов.

Значение величины  $\gamma_m$  при  $r = 4, \dots, 7$  находится примерно на одном уровне – около 1,5%, с достижением  $r = 8$  происходит резкое уменьшение ее значения до примерно 0,39%, что связано с появлением нового контрольного разряда.

В диапазоне  $r = 8, \dots, 15$  значение величины  $\gamma_m$  находится на примерно одинаковом уровне для всех значений  $r$ . Очередное уменьшение наблюдается по достижении  $m = 16$ , когда появляется еще один контрольный разряд. Если сравнивать данную величину  $\gamma_m$  с долей необнаруживаемых ошибок только в информационных векторах [12, 17], то она на порядок ниже данной величины.

Анализ величин  $\upsilon_m$ ,  $\sigma_m$ ,  $\alpha_m$  свидетельствует, что в диапазоне  $r = 4, \dots, 7$  данные величины заметно отличаются в значениях, а величина  $\sigma_m$  является наибольшей по сравнению с остальными величинами. С увеличением  $r$ ,  $\sigma_m$  возрастает. Величина  $\upsilon_m$  в данном диапазоне занимает промежуточное положение среди остальных величин, незначительно уменьшаясь с ростом  $r$  до значения  $r = 6$ . Значение же  $\alpha_m$  практически остается на одном и том же уровне для всех значений  $r$  из данного диапазона. В диапазоне  $r = 8, \dots, 15$  все величины находятся примерно на одном уровне, с небольшим разбросом значений. При этом не достигается и значения в 0,8%. Можно сравнить данные показатели с показателями для обнаружения ошибок кодами Бергера только в информационных векторах (для них  $\sigma_m = 100\%$ ,  $\upsilon_m$ ,  $\alpha_m = 0\%$ ).

Анализ величин  $\beta_{m,d}$  показывает, что  $\beta_{m,2}$  имеет наибольшие значения среди всех остальных величин. В диапазоне  $r = 4, \dots, 7$ ,  $\beta_{m,2}$  не превышает 3,5%, в диапазоне  $r = 8, \dots, 15$  находится в диапазоне от 1,5 до 2,5%. Следом для всех  $r$ , за исключением  $r = 4$ , идет показатель  $\beta_{m,4}$ : характер изменения данной величины совпадает с характером изменения величины  $\beta_{m,2}$ , однако сами значения отличаются – они меньше примерно на 1,5%. Примерно на одном уровне находятся величины  $\beta_{m,3}$  и  $\beta_{m,5}$ , имея меньшие значения, чем для  $\beta_{m,2}$  и  $\beta_{m,4}$ . В диапазоне  $r = 8, \dots, 15$ ,  $\beta_{m,3}$  и  $\beta_{m,5}$  не превышают 0,5%. Проводя параллели с обнаружением кодами Бергера ошибок только в информационных векторах, отмечаем, что величины  $\beta_{m,d}$  имеют существенно меньшие значения, однако не равные нулю при всех нечетных  $d$ .

$S(m, m - r)$ -кодами не обнаруживается большое количество ошибок в кодовых словах, однако относительные показатели обнаружения ошибок являются существенно меньшими, чем для случая возникновения их только в информационных векторах.

## Заключение

Классические коды с суммированием могут эффективно использоваться при синтезе СВК для цифровых устройств и систем, в том числе при использовании их совместно с методом логического дополнения, когда и информационный и контрольный векторы формируются с использованием самого объекта диагностирования. В этом случае в отличие от известных исследований [12] ошибки могут возникать как в информационном, так и в контрольном векторах одновременно, что накладывает некоторые ограничения на применение разделимых кодов.

Необнаруживаемые ошибки возникают и в информационном векторе, и во всем кодовом слове одновременно. Доля необнаруживаемых ошибок от общего их количества невысока. В отличие от ошибок, возникающих только в информационных векторах, необнаруживаемые ошибки во всех кодовых словах могут быть всех видов (монотонные, симметричные и асимметричные). Их доля от общего числа ошибок конкретного вида невысока (составляет менее 3,5% для длин информационных векторов из диапазона  $r = 4, \dots, 7$  и менее 1% – для  $r \geq 8$ ).

Интересными для решения аналогичных задач могут оказаться коды с суммированием по заранее установленному модулю  $M < r + 1$  – коды с суммированием в кольце вычетов по модулю  $M$  [12]. Если при их построении  $M \in \{2^1, 2^2, \dots, 2^{\lceil \log_2(r+1) \rceil - 1}\}$ , то такие коды с суммированием будут иметь меньшее, чем коды Бергера, число контрольных разрядов, что будет существенно влиять на уменьшение структурной избыточности цифрового устройства с СВК при достаточно высоких значениях показателей обнаружения ошибок в объектах диагностирования.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Согомонян Е.С., Слабаков Е.В.* Самопроверяемые устройства и отказоустойчивые системы. – М.: Радио и связь, 1989.
2. *Lala P.K.* Self-Checking and Fault-Tolerant Digital Design. – San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 2001.
3. *Пархоменко П.П., Согомонян Е.С.* Основы технической диагностики (оптимизация алгоритмов диагностирования, аппаратурные средства). – М.: Энергоатомиздат, 1981.
4. *Микони С.В.* Общие диагностические базы знаний вычислительных систем. – СПб.: СПИИРАН, 1992.
5. *Дрозд А.В., Харченко В.С., Антощук С.Г., Дрозд Ю.В., Дрозд М.А., Сулима Ю.Ю.* Рабочее диагностирование безопасных информационно-управляющих систем / под ред. А.В. Дрозда и В.С. Харченко. – Харьков: Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского, 2012.

6. *Kharchenko V., Kondratenko Yu., Kasprzyk J.* Green IT Engineering: Concepts, Models, Complex Systems Architectures. – Springer Book series "Studies in Systems, Decision and Control". – Vol. 74. – 2017. DOI: 10.1007/978-3-319-44162-7.
7. *Nicolaidis M., Zorian Y.* On-Line Testing for VLSI – A Compendium of Approaches // Journal of Electronic Testing: Theory and Application. – 1998. – Vol. 12, Issue 1-2. – P. 7-20. DOI: 10.1023/A:1008244815697.
8. *Efanov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov VI.* Generalized Algorithm of Building Summation Codes for the Tasks of Technical Diagnostics of Discrete Systems // Proceedings of 15<sup>th</sup> IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017), Novi Sad, Serbia, September 29 – October 2. – 2017. – P. 365-371. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110126.
9. *Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* Самопроверяемые дискретные устройства. – СПб: Энергоатомиздат, 1992.
10. *Piestrak S.J.* Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes. – Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1995.
11. *Reynolds D.A., Meize G.* Fault Detection Capabilities of Alternating Logic // IEEE Transactions on Computers. – 1978. – Vol. C-27, Issue 12. – P. 1093-1098.
12. *Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В.* Коды с суммированием для систем технического диагностирования. Т. 1: Классические коды Бергера и их модификации: монография. – М.: Наука, 2020.
13. *Berger J.M.* A Note on Error Detection Codes for Asymmetric Channels // Information and Control. – 1961. – Vol. 4, Issue 1. – P. 68-73. DOI: 10.1016/S0019-9958(61)80037-5.
14. *Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В.* Классификация ошибок в информационных векторах систематических кодов // Известия вузов. Приборостроение. – 2015. – Том 58, №5. – С. 333-343. DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-5-333-343.
15. *Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* Условия обнаружения неисправности логического элемента в комбинационном устройстве при функциональном контроле на основе кода Бергера // Автоматика и телемеханика. – 2017. – №5. – С. 152-165.
16. *Efanov D.V., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov VI.V.* Organization of a Fully Self-Checking Structure of a Combinational Device Based on Searching for Groups of Symmetrically Independent Outputs // Automatic Control and Computer Sciences. – 2020. – Vol. 54, Issue 4. – P. 279-290. DOI: 10.3103/S0146411620040045.
17. *Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* О свойствах кода с суммированием в схемах функционального контроля // Автоматика и телемеханика. – 2010. – №6. – С. 155-162.
18. *Гессель М., Морозов А.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* Логическое дополнение – новый метод контроля комбинационных схем // Автоматика и телемеханика. – 2003. – №1. – С. 167-176.
19. *Göessel M., Ocheretny V., Sogomonyan E., Marienfeld D.* New Methods of Concurrent Checking: Edition 1. – Dordrecht: Springer Science+Business Media B.V., 2008p.
20. *Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Пивоваров Д.В.* Метод функционального контроля комбинационных логических устройств на основе самодвойственного дополнения до равновесных кодов // Электронное моделирование. – 2020. – Т. 42, №3. – С. 27-52. DOI: 10.15407/emodel.42.03.027.
21. *Morozov A., Saposhnikov V.V., Saposhnikov VI.V., Goessel M.* New Self-Checking Circuits

by Use of Berger-codes // Proceedings of 6th IEEE International On-Line Testing Workshop, Palma De Mallorca, Spain, 3-5 July 2000. – P. 171-176. DOI: 10.1109/OLT.2000.856626.

22. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения. – Т.1. – М.: Книжный дом «Либроком», 2010.
23. *Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В.* Коды Хэмминга в системах функционального контроля логических устройств. – СПб.: Наука, 2018.

*Статья представлена к публикации членом редколлегии С.В. Шалобановым.*

*E-mail:*

*Ефанов Дмитрий Викторович – TrES-4b@yandex.ru;*

*Осадчий Герман Владимирович – osgerman@mail.ru;*

*Зуева Марина Владимировна – marina-seo-media@yandex.ru.*