



УДК 681.511

© 2021 г. **Е.Л. Еремин**, д-р техн. наук,
Л.В. Никифорова, канд. техн. наук
(Амурский государственный университет, Благовещенск),
Е.А. Шеленок, канд. техн. наук
(Тихоокеанский государственный университет, Хабаровск)

МНОГОСВЯЗНАЯ КОМБИНИРОВАННАЯ СИСТЕМА ДЛЯ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛЕННОГО ОБЪЕКТА С НЕАФФИННОСТЬЮ И ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПО УПРАВЛЕНИЮ*

В работе предлагается решение задачи синтеза многосвязной комбинированной системы управления для неаффинного объекта с запаздыванием по входной переменной с поэтапно изменяющейся динамикой. Объект функционирует в условиях априорной параметрической и структурной неопределенностей при наличии внешних помех и измерении только регулируемой переменной. Структура многосвязной системы управления включает неявную эталонную модель, упредитель-компенсатор и фильтр-корректоры.

Ключевые слова: многосвязная система, запаздывание по управлению, неаффинный объект, критерий гиперустойчивости, структурная и функционально-параметрическая неопределенность.

DOI: 10.22250/isu.2021.68.84-97

Введение

Разработка регуляторов на основе аналитических методов синтеза для систем, обладающих многосвязностью, неаффинностью, функциональной и параметрической неопределенностями, различными типами запаздываний и поэтапно изменяющейся динамикой, в современной теории автоматического управления является актуальной задачей, поскольку такая особенность ха-

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 20-08-00712).

рактерна для энергетических, механических, химических объектов [1 – 4]. Наиболее распространенными среди многосвязных систем являются децентрализованные многосвязные системы, в которых сложный объект управления представляется в виде набора взаимосвязанных локальных подсистем с локальными контурами управления. Большинство известных схем управления многосвязными системами относится к аффинным объектам [1, 2, 5], но, с точки зрения прикладной значимости, наиболее важной является задача управления неаффинными многосвязными системами [6 – 8], в том числе содержащими запаздывание по управлению [9].

Данная статья развивает результаты работ [9 – 11] и расширяет область их применения в ходе решения задачи управления неаффинными многосвязными параметрически и структурно неопределенными объектами с нелинейными перекрестными связями и запаздываниями по управлению на множестве состояний функционирования.

Математическая модель многосвязной системы управления

Рассматривается неаффинная многосвязная система с запаздыванием по управлению на множестве состояний функционирования, динамика которой поэтапно изменяется Q -раз на интервалах времени $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_Q$. Процессы в локальных подсистемах описываются уравнениями

$$\frac{dx_i^{(q)}(t)}{dt} = A_i^{(q)}x_i^{(q)}(t) + B_i^{(q)}\left(u_i^{(q)}(t - h_i)F_i^{(q)}(u_i^{(q)}(t - h_i)) + \sum_{j=1, j \neq i}^k \theta_j^{(q)}(y_j^{(q)})\varphi_i^{(q)}(t)\right), \quad (1)$$

$$x_i^{(q)}(0) = x_{0i}^{(q)}, \quad u_i^{(q)}(\mathcal{G}_i^{(q)}) = \nu_i^{(q)}(\mathcal{G}_i^{(q)}), \quad \mathcal{G}_i^{(q)} \in [-h_i, 0],$$

$$y_i^{(q)}(t) = (L_i^{(q)})^T x_i^{(q)}(t),$$

где $q = 1, \dots, Q$ – ограниченное число интервалов времени $t_q - t_{q-1}$; $(x_i^{(q)}(t))^T = (x_{1i}^{(q)}(t), x_{2i}^{(q)}(t), \dots, x_{ni}^{(q)}(t)) \in R^{n_i}$ – составной вектор состояний локальных подсистем; $A_i^{(q)}$ – произвольные постоянные матрицы состояния в форме Фробениуса; $B_i^{(q)} = [0, \dots, 0, 1]^T$ – векторы размерности n_i ; $u_i^{(q)}(t) \in R$ – составные управляющие воздействия; $h_i = \text{const} > 0$ – известные постоянные запаздывания; $F_i^{(q)}$ – скалярные гладкие неизвестные функции; $\theta_j^{(q)}(y_j^{(q)})$ – нелинейные функции, описывающие перекрестные связи в сложной системе; $\varphi_i^{(q)}(t) \in R$ – внешние неконтролируемые помехи; $L_i^{(q)}$ – постоянные векторы размерности n_i ; $y_i^{(q)}(t) \in R$ – составные измеряемые выходы подсистем; $x_{0i}^{(q)}$ – начальные условия; $\nu_i^{(q)}(\mathcal{G}_i^{(q)})$ – ограниченные непрерывные начальные функции, $i = 1, \dots, k$; k – количество локальных подсистем.

В форме вход–выход многосвязный объект (1) может быть записан

$$y_i^{(q)}(t) = W_i^{(q)}(p) \cdot \tilde{u}_i^{(q)}(t) = \frac{L_i^{(q)}(p)}{a_i^{(q)}(p)} \cdot \tilde{u}_i^{(q)}(t), \quad (2)$$

$$\tilde{u}_i^{(q)}(t) = u_i^{(q)}(t - h_i) F_i^{(q)}(u_i^{(q)}(t - h_i)) + \sum_{j=1, j \neq i}^k \theta_j^{(q)}(y_j^{(q)}) + \varphi_i^{(q)}(t),$$

где $p = d/dt$ – оператор дифференцирования; $\tilde{u}_i^{(q)}(t)$ – нелинейное входное воздействие; $a_i^{(q)}(p)$ – произвольные нормированные полиномы; $L_i^{(q)}(p)$ – гурвицевы нормированные полиномы с положительными старшими коэффициентами; $\deg a_i^{(q)} = n_i$ и $\deg L_i^{(q)}(p) = m_{qi}$ – степени соответственно знаменателя и числителя передаточной функции объекта управления (2) на рассматриваемом временном интервале $q = 1, \dots, Q$, $m_{qi} \geq 0$, $i = 1, \dots, k$.

Для объекта управления (1), (2) выполняются следующие допущения:

1. Переменные состояния локальных подсистем непосредственному измерению не доступны, т.е. напрямую измеряются только составные регулируемые выходы $y_i^{(q)}(t)$, а между составными системами уравнений выполняется стыковка траекторий: $x_i^{(q+1)}(t_q) = x_i^{(q)}(t_q)$, $q = 1, 2, \dots, Q - 1$.

2. Априорная параметрическая неопределенность многосвязной системы (1) заключается в том, что коэффициенты матриц $A_i^{(q)}$ и векторов $L_i^{(q)}$ являются неизвестными числами, зависящими от набора неизвестных параметров ξ , принадлежащих известному ограниченному множеству Ξ .

3. Неизвестные функции $F_i^{(q)}(u_i^{(q)}(t - h_i))$, $\theta_j^{(q)}(y_j^{(q)})$ и $\varphi_i^{(q)}(t)$ удовлетворяют оценкам:

$$\begin{aligned} 0 &\leq F_i^{(q)}(u_i^{(q)}(t - h_i)) \leq \varepsilon_{1i}^{(q)}, \\ 0 &\leq \theta_i^{(q)}(y_i^{(q)}) \leq \varepsilon_{2i}^{(q)}, \\ |\varphi_i^{(q)}(t)| &\leq \varepsilon_{3i}^{(q)}, \quad \forall t \geq 0, \end{aligned} \quad (3)$$

здесь $\varepsilon_{1i}^{(q)}$, $\varepsilon_{2i}^{(q)}$, $\varepsilon_{3i}^{(q)} = \text{const} > 0$ – неизвестные числа, $q = 1, 2, \dots, Q - 1$; $i = 1, \dots, k$.

4. Априорная структурная неопределенность состоит в том, что ρ_{qi} – относительный порядок объекта управления (1) может изменяться в процессе своего функционирования на указанных временных интервалах $q = 1, \dots, Q - 1$, поскольку на этих интервалах допускается изменение числителя передаточной функции (2); $\rho_{qi} = n_i - m_{qi}$; $(n_i - m_{0i}) \leq \rho_{qi} \leq n_i$, где $m_{0i} = \max m_{qi}$; $i = 1, \dots, k$.

Пропустим выходы объекта (1) через фильтр-корректор

$$y_{ji}^{(q)}(t) = \left(\frac{T_{0i}p + 1}{T_{1i}p + 1} \right)^{(n_i - m_{0i} - 1)} y_i^{(q)}(t), \quad (4)$$

где $y_{fi}^{(q)}(t)$ – выходы фильтр-корректоров локальных подсистем; T_{0i} , $T_{1i} = const > 0$ – известные постоянные; T_{1i} – достаточно малы [7, 10]. Для такого соединения будет справедливо:

$$\begin{aligned}
y_{fi}^{(q)}(t) &= \frac{L_i^{(q)}(p)}{a_i^{(q)}(p)} \cdot \frac{(T_{0i}p + 1)^{(n_i - m_{0i} - 1)}}{(T_{1i}p + 1)^{(n_i - m_{0i} - 1)}} \tilde{u}_i^{(q)}(t) = \\
&= \frac{\tilde{L}_i^{(q)}(p)}{\tilde{a}_i^{(q)}(p)} \cdot \frac{1}{(T_{1i}p + 1)^{(n_i - m_{qi} - 1)}} \tilde{u}_i^{(q)}(t) = \\
&= \tilde{W}_i^{(q)}(p) \cdot \frac{1}{(T_{1i}p + 1)^{(n_i - m_{qi} - 1)}} \tilde{u}_i^{(q)}(t) = \\
&= \tilde{W}_i^{(q)}(p) \cdot \hat{W}_i^{(q)}(p) \cdot \tilde{u}_i^{(q)}(t),
\end{aligned} \tag{5}$$

где $\tilde{a}_i^{(q)}(p) = a_i^{(q)}(p)(T_{1i}p + 1)^{(m_{qi} - m_{0i})}$; $\deg \tilde{a}_i^{(q)} = n_i + m_{qi} - m_{0i}$; $\deg \tilde{L}_i^{(q)}(p) = m_{qi} + n_i - m_{0i} - 1$; $\tilde{L}_i^{(q)}(p) = L_i^{(q)}(p)(T_{0i}p + 1)^{(n_i - m_{0i} - 1)}$; $\tilde{W}_i^{(q)}(p)$ – передаточные функции видоизмененного многосвязного объекта, с единичным относительным порядком на любом интервале функционирования; $\hat{W}_i^{(q)}(p)$ – блоки структурных возмущений, которые, следуя [12], исключим из рассмотрения.

Тогда в расширенном пространстве состояний, учитывая (5), видоизмененный многосвязный объект управления запишется в виде

$$\begin{aligned}
\frac{d\tilde{x}_i^{(q)}(t)}{dt} &= \tilde{A}_i^{(q)}\tilde{x}_i^{(q)}(t) + \tilde{B}_i^{(q)}\tilde{u}_i^{(q)}(t), \\
\tilde{y}_i^{(q)}(t) &= (\tilde{L}_i^{(q)})^T \tilde{x}_i^{(q)}(t),
\end{aligned} \tag{6}$$

где $\tilde{x}_i^{(q)}(t) \in R^{n_i + m_{qi} - m_{0i}}$ – расширенный составной вектор состояний; $\tilde{B}_i^{(q)}$, $\tilde{L}_i^{(q)}$ и $\tilde{A}_i^{(q)}$ – векторы и матрицы размерностей соответственно $(n_i + m_{qi} - m_{0i})$ и $(n_i + m_{qi} - m_{0i}) \times (n_i + m_{qi} - m_{0i})$; $\tilde{y}_i^{(q)}(t) \in R$ – составной выход видоизмененного многосвязного объекта, $q = 1, 2, \dots, Q - 1$; $i = 1, \dots, k$.

Для компенсации в многосвязной системе запаздывания по управлению в каждой подсистеме параллельно объекту (6) подключается упредитель-компенсатор [11, 13 – 15]

$$\begin{aligned}
y_{Ki}^{(q)}(t) &= \frac{\chi_{0q}}{p + \chi_{0qi}} \left(u_i^{(q)}(t) - u_i^{(q)}(t - h_i) \right), \\
p^i y_{Ki}^{(1)}(0) &= 0, \quad q = 1, \dots, Q, \quad i = 1, \dots, k,
\end{aligned} \tag{7}$$

где $\chi_{0qi} = const > 0$ – параметры упредитель-компенсатора.

Согласно методике синтеза алгоритма управления, пространство состояний упредитель-компенсатора (7) расширим с использованием полиномов $\tilde{L}_i^{(q)}(p) = L_i^{(q)}(p)(T_{0i}p + 1)^{(n_i - m_{0i} - 1)}$

$$y_{Ki}^{(q)}(t) = \frac{\chi_{0q} \cdot \tilde{L}_i^{(q)}(p)}{(p + \chi_{0qi}) \cdot \tilde{L}_i^{(q)}(p)} (u_i^{(q)}(t) - u_i^{(q)}(t - h_i)),$$

тогда в пространстве состояний данное уравнение примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{dx_{Ki}^{(q)}(t)}{dt} &= A_{0i}^{(q)} x_{Ki}^{(q)}(t) + B_{0i}^{(q)} (u_i^{(q)}(t) - u_i^{(q)}(t - h_i)), \\ y_{Ki}^{(q)}(t) &= (\tilde{L}_i^{(q)})^T x_{Ki}^{(q)}(t), \end{aligned} \quad (8)$$

где $x_{Ki}^{(q)}(t) \in R^{n_i + m_{qi} - m_{0i}}$ – составной вектор состояний; $A_{0i}^{(q)}$ – гурвицевы матрицы Фробениуса размера $(n_i + m_{qi} - m_{0i}) \times (n_i + m_{qi} - m_{0i})$; $B_{0i}^{(q)} = [0, \dots, 0, \chi_{0qi}]^T$ – векторы размерности $n_i + m_{qi} - m_{0i}$; $y_{Ki}^{(q)}(t) \in R$ – составные выходы, $q = 1, \dots, Q$, $i = 1, \dots, k$. Относительный порядок упредитель-компенсатора (8) в локальных подсистемах на каждом интервале будет равен единице.

Постановка задачи

Для многосвязного объекта (1) основная цель управления заключается в качественной отработке заданных сигналов $r_i^{(q)}(t)$, обеспечивающих желаемую динамику выходов $y_i^{(q)}(t)$, т.е. в выполнении предельных неравенств

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} |r_i^{(q)}(t) - y_i^{(q)}(t)| &\leq \delta_{0qi}, \\ q &= 1, \dots, Q, \\ i &= 1, \dots, k, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\delta_{0qi} = const > 0$ – требуемые постоянные значения.

Для основного контура управления многосвязного объекта нужные задающие воздействия можно получить, аналогично [7, 10], с помощью задающих фильтр-корректоров

$$\tilde{r}_i^{(q)}(s) = \left(\frac{T_{0i}p + 1}{T_{1i}p + 1} \right)^{(n_i - m_{0i} - 1)} r_i^{(q)}(s). \quad (10)$$

Тогда для видоизмененного объекта управления (6), функционирующего в условиях структурно-параметрической неопределенности, можно сформулировать следующую дополнительную цель управления – синтезировать явный вид закона управления

$$\begin{aligned} u_i^{(q)}(t) &= u(\tilde{y}_i^{(q)}(t), y_{Ki}^{(q)}(t), \tilde{r}_i^{(q)}(t), u_i^{(q)}(t - h_i)), \\ q &= 1, \dots, Q, \\ i &= 1, \dots, k \end{aligned} \quad (11)$$

так, чтобы при измерении только регулируемых переменных $y_i^{(q)}(t)$, при любых начальных условиях $y_i^{(1)}(0)$, было бы обеспечено выполнение следующего неравенства:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y_{0i}^{(q)}(t) - \tilde{y}_i^{(q)}(t)| \cong \lim_{t \rightarrow \infty} |\tilde{r}_i^{(q)}(t) - \tilde{y}_i^{(q)}(t)| \leq \delta_{1qi}, \quad (12)$$

$$q = 1, \dots, Q, i = 1, \dots, k,$$

где $\delta_{1qi} = \text{const} > 0$ – максимально допустимые ошибки в установившихся режимах; $y_{0i}^{(q)}(t)$ – выходные переменные неявной эталонной модели:

$$y_{0i}^{(q)}(t) = \frac{\chi_{0qi}}{p + \chi_{0qi}} \tilde{r}_i^{(q)}(t). \quad (13)$$

Известно [7], что при $\chi_{0qi} \gg 0$, $q = 1, \dots, Q$ для выражения (13) будет справедливо

$$y_{0i}^{(q)}(t) \cong \tilde{r}_i^{(q)}(t). \quad (14)$$

Таким образом, если будет обеспечено существование дополнительных условий (12), то будут достижимы требования основной цели управления (9), поскольку передаточные функции в уравнениях (4), (10) эквивалентны. Отметим, что для объекта в форме (6) вместо неявной эталонной модели (14) целесообразно рассматривать ее эквивалентный аналог

$$y_{0i}^{(q)}(t) = \frac{\chi_{0qi}}{p + \chi_{0qi}} \cdot \frac{\tilde{L}_i^{(q)}(p)}{\tilde{L}_i^{(q)}(p)} \tilde{r}_i^{(q)}(t),$$

для которого в пространстве состояний можно записать

$$\frac{dx_{0i}^{(q)}(t)}{dt} = A_{0i}^{(q)} x_{0i}^{(q)}(t) + B_{0i}^{(q)} \tilde{r}_i^{(q)}(t), y_{0i}^{(q)}(t) = (\tilde{L}_i^{(q)})^T x_{0i}^{(q)}(t), \quad (15)$$

где $x_{0i}^{(q)}(t) \in R^{n_i + m_{qi} - m_{0i}}$ – составной вектор состояний эталона; $y_{0i}^{(q)}(t) \in R$ – составной выход эталона $q = 1, \dots, Q, i = 1, \dots, k$. Предположим, что для эталонной модели (15) и объекта управления (6) выполняются условия структурного согласования:

$$A_{0i}^{(q)} = A_i^{(q)} - \chi_{0qi} B_{0i}^{(q)} \tilde{L}_i^{(q)}, \tilde{B}_i^{(q)} = B_{0i}^{(q)} k_{0qi},$$

где $\chi_{0qi}, k_{0qi} = \text{const} > 0$ – неизвестные значения, $q = 1, \dots, Q, i = 1, \dots, k$.

В случае выполнения неравенства (12), в силу равенства передаточных функций соответствующих выходных (4) и задающих (10) фильтр-корректоров локальных подсистем, будет выполняться и основная цель управления (9) относительно выходов (1).

Синтез комбинированного алгоритма управления

Для определения явного вида закона управления (11) в работе использовался критерий гиперустойчивости [16], следуя которому рассматривались сигналы рассогласования $e_i^{(q)}(t) = x_{0i}^{(q)}(t) - (\tilde{x}_i^{(q)}(t) + x_{Ki}^{(q)}(t))$ и эквивалентное

математическое описание многосвязной системы управления (1), (4), (8), (10), (11), (15)

$$\frac{de_i^{(q)}(t)}{dt} = A_{0i}^{(q)} e_i^{(q)}(t) + B_{0i}^{(q)} \mu_i^{(q)}(t),$$

$$v_i^{(q)}(t) = \tilde{L}_i^{(q)} e_i^{(q)}(t) = y_{0i}^{(q)}(t) - \tilde{y}_i^{(q)}(t) - y_{ki}^{(q)}(t), \quad (16)$$

$$\mu_i^{(q)}(t) = - \left[u_i^{(q)}(t) - \tilde{r}_i^{(q)}(t) + \chi_{0qi} \tilde{y}_i^{(q)}(t) + \right. \\ \left. + \left(k_{0qi}^{-1} F_i^{(q)}(u_i^{(q)}(t - h_i)) - 1 \right) u_i^{(q)}(t - h_i) + \right. \\ \left. + k_{0qi}^{-1} \left(\sum_{j=1, j \neq i}^k \theta_j^{(q)}(y_j^{(q)}) + \varphi_i^{(q)}(t) \right) \right]. \quad (17)$$

Неравенство, отражающее требование критерия гиперустойчивости относительно строгой положительной определенности вещественной частотной характеристики линейной части (16), имеет следующий вид:

$$\operatorname{Re} \left[(\tilde{L}_i^{(q)})^T (j\omega E - A_{0i}^{(q)})^{-1} B_{0i}^{(q)} \right] > 0, \quad \forall \omega \geq 0, i = 1, \dots, k, \quad (18)$$

которое всегда имеет место на каждом временном интервале $q = 1, \dots, Q$, поскольку ее передаточная функция, учитывая (13), совпадает с передаточной функцией аperiodического звена первого порядка.

$$W_{ЛСЧi}^{(q)}(s) = (\tilde{L}_i^{(q)})^T (sE - A_{0i}^{(q)})^{-1} B_{0i}^{(q)} = \frac{1}{\chi_{0qi}^{-1}s + 1}.$$

Следующее требование критерия гиперустойчивости касается нелинейной нестационарной части системы (17). Следуя [16], для нее должно выполняться неравенство

$$\eta_i^{(q)}(0, t) = - \int_0^t \mu_i^{(q)}(\vartheta) v_i^{(q)}(\vartheta) d\vartheta > -\eta_{0i}^{(q)}, \quad (19)$$

$$\eta_{0i}^{(q)} = \text{const} > 0, \quad \forall t > 0, i = 1, \dots, k.$$

Представим интегральную часть неравенства (19), с учетом $\mu_i^{(q)}(t)$ из (17), следующим образом:

$$\eta_i^{(q)}(0, t) = \int_0^t \left(u_i^{(q)}(\vartheta) - \tilde{r}_i^{(q)}(\vartheta) \right) v_i^{(q)}(\vartheta) d\vartheta + \\ + \chi_{0qi} \int_0^t \tilde{y}_i^{(q)}(\vartheta) v_i^{(q)}(\vartheta) d\vartheta + \\ + k_{0qi}^{-1} \int_0^t \left(F_i^{(q)}(u_i^{(q)}(\vartheta - h_i)) - 1 \right) u_i^{(q)}(\vartheta - h_i) v_i^{(q)}(\vartheta) d\vartheta + \\ + k_{0qi}^{-1} \int_0^t \left(\sum_{j=1, j \neq i}^k \theta_j^{(q)}(y_j^{(q)}(\vartheta)) + \varphi_i^{(q)}(\vartheta) \right) v_i^{(q)}(\vartheta) d\vartheta. \quad (20)$$

Формируя структуру закона управления (11), представим его как сум-
му сигналов

$$u_i^{(q)}(t) = \tilde{r}_i^{(q)}(t) + u_{1i}^{(q)}(t) + u_{2i}^{(q)}(t) + u_{3i}^{(q)}(t), \quad (21)$$

где $u_{1i}^{(q)}(t)$, $u_{2i}^{(q)}(t)$, $u_{3i}^{(q)}(t)$ – составляющие управления $u_i^{(q)}(t)$, подлежат опре-
делению.

Обеспечим, следуя [7, 11], выполнение (19) с учетом (21), где:

$$u_{1i}^{(q)}(t) = h_{1i} \tilde{y}_i^{(q)}(t) \int_0^t \tilde{y}_i^{(q)}(\vartheta) v_i^{(q)}(\vartheta) d\vartheta + h_{2i} \left(\tilde{y}_i^{(q)}(t) \right)^2 v_i^{(q)}(t), \quad (22)$$

$$h_{1i}, h_{2i} = \text{const} > 0, i = 1, \dots, k,$$

$$u_{2i}^{(q)}(t) = h_{3i} u_i^{(q)}(t - h_i) \int_0^t u_i^{(q)}(\vartheta - h_i) v_i^{(q)}(\vartheta) d\vartheta,$$

$$h_{3i} = 2\tilde{h}_{3i} \bar{h}_{3i}, \quad \tilde{h}_{3i} = \max \left| k_{0qi}^{-1} F_i^{(q)}(u_i^{(q)}(t - h_i)) - 1 \right|, \quad \forall t > 0, \quad (23)$$

$$\bar{h}_{3i} = \text{const} > 0, i = 1, \dots, k,$$

$$u_{3i}^{(q)}(t) = h_{4i} \int_0^t v_i^{(q)}(\vartheta) d\vartheta + h_{5i} v_i^{(q)}(t), \quad h_{4i}, h_{5i} = \text{const} > 0, i = 1, \dots, k. \quad (24)$$

Таким образом, синтезированный закон управления, общий вид кото-
рого задавался уравнением (11) с учетом соотношений (21) – (24), будет опи-
сываться уравнением

$$\begin{aligned} u_i^{(q)}(t) = & \tilde{r}_i^{(q)}(t) + h_{1i} \tilde{y}_i^{(q)}(t) \int_0^t \tilde{y}_i^{(q)}(\vartheta) v_i^{(q)}(\vartheta) d\vartheta + \\ & + h_{2i} \left(\tilde{y}_i^{(q)}(t) \right)^2 v_i^{(q)}(t) + h_{4i} \int_0^t v_i^{(q)}(\vartheta) d\vartheta + h_{5i} v_i^{(q)}(t) + \\ & + h_{3i} u_i^{(q)}(t - h_i) \int_0^t u_i^{(q)}(\vartheta - h_i) v_i^{(q)}(\vartheta) d\vartheta, \end{aligned} \quad (25)$$

где $h_{li} = \text{const} > 0, l = 1, \dots, 5; i = 1, \dots, k$ – параметры закона управления, зна-
чения которых подбираются в процессе имитационного моделирования.

За счет выбора малых параметров T_{li} полученный комбинированный
закон управления (25) гарантирует системе (4), (6), (8), (10), (15), (25) свой-
ство L -диссипативности [12], а значит и выполнение цели управления (12).
Благодаря тому, что передаточные функции задающего (10) и выходного (4)
фильтр-корректоров совпадают, из выполнения цели управления (12) следу-
ет цель управления (9), т.е. система (1), (4), (8), (10), (15), (25) будет L -
диссипативна.

Заметим, что в работах [11, 21] отмечен недостаток наблюдателей с
сильной обратной связью, который заключается в появлении пиков в пере-
ходных процессах при ненулевых начальных условиях, часто приводящих к

неустойчивости системы. В нашем случае подобная ситуация также возможна и может возникать из-за наличия в системе управления быстродействующих фильтр-корректоров (4), подключаемых к выходам локальных подсистем. Поэтому с целью ослабления влияние пиков на формирование управляющих сигналов, подобно [21], ограничим выходные сигналы фильтр-корректоров (4) с помощью нелинейностей типа «насыщение», тогда закон управления (25) примет вид:

$$\begin{aligned}
 u_i^{(q)}(t) = & \tilde{r}_i^{(q)}(t) + h_{1i} \text{sat}(\tilde{y}_i^{(q)}(t)) \int_0^t \text{sat}(\tilde{y}_i^{(q)}(\vartheta)) v_i^{(q)}(\vartheta) d\vartheta + \\
 & + h_{2i} \left(\text{sat}(\tilde{y}_i^{(q)}(t)) \right)^2 v_i^{(q)}(t) + h_{4i} \int_0^t v_i^{(q)}(\vartheta) d\vartheta + h_{5i} v_i^{(q)}(t) + \\
 & + h_{3i} u_i^{(q)}(t - h_i) \int_0^t u_i^{(q)}(\vartheta - h_i) v_i^{(q)}(\vartheta) d\vartheta,
 \end{aligned} \tag{26}$$

где $v_i^{(q)}(t) = \tilde{r}_i^{(q)}(t) - \text{sat}(\tilde{y}_i^{(q)}(t)) - y_{Ki}^{(q)}(t)$; $h_{li} = \text{const} > 0$, $l = 1, \dots, 5$; $i = 1, \dots, k$.

Имитационное моделирование

Синтезированный на основе критерия гиперустойчивости закон управления для многосвязной системы содержит ряд параметров, для которых известны лишь нижние границы. Положительность коэффициентов управления (26) гарантирует, что полученная система (1), (4), (8), (10), (15), (25) работоспособна, но может оказаться, что система функционирует с низким качеством. Связано это с тем, что аналитические процедуры выбора значений коэффициентов регулятора, обеспечивающих желаемое качество переходных процессов при синтезе систем управления на основе критерия гиперустойчивости, отсутствуют [16]. Однако искомые значения параметров синтезированных регуляторов, обеспечивающие достаточно высокое качество динамических процессов в системе, можно подобрать на этапе имитационного моделирования системы.

Проиллюстрируем полученные результаты на примере децентрализованного управления многосвязным неаффинным объектом (1), состоящим из двух локальных подсистем $n_1 = 2$, $n_2 = 3$. При функционировании объекта (1) в моменты времени ($t_1 = 120$ с, $t_2 = 270$ с) возникают априорно неопределенные структурные и параметрические переключения:

$$0 \leq t < t_1:$$

$$a_1^{(1)}(s) = s^2 + 6s - 0.4,$$

$$L_1^{(1)}(s) = 1,$$

$$F_1^{(1)}(u_1^{(1)}(t - 0.5)) = 0.5|u_1^{(3)}(t - 0.5)|^{1/4} + 2.5/(1 + |u_1^{(3)}(t - 0.5)|^{1/4}),$$

$$\begin{aligned}\varphi_1^{(1)}(t) &= -0.1 + 0.25\text{arctg}(0.05t), \\ (x_1^{(1)}(0))^T &= (0.2, 0.2, 0.2), \\ a_2^{(1)}(s) &= s^3 + s^2 + 5s - 0.3, \\ L_2^{(1)}(s) &= s + 2, \\ F_2^{(1)}(u_2^{(1)}(t-1)) &= 0.3\text{arctg}^2(1 + |u_2^{(1)}(t-1)|), \\ \varphi_2^{(1)}(t) &= -0.3\sin^2(0.075t), (x_2^{(1)}(0))^T = (0.5, 0.5, 0.5);\end{aligned}$$

$$t_1 \leq t < t_2:$$

$$\begin{aligned}a_1^{(2)}(s) &= s^2 + 4s - 0.1, \\ L_1^{(2)}(s) &= 0.2s + 2, \\ F_1^{(2)}(u_1^{(2)}(t-0.5)) &= 0.3\text{arctg}^2(1 + |u_2^{(1)}(t-0.5)|), \\ \varphi_1^{(2)}(t) &= -0.3\sin^2(0.075t), \\ x_1^{(2)}(t_1) &= x_1^{(1)}(t_1), \\ a_2^{(2)}(s) &= s^3 + 1.7s^2 + 2s - 0.2, \\ L_2^{(2)}(s) &= 0.1s^2 + 2s + 0.6, \\ F_2^{(2)}(u_2^{(2)}(t-1)) &= 0.5/(1 + \text{arctg}(1 + |u_2^{(2)}(t-1)|)), \\ \varphi_1^{(2)}(t) &= 0.1 - 0.15\text{arctg}(0.05t), \\ x_2^{(2)}(t_1) &= x_2^{(1)}(t_1);\end{aligned}$$

$$t_2 \leq t:$$

$$\begin{aligned}a_1^{(3)}(s) &= s^2 + 2s - 0.2, \\ L_1^{(3)}(s) &= 2, \\ F_1^{(3)}(u_1^{(3)}(t-0.5)) &= 1 + 3\text{arctg}(1 + |u_1^{(1)}(t-0.5)|), \\ \varphi_1^{(3)}(t) &= -0.15\cos(0.1t), \\ x_1^{(3)}(t_2) &= x_1^{(2)}(t_2), \\ a_2^{(3)}(s) &= s^3 + 3s^2 + 4s - 0.1, \\ L_2^{(3)}(s) &= 2s + 1, \\ F_2^{(3)}(u_1^{(3)}(t-1)) &= 2|u_2^{(3)}(t-1)|^{1/2} + 1/(1 + |u_2^{(3)}(t-1)|^{1/4}), \\ \varphi_2^{(3)}(t) &= 0.15\cos(0.1t), \\ x_2^{(3)}(t_2) &= x_2^{(2)}(t_2).\end{aligned}$$

Нелинейные перекрестные связи

$$\theta_1(y_2) = 0.75\sin(0.5t),$$

$$\theta_1(y_1) = 1.1\sin(0.1t).$$

Для первой подсистемы:

$$m_{11} = 0, m_{21} = 1, m_{31} = 0, \text{ тогда } m_{01} = 1;$$

для второй:

$$m_{12} = 1, m_{22} = 2, m_{32} = 1, m_{02} = 2.$$

Передаточные функции задающих (10) и выходных (4) фильтр-корректоров, параметры упредитель-компенсаторов (7) для локальных подсистем имеют вид:

$$W_{3\Phi K1}(s) = W_{B\Phi K1}(s) = \frac{0.1s + 1}{0.01s + 1},$$

$$W_{3\Phi K2}(s) = W_{B\Phi K2}(s) = \frac{0.1s + 1}{0.0075s + 1},$$

$$\chi_{01} = 2, \chi_{02} = 1.$$

Задающие воздействия:

$$r_1(t) = 0.1 + |0.25 - 0.65\cos(0.015\pi t)|,$$

$$r_2(t) = 0.435\sin(0.04t) - 0.261\sin(0.08t) - 0.435\sin(0.1t).$$

В ходе имитационного моделирования были подобраны параметры закона управления (26):

$$h_{11} = 200, h_{21} = 1000,$$

$$h_{31} = 2, h_{41} = 2000,$$

$$h_{51} = 500,$$

$$h_{12} = 300, h_{22} = 1500,$$

$$h_{32} = 5, h_{42} = 500,$$

$$h_{52} = 1000,$$

результаты представлены на рис. 1 и 2.

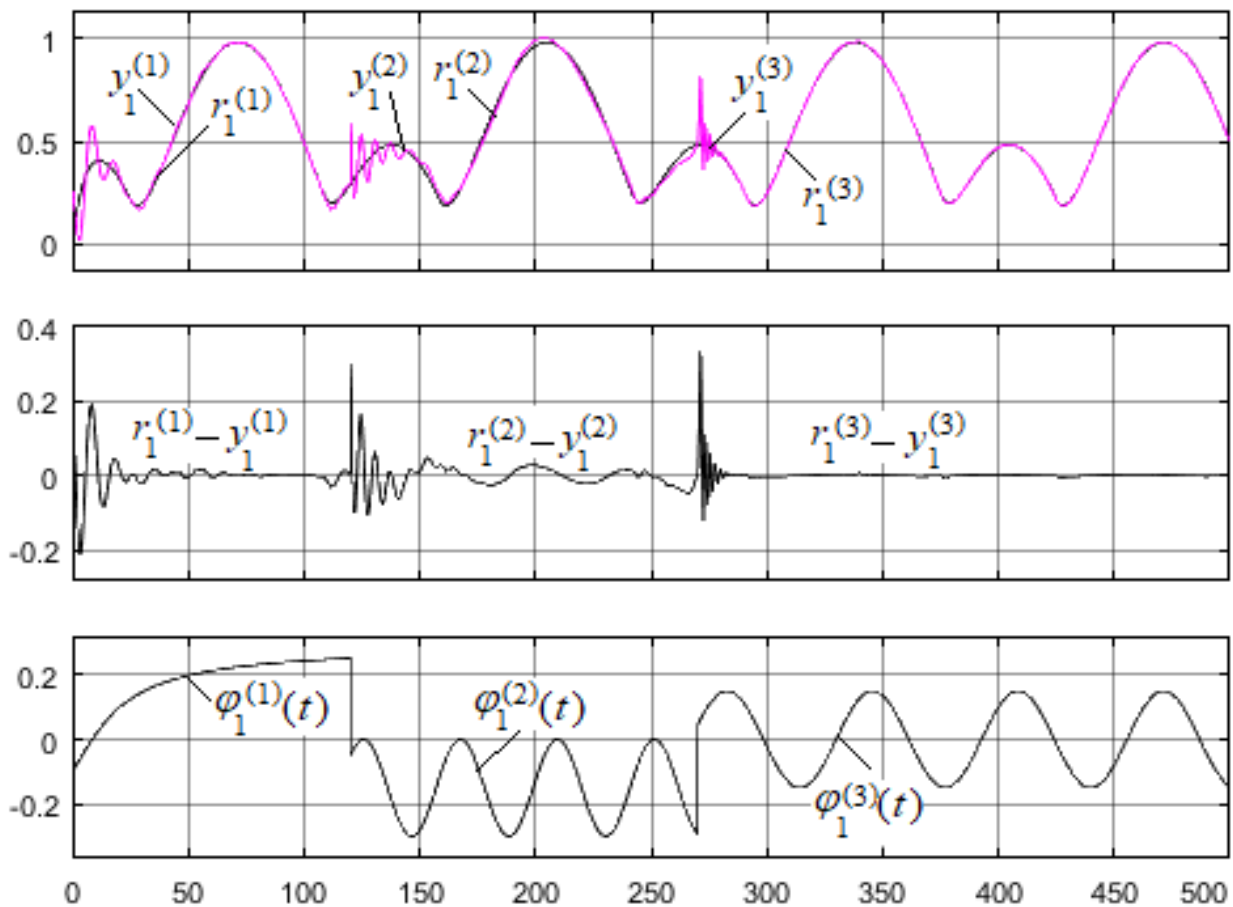


Рис 1. Динамические процессы в первой локальной подсистеме.

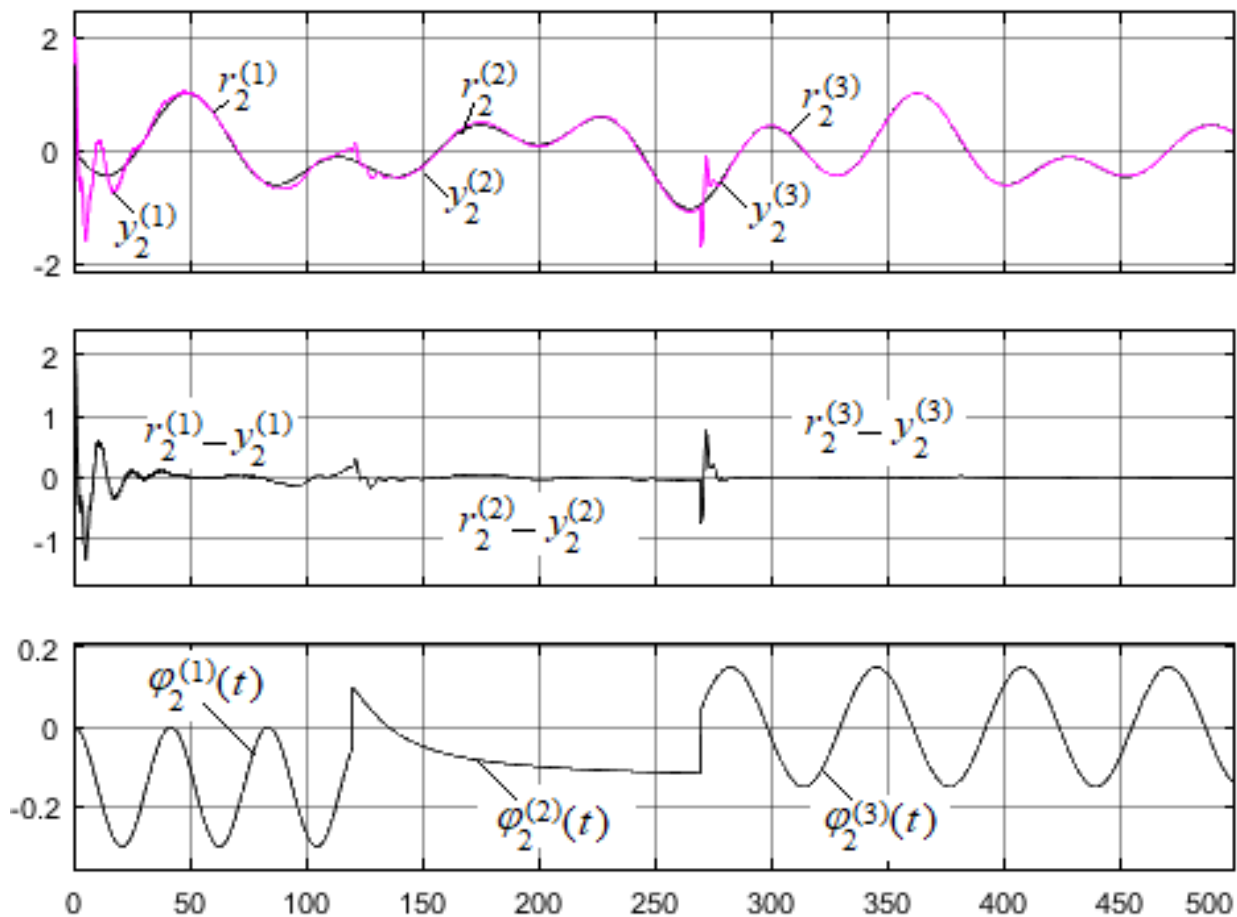


Рис 2. Динамические процессы во второй локальной подсистеме.

Заключение

В работе на основе критерия гиперустойчивости синтезирован комбинированный закон управления для многосвязной неаффинной системы с запаздыванием по управлению с поэтапно изменяемой динамикой, функционирующей в условиях априорной параметрической и структурной неопределенностей и влияния внешних неконтролируемых ограниченных возмущений.

В процессе моделирования значение ошибки слежения в установившемся режиме для первой подсистемы не превышало 0.5%, для второй подсистемы – 1%, что свидетельствует о хорошем качестве функционирования полученной системы управления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Смирнов Н.И., Сабанин В.Р., Репин А.И. Робастная настройка двухконтурных автоматических систем регулирования // Теплоэнергетика. – 2007. – № 7. – С. 52-60.
2. Еремин Е.Л., Теличенко Д.А. Адаптивное и робастное управление в теплоэнергетике. – Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2009.

3. Александров А.Ю., Платонов А.В. Об абсолютной устойчивости одного класса нелинейных систем с переключениями // Автоматика и телемеханика. – 2008. – №7. – С. 3-18.
4. Еремин Е.Л., Шеленок Е.А. Система нелинейного робастного управления для неаффинного нестационарного динамического объекта с запаздыванием // Автометрия. – 2017. – Т. 53, №2. – С. 63-71.
5. Фрадков А.Л., Григорьев Г.К. Децентрализованное адаптивное управление синхронизацией сетей динамических систем при ограниченных возмущениях // Автоматика и телемеханика. – 2013. – № 5. – С. 137-155.
6. Еремин Е.Л., Шеленок Е.А. Робастное управление для одного класса многосвязных динамических объектов // Автоматика и телемеханика. – 2017. – № 6. – С.106-121.
7. Еремин Е.Л., Никифорова Л.В., Шеленок Е.А. Комбинированная нелинейная система управления с неявным эталоном для априорно неопределенного неаффинного двухканального объекта с запаздываниями по выходу // Информатика и системы управления. – 2020. – №1(63). – С. 95-108.
8. Ghasemi R. Adaptive State Tracking Controller for Multi-Input Multi-Output Nonaffine Non-linear Systems // Int. J. Comput. Electrical Engin. – 2010. – V. 3, No. 3. – P. 426-431.
9. Еремин Е.Л., Чепак Л.В. Комбинированный регулятор для неаффинной многосвязной системы с запаздыванием по управлению // Информатика и системы управления. – 2019. – №1(59). – С. 118-130.
10. Еремин Е.Л. Комбинированная система с неявным эталоном для класса априорно неопределенных одноканальных объектов неаффинных по управлению на множестве состояний функционирования // Информатика и системы управления. – 2018. – №3(57). – С.93-103.
11. Еремин Е.Л., Чепак Л.В. Комбинированный регулятор для неаффинного объекта с запаздыванием по управлению // Автометрия. – 2019. – Т.55, №6. – С. 11-20.
12. Еремин Е.Л. L-диссипативность гиперустойчивой системы управления при структурном возмущении. IV // Информатика и системы управления. – 2013. – № 2(36). – С. 100-106.
13. Еремин Е.Л., Чепак Л.В. Адаптивные системы с динамическим упредитель-компенсатором для объектов с запаздыванием по управлению // Информатика и системы управления. – 2002. – № 1(3). – С. 97-102.
14. Пат. 2427869 РФ. Самонастраивающаяся система управления для объектов с запаздыванием по управлению / Е.Л. Еремин, Л.В Чепак // Официальный бюл. «Изобретения. Полезные модели». – 2011. – № 24.
15. Пат. 2449337 РФ. Следящая система управления для априорно неопределенных объектов с запаздыванием по управлению / Е.Л. Еремин, Л.В Чепак // Официальный бюл. «Изобретения. Полезные модели». – 2012. – № 24.
16. Еремин Е.Л. Гиперустойчивость системы управления нелинейным объектом с запаздыванием // Автоматизация технологических процессов. – Фрунзе: Фрунзенск. политех. ин-т, 1987.
17. Еремин Е.Л. Адаптивная система управления с неявным эталоном и блоком быстродействующей коррекции // Информатика и системы управления. – 2012. – № 1(31). – С. 183-194.

18. *А.с. 1105860 СССР. Самонастраивающаяся система управления / Е.Л. Еремин, А.П. Кривчак, А.М. Цыкунов // Официальный бюл. «Изобретения. Полезные модели». – 1984. – № 24.*
19. *А.с. 1019400 СССР. Самонастраивающаяся система управления / Е.Л. Еремин, А.П. Кривчак, А.М. Цыкунов // Официальный бюл. «Изобретения. Полезные модели». – 1983. – № 24.*
20. *Еремин Е.Л., Теличенко Д.А. Алгоритмы адаптивной системы с запаздыванием по управлению в схеме с расширенной ошибкой и эталонным упредителем // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2006. – № 6. – С.9-16.*
21. *Халил Х.К. Нелинейные системы / пер. с англ. – М.; Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2009.*

E-mail:

Еремин Евгений Леонидович – ereminel@mail.ru;

Никифорова Лариса Владимировна – cherak@inbox.ru;

Шеленок Евгений Анатольевич – cidshell@mail.ru.